

多室断面箱桁の断面変形挙動解析

Analysis of Behavioral Characteristics due to Cross-Sectional
Distortion of Multi-Celled Box Girder

神部 俊一* 神保 稔** 中本 浩志***

By Shun-ichi KAMBE*, Minoru JIMBO** and Hiroshi NAKAMOTO***

One of the authors has already reported the closed form solutions of the equations in the generalized coordinate method of analysis, proposed by V. Z. Vlasov. In this paper, the solutions are used for analysing the effects of the intermediate diaphragms on the statical behavioral characteristics due to the cross-sectional distortion of a multi-celled box girder bridge. The main purpose of this paper is to report a technique to determine the distortional displacement modes of a multi-celled cross section and a method to evaluate the stiffness of the diaphragm of rigid frame type connected to it. The authors utilize pin-jointed folded plate theory, Schmidt's orthogonalization method, and standard eigen-value problem in determining the distortional displacement modes. Then, several numerical illustrations are demonstrated for a three-celled trapezoidal box girder bridge with intermediate flexible diaphragms, which is continuous over three spans.

1. まえがき

多室断面を有する直線箱桁に一般化座標法¹⁾を適用してその断面変形挙動を解析する場合に必要となる横断面の変位モードを、横断面形状が鉛直軸に関して対称であるという性質を利用し、更に、滑節接合折板構造理論と Schmidtの直交化法並びに標準固有値問題とを応用して組織的に決定する方法の一試案を提示する。次いで、箱桁内部に取り付けられたラーメン型隔壁の剛性を上述の変位モードに基いて算定する方法について説明する。

そして、一般化座標法に応力法的手法を導入して求めた行列表示による解析解²⁾を構造モデルである逆台形状の三室断面箱桁に適用して、中間隔壁の剛性が箱桁横断面のゆがみに関連する静力学的挙動に及ぼす影響を明らかにすべく数値解析を行ない、その力学的特性の一端を明らかにした。

* 工博 鳥取大学教授 工学部海洋土木工学科 (〒680 鳥取市湖山町南4丁目101番地)
 ** 鳥取大学大学院生 工学研究科修士課程 (同上)
 *** 鳥取大学大学院生 工学研究科修士課程 (同上)

2. 記号と基礎関係式

桁軸方向に z -座標、横断面輪郭線方向に s -座標、さらに両者に直交する方向に n -座標 を設定して次の記号を導入する。

$\Phi(s), \Psi(s)$: 横断面の面外変位、面内変位に関連する一般化座標を成分とする m 次 と n 次 の列ベクトル

$X(s)$: 列ベクトル $\Psi(s)$ に関連して一義的に定まる n -方向 の一般化座標を成分とする n 次 の列ベクトル

$U(z), V(z)$: 横断面の面外変位、面内変位に関連する一般化変位を成分とする m 次 と n 次 の列ベクトル

$\sigma_z(s, z), \tau_{zs}(s, z)$: 横断面において桁軸方向に作用する垂直応力度と輪郭線方向に作用するせん断応力度

$q_s(s, z), q_n(s, z)$: 桁表面の単位面積当りに作用する分布荷重の s -方向, n -方向 への成分

$p_s(s, a), p_n(s, a)$: 桁横断面の位置 $z = a$ において輪郭線方向の単位長さ当りに作用する線荷重の s -方向, n -方向 への成分

E, G : 断面を構成する薄板要素のヤング係数とせん断弾性係数

F_0, F_R : 薄板要素のみの断面積とこれに補剛材の影響を考慮に入れた換算断面積

Γ : 横断面輪郭線の全長

基本量(……)の座標 s と z に関する導関数をそれぞれ $(\cdots)'$, $(\cdots)'$ で表すことにして、本論文を展開する上で関連する諸基礎関係式を要約して示すと以下のようである。

$$\text{変位成分} : u(s, z) = \Phi(s)^T U(z), \quad v(s, z) = \Psi(s)^T V(z) \quad \cdots \cdots (1)_{1 \sim 2}$$

$$\text{応力度成分} : \sigma_z(s, z) = E \Phi(s)^T U(z)', \quad \tau_{zs}(s, z) = G (\Phi(s)^*{}^T U(z) + \Psi(s)^T V(z)') \quad \cdots \cdots (2)_{1 \sim 2}$$

$$\begin{aligned} \text{一般化された} \quad A &= \int_{F_R} \Phi(s) \Phi(s)^T dF_R, \quad B = \int_{F_0} \Phi^*(s) \Phi^*(s)^T dF_0 \\ \text{剛性係数行列} \quad & \cdots \cdots (3)_{1 \sim 4} \end{aligned}$$

$$C = \int_{F_0} \Phi^*(s) \Psi(s)^T dF_0, \quad R = \int_{F_0} \Psi(s) \Psi(s)^T dF_0$$

$$\text{一般化断面力} : M(z) = \int_{F_R} \sigma_z(s, z) \Phi(s) dF_R, \quad Q(z) = \int_{F_0} \tau_{zs}(s, z) \Psi(s) dF_0 \quad \cdots \cdots (4)_{1 \sim 2}$$

$$\text{一般化分布荷重} : Q^*(z) = \int_{\Gamma} [q_s(s, z) \Psi(s) + q_n(s, z) X(s)] ds \quad \cdots \cdots (5)_1$$

$$\text{一般化線荷重} : P^*(a) = \int_{\Gamma} [p_s(s, a) \Psi(s) + p_n(s, a) X(s)] ds \quad \cdots \cdots (5)_2$$

$$\text{構成方程式} : M(z) = E A U(z)', \quad Q(z) = G [C^T U(z) + R V(z)'] \quad \cdots \cdots (6)_{1 \sim 2}$$

3. 横断面のゆがみに起因する変位モード

ここでは、逆台形状の三室断面を有する箱桁を取り上げて横断面のゆがみに起因する面内方向並びに面外方向の変位モードである一般化座標を決定する方法の一試案を提示するが、一室以上の多室の横断面についてもその取り扱い方法は基本的には三室断面の場合と同様である。

(1) 面内ゆがみ変位に関連する一般化座標の直交化

隔壁の解析を容易にする目的で、面内変位モードが桁横断面の剪断中心回りの回転や水平方向並びに鉛直方向の平行移動を意味する剛体としての変位モードと連成しないように、Schmidt の直交化法を応用して行列 R の対角化を図る。

桁横断面の鉛直軸に関する対称性に注意すれば、面内変位モードを一つの対称モードと二つの逆対称モードとに分解できる。対称ゆがみ変位モードと逆対称ゆがみ変位モードとが連成しないことは明らかであるから、両者を別個に取り扱うことができる。

ここで、一般化座標をベクトルとみなして次の内積記号を導入する。

$$(\psi_i, \psi_j) \equiv \int_{F_0} \psi_i \psi_j dF_0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

そこで、図-1 (a) に示す基本となる対称ゆがみ変位モード ψ_4 と鉛直方向への移動を意味する変位モード ψ_1 とを用いて

$$\tilde{\psi}_4 = \psi_4 + k_{41} \psi_1 \quad \dots\dots\dots (8)$$

とおき、係数 k_{41} を直交化条件 $(\tilde{\psi}_4, \psi_1) = 0$ によって定めれば目的とする対称ゆがみ変位モード $\tilde{\psi}_4$ を決定できる。次に、図-1 (b), (c) に示す基本となる二つの逆対称変位モード ψ_j ($j = 5, 6$) に対して水平方向への移動を意味する変位モード ψ_2 と剪断中心回りの回転を意味する変位モード ψ_3 とを用いて新しい変位モード $\tilde{\psi}_j$ ($j = 5, 6$) を

$$\tilde{\psi}_j = \psi_j + k_{j2} \psi_2 + k_{j3} \psi_3 \quad (j = 5, 6) \quad \dots\dots\dots (9)$$

とおいて、係数 k_{j2}, k_{j3} ($j = 5, 6$) を直交化条件 $(\tilde{\psi}_j, \psi_2) = 0, (\tilde{\psi}_j, \psi_3) = 0$ ($j = 5, 6$) によって定めると変位モード $\tilde{\psi}_j$ ($j = 5, 6$) が求まる。さらに、これらの逆対称ゆがみ変位モードが互いに連成しないように標準固有値問題を応用して直交化を図る。そのために、 $\tilde{\psi}_j$ ($j = 5, 6$) を成分とする列ベクトル $\tilde{\Psi}_D$ を用いて次式で定義される対称行列

$$\tilde{R}_D \equiv \int_{F_0} \tilde{\Psi}_D \tilde{\Psi}_D^T dF_0 = \tilde{R}_D^T \quad \dots\dots\dots (10)$$

に関する標準固有値問題 $\tilde{R}_D x = \lambda_D x$ の正規化されたモーダルマトリックス X_D を導入する。

ここで、固有値 λ_D を成分とする対角行列を Λ_D とすれば、モーダルマトリックス X_D の正規化条件

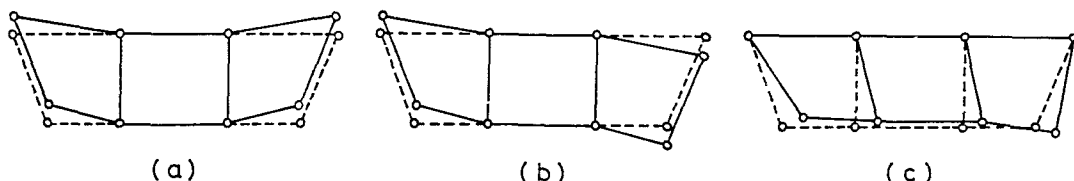


図-1 基本となる面内ゆがみ変位モード

によって次式が成立する。

$$\mathbf{X_D}^T \hat{\mathbf{R}}_D \mathbf{X_D} = \Lambda_D \qquad \dots\dots\dots (11)$$

そこで、列ベクトル $\hat{\Psi}_D$ を次式

$$\hat{\Psi}_D \equiv \mathbf{X_D}^T \hat{\mathbf{R}}_D \qquad \dots\dots\dots (12)$$

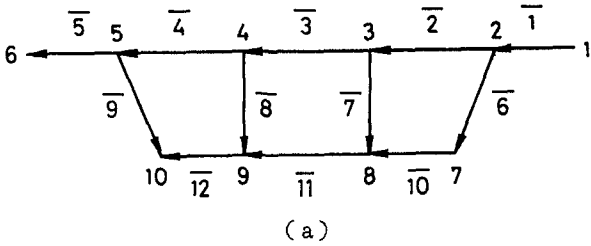
によって導入すれば、この列ベクトルの成分が互いに直交することは式(10)～(12)を考慮することにより

$$\hat{\mathbf{R}}_D \equiv \int_{F_0} \hat{\Psi}_D \hat{\Psi}_D^T dF_0 = \Lambda_D \qquad \dots\dots\dots (13)$$

が成立し行列 $\hat{\mathbf{R}}_D$ が対角化されることから明らかである。そこで、改めて列ベクトル $\hat{\Psi}_D$ を逆対称の面内ゆがみ変位モードとして採用する。

(2) 面外ゆがみに関連する一般化座標の決定

一般化座標法が対象とする構造モデルは滑節接合折板構造である。式(1)₁, (2)₁から明らかなように、理論の構成上から垂直応力度の桁の横断面内における分布形状は、面外方向の一般化座標のそれと相似の関係にある。そこで、この観点から面外ゆがみ変位に関連する一般化座標を、滑節接合折板構造理論に基い



A_s 一行列

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(b)

B_s 一行列

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

(c)

図-2 3室断面箱桁とその形状行列

て形状行列³⁾を導入することにより系統的に決定する。以下において、図-2 (a) に示すように桁の横断面形状を方向づけられた線分と節点とからなるネットワークとみなし、線分 j の始端 (a 端) と終端 (b 端) とが節点 i と結合しているか否かという情報を図-2 (b), (c) に示すように (i, j) -成分がそれぞれ 1 と 0 とで表されるいわゆる形状行列 A_S, B_S を用いて式の展開を図る。

滑節接合折板構造理論は周知のように、板要素の稜線に作用する剪断流を未知量に選び、それぞれの板要素に平面保持の法則を適用することによって定められる垂直ひずみの各板要素の稜線における連続条件を上述の未知量を決定するための適合条件として用いる方法である⁴⁾。図-3 に示す板の微小要素に対する釣り合い条件と板の接合線における垂直ひずみ e_i に対する適合条件とを用いて断面力 Q_i, M_i, N_i を消去し、さらに各板の稜線に沿って作用する剪断流 t_i と各板に作用する面内分布荷重 P^0_i とを用いて定義される物理量

$$T_i = \int_0^z t_i(z) dz \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$M^0_i = - \int_0^z \int_0^z P^0_i(z) dzdz \quad \dots\dots\dots (15)$$

を導入すると、各板の断面力 N_i, M_i を成分とする列ベクトル N_S, M_S の行列による表示式は次式で与えられる。

$$N_S = T_A - T_B \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$M_S = M_0 - D_E (T_A + T_B) \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 T_A, T_B はそれぞれ各板の a 端, b 端における剪断流 $t_a^{(i)}, t_b^{(i)}$ を用いて式 (14) より求まる物理量を成分とする列ベクトルであり、 M_0 は各板に作用する物理量 M^0_i を成分とする列ベクトルである。そして、 D_E は次式で定義される対角行列である。

$$D_E = \text{diag}(e_i) \quad \dots\dots\dots (18)$$

各板の接合線における剪断流の平衡条件式を形状行列 A_S, B_S を利用して行列表示すると次式を得る。

$$B_S T_B - A_S T_A = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

また、各板の a 端, b 端における垂直応力度を成分とする列ベクトル σ_A, σ_B を行列表示すると、

$$\sigma_A = A_S^T \sigma_N = D_H N_S - D_W M_S, \quad \sigma_B = B_S^T \sigma_N = D_H N_S + D_W M_S \quad \dots\dots (20)_{1\sim 2}$$

となる。ここに、 σ_N は板要素の接合部における桁軸方向の垂直応力度を成分とする列ベクトルであり、 D_H, D_W は次式で定義される対角行列である。

$$D_H = \text{diag}(1/F_i), \quad D_W = \text{diag}(e_i/I_i) \quad \dots\dots\dots (21)_{1\sim 2}$$

次に、式 (16), (17), (19), (20)_{1~2} より列ベクトル σ_N の行列による表示式を求めると最終的に

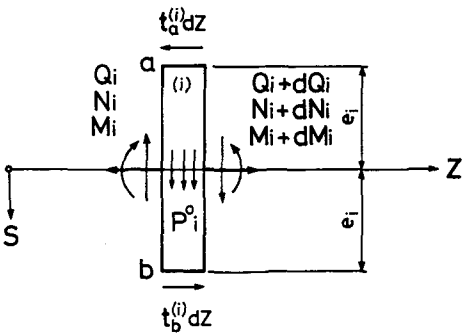
$$\sigma_N = -2 [R_S D_F R_S^T + \frac{1}{3} S_S D_F S_S^T]^{-1} S_S D_E^{-1} M_0 \quad \dots\dots (22)$$

となる。ここに、

$$D_F = \text{diag}(F_i) = D_H^{-1} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$R_S = A_S + B_S, \quad S_S = A_S - B_S \quad \dots\dots\dots (24)_{1\sim 2}$$

である。そこで、横断面のゆがみを実現するために便宜的に導入した図-4 に示すような自己平衡力群 Y の諸分力を面内荷重 P^0_i として用いると、式 (22) より面外方向のゆがみ変位モードに対応する垂直応力



- F_i : 板 i の断面積
- I_i : 板 i の断面二次モーメント
- e_i : 板 i の縁端距離

図-3 板 i の微小要素

度の横断面内における分布状態が定まる。これを基準となる応力度で除すると面外方向のゆがみ変位モードである一般化座標が無次元化されて求まる。面内ゆがみ変位モードの場合と同様に、標準固有値問題を

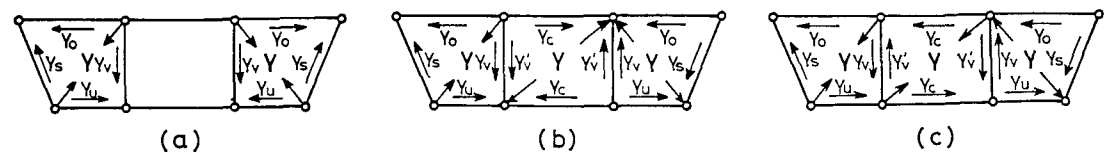


図-4 ゆがみ変位モードを実現するために導入される自己平衡力群

応用すれば逆対称の面外ゆがみ変位モード相互の直交化を図ることができる。

桁横断面の図心を通る水平軸並びに鉛直軸回りの剛体としての回転に対応する面外方向の変位モードである一般化座標の場合と同様に、桁横断面の面外方向のゆがみ変位モードである一般化座標を成分とする列ベクトル Φ_D も次の制約条件

$$\int_{F_R} \Phi_D dF_R = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

を満たしている。上述の面外方向の一般化座標に関する制約条件を用いると、二次形式の理論に基いて一般化された剛性係数行列 B が正則であることを示すことができ、面外方向の一般化変位 U に対する解の存在を保証することになる。

逆台形状の三室断面を有する箱桁に上記の解法を適用して求めた面内方向と面外方向のゆがみ変位モードをそれぞれ図-5, 図-6に示す。

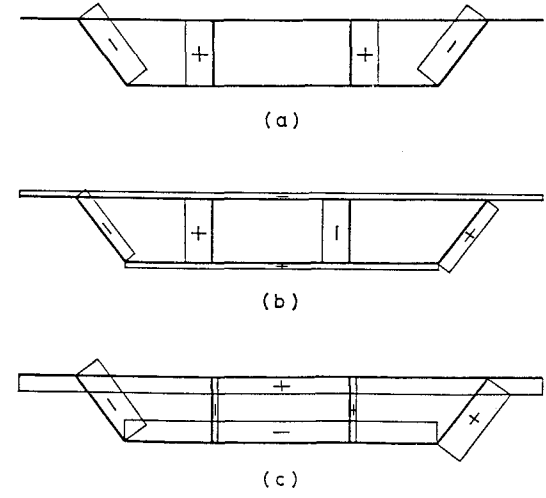


図-5 面内ゆがみ変位モード

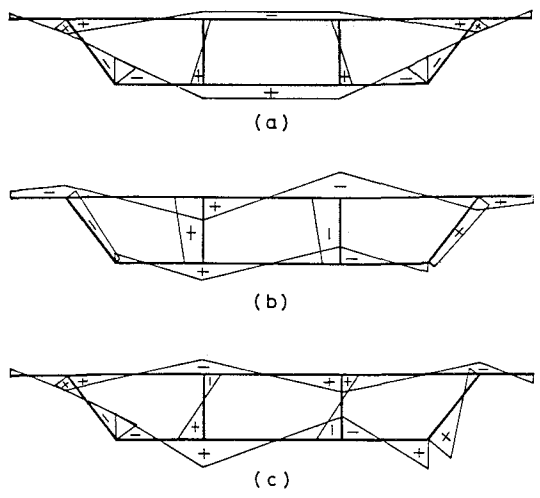


図-6 面外ゆがみ変位モード

4. ラーメン型隔壁の剛性

ここでは、図-6 (b) に示すような逆対称の面内ゆがみに対応する隔壁の剛性の算定方法についてだけ説明する。図中に示されている X_i ($i = 1, \dots, 8$) は、逆対称の面内ゆがみに対応してラーメン型隔壁の隅角部に作用する不静定モーメントである。節点において隣接する部材の相対たわみ角が 0 であるという連続条件から、不静定量 X_i ($i = 1, \dots, 8$) に関する弾性方程式が得られる。これに、節点にお

るモーメントに関する釣り合い条件式を加えると、不静定量 X_i ($i = 1, \dots, 8$) を定めるための方程式が得られる。これらの方程式を取りまとめて行列表示すると、次のようになる。

$$E^{-1} F X + R_0 V_5 = 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここに、

- F : 隔壁の形状寸法によって定まるたわみ性係数を成分とする行列
- X : 不静定量 X_i ($i = 1, \dots, 8$) を成分とする列ベクトル
- R_0 : 桁横断面の変形状態によって定まる節点の相対回転角を成分とする列ベクトル
- V_5 : 逆対称の面内ゆがみ変位モード ψ_5 に対応する一般化変位

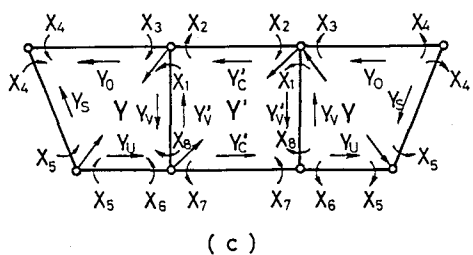
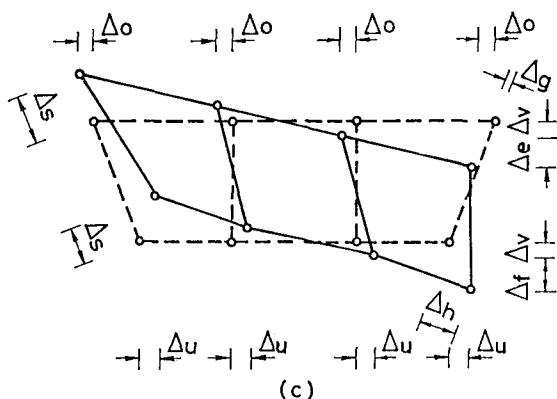
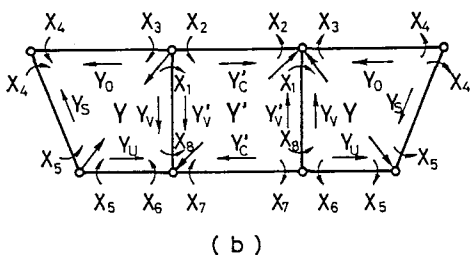
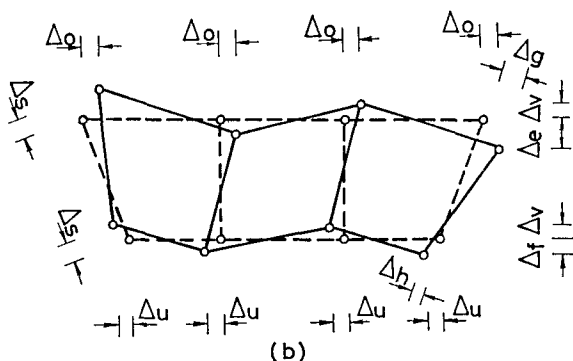
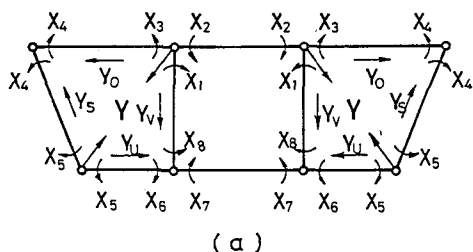
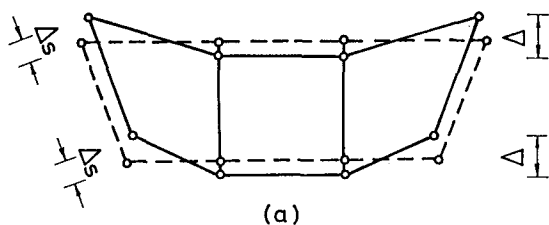


図-7 面内ゆがみの変形状態

図-8 自己平衡力群と隅角部曲げモーメント

次に、桁横断面の逆対称ゆがみを実現するために便宜的に導入された図-8 (b) に示す自己平衡力群および隅角部曲げモーメントと、図-7 (b) に示す変形状態とに対して仮想仕事の原理を適用すると次式を

得る。

$$2 \sum_{i=1}^8 X_i f_{i0} + 2Y_S \Delta_S - 2Y_0 \Delta_0 - 2Y_u \Delta_u + Y_{c'} \Delta_0 + Y_{c'} \Delta_u + 2(Y_{v'} + Y_v) \Delta_v = 0 \cdots (27)$$

ここに、 f_{i0} ($i = 1, \dots, 8$) は図-7 (b) に示す変形状態から求まる各部材の部材回転角と隅角部曲げモーメントとに関連して定まる回転量である。

ここで、

$$\Delta_0 = k_0 \Delta_S, \quad \Delta_u = k_u \Delta_S, \quad \Delta_v = k_v \Delta_S \cdots (28) \quad 1 \sim 3$$

$$Y_S = \eta_S Y, \quad Y_0 = \eta_0 Y, \quad Y_u = \eta_u Y, \quad Y_v = \eta_v Y$$

$$Y_{v'} = \eta_{v'} Y' = \eta_{v'} \xi Y, \quad Y_{c'} = \eta_{c'} Y' = \eta_{c'} \xi Y \cdots (29) \quad 1 \sim 6$$

とにおいて、式(27)を行列表示すると次のようになる。

$$2F_0^T X + \omega \Delta_S Y = 0 \cdots (30)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \omega = & 2\eta_S - 2k_0 \eta_0 - 2k_u \eta_u + (k_0 + k_u) \eta_{c'} \xi \\ & + 2k_v (\eta_{v'} \xi + \eta_v) \cdots (31) \end{aligned}$$

であり、 F_0 は変形状態より定まる部材の回転量 f_{i0} ($i = 1, \dots, 8$) を成分とする列ベクトルである。

式(28), (30) から不静定量ベクトル X を消去すれば、自己平衡力 Y が次式により求まる。

$$Y = 2E\omega^{-1} \Delta_S^{-1} F_0^T F^{-1} R_0 V_5 \cdots (32)$$

次に、桁横断面のゆがみを実現するために導入される自己平衡力群として図-8 (b) に示す力 Y, Y' の諸分力を線荷重 p_s として用いると、隔壁をゆがめるように作用する一般化線荷重としての力 Z は式(5)₂, (28)_{1~3}, (29)_{1~6}, (31) を考慮に入れると次式で表わされる。

$$Z = \int_{\Gamma} p_s \psi_5 ds = \omega \Delta_S Y \cdots (33)$$

そこで、式(32)を式(33)に代入すると

$$Z = 2E F_0^T F^{-1} R_0 V_5 \equiv EK V_5 \cdots (34)$$

となり、隔壁の剛性 EK の行列による表示式は最終的に次式で与えられる。

$$EK = 2E F_0^T F^{-1} R_0 \cdots (35)$$

残りの桁横断面のゆがみ変位モードに対応する隔壁の剛性 EK も同様の考え方に基いて求めることができる。図-7 に示す各種の面内ゆがみ変位モードと図-8 に示す不静定量とに対応する行列 F , 列ベクトル R_0, F_0 の具体的な表示式を、図-9 に示すように隔壁を構成する各部材の寸法と断面二次モーメントとを用いて求めると表-1~表-3 のようになる。

隔壁の剛性の影響を解析するために、中間隔壁を取り除いた箱桁を静定基本系とし、中間隔壁に作用する一般化線荷重としての力 Z_i ($i = 1, \dots, n$) を不静定量に選ぶ。隔壁を取り付けられた箱桁とバネ支承で支えられた桁との間に存在する力学的挙動の類似性に注意すると、不静定量 Z_i ($i = 1, \dots, n$) を定めるための弾性方程式は

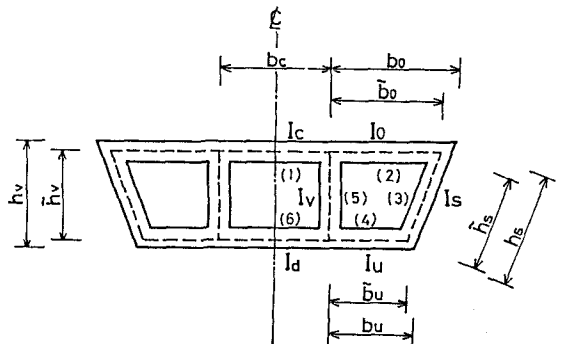


図-9 隔壁要素の寸法と断面二次モーメント

次のようになる。

$$\delta_{i0} + \sum_{j=1}^n \delta_{ij} Z_j = -(1/EK_i) Z_i \quad \dots\dots\dots (36)$$

ここに、 $\delta_{i0}(i = 1, \dots, n)$ は静定基本系に与えられた荷重が作用する場合に第 i 番目の隔壁の取り付け位置において箱桁横断面に生ずるゆがみを意味しており、 $\delta_{ij}(i, j = 1, \dots, n)$ は第 j 番目の隔壁の取り付け位置に不静定量 $Z_j = 1$ を作用させる場合に第 i 番目の隔壁取り付け位置において箱桁横断面に生ずるゆがみを意味する。式(36)を解いて得られる不静定量 $Z_j (j = 1, \dots, n)$ を、改めて静定基本系に作用する一般化線荷重として取り扱い、これから得られる結果と静定基本系に与えられた荷重を作用させ

表-1 対称ゆがみ変位モード (a) に対応する行列 F と列ベクトル R_0, F_0 の表示式

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{h}_v}{3I_v} & \frac{\tilde{b}_c}{2I_c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{h}_v}{6I_v} \\ \frac{\tilde{h}_v}{3I_v} & 0 & \frac{\tilde{b}_0}{3I_0} & \frac{\tilde{b}_0}{6I_0} & 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{h}_v}{6I_v} \\ 0 & 0 & \frac{\tilde{b}_0}{6I_0} & \frac{\tilde{b}_0}{3I_0} + \frac{\tilde{h}_s}{3I_s} & \frac{\tilde{h}_s}{6I_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{h}_s}{6I_s} & \frac{\tilde{h}_s}{3I_s} + \frac{\tilde{b}_u}{3I_u} & \frac{\tilde{b}_u}{6I_u} & 0 & 0 \\ \frac{\tilde{h}_v}{6I_v} & 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{b}_u}{6I_u} & \frac{\tilde{b}_u}{3I_u} & 0 & \frac{\tilde{h}_v}{3I_v} \\ \frac{\tilde{h}_v}{6I_v} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{b}_c}{2I_c} & \frac{\tilde{h}_v}{3I_v} \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$R_0 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-\Delta}{b_0} & \frac{\Delta}{b_0} & \frac{-\Delta}{b_u} & \frac{\Delta}{b_u} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-\Delta}{b_0} & \frac{\Delta}{b_0} & \frac{-\Delta}{b_u} & \frac{\Delta}{b_u} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

表-2 逆対称ゆがみ変位モード (b) に対応する行列 $\mathbf{F}$ と列ベクトル $\mathbf{R}_0$, $\mathbf{F}_0$ の表示式

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{h}_v}{3I_v} & \frac{b_c}{6I_c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{h}_v}{6I_v} \\ -\frac{\tilde{h}_v}{3I_v} & 0 & \frac{\tilde{b}_0}{3I_0} & \frac{\tilde{b}_0}{6I_0} & 0 & 0 & 0 & -\frac{\tilde{h}_v}{6I_v} \\ 0 & 0 & \frac{\tilde{b}_0}{6I_0} & \frac{\tilde{b}_0}{3I_0} + \frac{\tilde{h}_s}{3I_s} & \frac{\tilde{h}_s}{6I_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{h}_s}{6I_s} & \frac{\tilde{h}_s}{3I_s} + \frac{\tilde{b}_u}{3I_u} & \frac{\tilde{b}_u}{6I_u} & 0 & 0 \\ -\frac{\tilde{h}_v}{6I_v} & 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{b}_u}{6I_u} & \frac{\tilde{b}_u}{3I_u} & 0 & -\frac{\tilde{h}_v}{3I_v} \\ \frac{\tilde{h}_v}{6I_v} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b_c}{6I_d} & \frac{\tilde{h}_v}{3I_v} \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} \frac{2\Delta_v}{b_c} + \frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} \\ -\frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} + \frac{\Delta_v + \Delta_e}{b_0} \\ -\frac{\Delta_v + \Delta_e}{b_0} + \frac{\Delta_s + \Delta_h}{h_s} \\ -\frac{\Delta_s + \Delta_h}{h_s} + \frac{\Delta_f + \Delta_v}{b_u} \\ -\frac{\Delta_f + \Delta_v}{b_u} + \frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} \\ -\frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} + \frac{2\Delta_v}{b_c} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} \\ \frac{2\Delta_v}{b_c} \\ \frac{\Delta_v + \Delta_e}{b_0} \\ -\frac{\Delta_v + \Delta_e}{b_0} + \frac{\Delta_s + \Delta_h}{h_s} \\ -\frac{\Delta_s + \Delta_h}{h_s} + \frac{\Delta_f + \Delta_v}{b_u} \\ -\frac{\Delta_f + \Delta_v}{b_u} \\ -\frac{2\Delta_v}{b_c} \\ -\frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} \end{bmatrix}$$

表-3 逆対称ゆがみ変位モード(c)に対応する行列 F と列ベクトル R_0 , F_0 の表示式

$$F = \begin{bmatrix} -\frac{\tilde{h}_v}{3I_v} & -\frac{b_c}{6I_c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\tilde{h}_v}{6I_v} \\ \frac{\tilde{h}_v}{3I_v} & 0 & \frac{\tilde{b}_0}{3I_0} & \frac{\tilde{b}_0}{6I_0} & 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{h}_v}{6I_v} \\ 0 & 0 & \frac{\tilde{b}_0}{6I_0} & \frac{\tilde{b}_0}{3I_0} + \frac{\tilde{h}_s}{3I_s} & \frac{\tilde{h}_s}{6I_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{h}_s}{6I_s} & \frac{\tilde{h}_s}{3I_s} + \frac{\tilde{b}_u}{3I_u} & \frac{\tilde{b}_u}{6I_u} & 0 & 0 \\ \frac{\tilde{h}_v}{6I_v} & 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{b}_u}{6I_u} & \frac{\tilde{b}_u}{3I_u} & 0 & \frac{\tilde{h}_v}{3I_v} \\ -\frac{\tilde{h}_v}{6I_v} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{b_c}{6I_c} & -\frac{\tilde{h}_v}{3I_v} \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$R_0 = \begin{bmatrix} -\frac{2\Delta_v}{b_c} & -\frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} \\ \frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_0} + \frac{\Delta_v + \Delta_e}{b_v} & \\ -\frac{\Delta_e}{b_0} & -\frac{\Delta_s + \Delta_h}{h_s} \\ \frac{\Delta_s + \Delta_h}{h_s} + \frac{\Delta_f}{b_u} & \\ -\frac{\Delta_f}{b_u} & -\frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} \\ \frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} + \frac{2\Delta_v}{b_c} & \\ 0 & \\ 0 & \end{bmatrix}$$

$$F_0 = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} \\ \frac{2\Delta_v}{b_c} \\ \frac{\Delta_e}{b_0} \\ -\frac{\Delta_v + \Delta_e}{b_0} - \frac{\Delta_s + \Delta_h}{h_s} \\ \frac{\Delta_s + \Delta_h}{h_s} + \frac{\Delta_f + \Delta_v}{b_u} \\ -\frac{\Delta_f}{b_u} \\ -\frac{2\Delta_v}{b_c} \\ -\frac{\Delta_0 + \Delta_u}{h_v} \end{bmatrix}$$

て得られる結果とを重ね合せれば、隔壁の剛性の影響を考慮に入れた箱桁の解析が完了する。

5. 数値計算例

横断面がその形状を保持した状態で行う並進運動や回転運動に関連する、いわゆる、剛体変位モードと上述のゆがみ変位モードとを一般化座標として採用して、図-10に示す構造モデルを対象に数値解析を行った。図面内に記入されている括弧内の数値は補剛材の断面積を考慮に入れた鋼板の換算厚さである。中間隔壁は10m間隔で箱桁に取り付けられている。隔壁の剛性は次式によって無次元化できる。

$$K = (hc/dc)^3 t_c \bar{K} \quad \cdots \cdots (37)$$

ここに、

- hc：隔壁要素部材の基準高さ
- dc：鋼板要素の基準幅
- tc：鋼板要素の基準厚さ

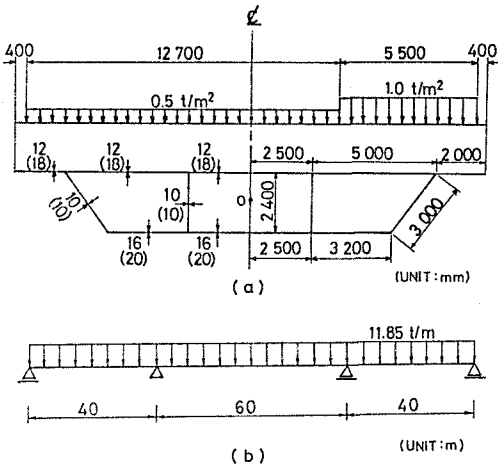
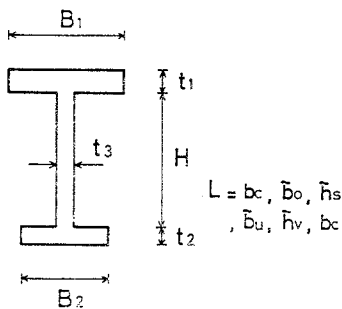


図-10 数値解析用構造モデル

構造モデルとして設定された3種類のラーメン型隔壁の表-4に示す要素部材の諸元に対して、計算により求めた対称ゆがみ変位モード(a), 逆対称ゆがみ変位モード(b), (c)に対応する隔壁の無次元化された剛性係数を表-5に示す。なお、剛性係数を無次元化するために用いた部材寸法の基準量は以下に示

表-4 ラーメン型隔壁の要素部材の諸元



CASE I (単位: mm)

要素部材	H	B ₁	B ₂	t ₁	t ₂	t ₃	L
(1)	500.0	288.0	200.0	12.0	12.0	12.0	5000.0
(2)	500.0	288.0	200.0	12.0	12.0	12.0	4495.3
(3)	500.0	240.0	200.0	10.0	12.0	12.0	2451.9
(4)	500.0	384.0	200.0	16.0	12.0	12.0	3024.2
(5)	1010.0	200.0	200.0	12.0	12.0	12.0	1861.5
(6)	500.0	384.0	200.0	16.0	12.0	12.0	5000.0

CASE II (単位: mm)

要素部材	H	B ₁	B ₂	t ₁	t ₂	t ₃	L
(1)	700.0	288.0	250.0	12.0	17.0	12.0	5000.0
(2)	700.0	288.0	250.0	12.0	17.0	12.0	4209.1
(3)	700.0	240.0	250.0	10.0	17.0	12.0	2141.7
(4)	650.0	384.0	250.0	16.0	17.0	12.0	2924.1
(5)	1410.0	250.0	250.0	17.0	17.0	12.0	1713.3
(6)	650.0	384.0	250.0	16.0	17.0	12.0	5000.0

CASE III (単位: mm)

要素部材	H	B ₁	B ₂	t ₁	t ₂	t ₃	L
(1)	900.0	288.0	250.0	12.0	17.0	14.0	5000.0
(2)	900.0	288.0	250.0	12.0	17.0	14.0	3920.2
(3)	900.0	240.0	250.0	10.0	17.0	14.0	1864.1
(4)	900.0	384.0	250.0	16.0	17.0	14.0	2801.7
(5)	1810.0	250.0	250.0	17.0	17.0	14.0	1491.3
(6)	900.0	384.0	250.0	16.0	17.0	14.0	5000.0

すとおりである。

$$h_c = 60 \text{ cm}, \quad d_c = 300 \text{ cm}, \quad t_c = 1 \text{ cm}$$

表-5に示す3種類の剛性係数に対して計算で求めた桁横断面のゆがみに対応する無次元化された一般化変位の桁軸方向の分布状態を図-10, 12, 14に示す。

式(2)₁, (6)₁より次式

$$\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{M} \quad \dots\dots\dots (38)$$

で定義される物理量を用いると垂直応力度 σ_z は $\sigma_z = \Phi^T \hat{\mathbf{M}}$ と表わすことができ、面外方向変位モードに比例した成分に分解される。従って、 $\hat{\mathbf{M}}$ は垂直応力度に対してこれらの成分がどの程度関与しているかを表わす物理量である。そこで、横断面のゆがみに関連する無次元化されたこれら物理量の桁軸方向の分布状態を図-12, 14, 16に示す。以上の計算結果から隔壁の剛性を大きくすることによって桁横断面のゆがみを減少させることの効果は顕著に認められるが、桁横断面のゆがみに起因する桁軸方向の垂直応力度に対してそれを減少させることの効果はあまり認められないことがわかる。

表-5 隔壁の無次元化剛性係数

変形モード	隔壁の剛性 R		
	case I	case II	case III
対称ゆがみ (a)	14.75	39.18	77.10
逆対称ゆがみ (b)	14.26	35.87	71.08
逆対称ゆがみ (c)	72.20	193.05	381.48

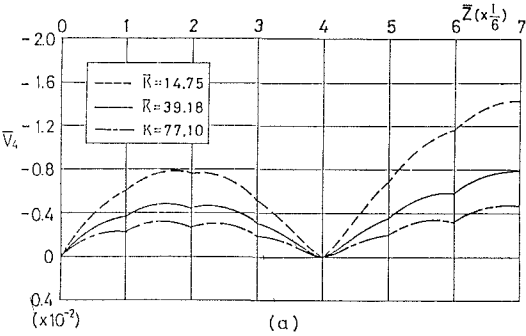


図-11 対称ゆがみ(a)に関する一般化変位

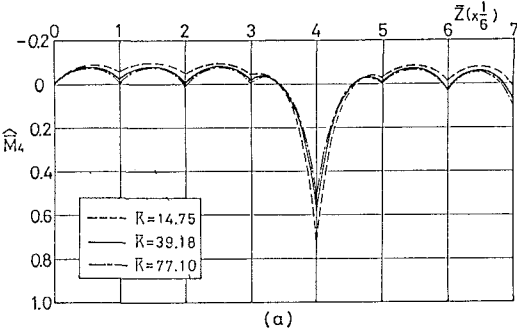


図-12 対称ゆがみ(a)に関する一般化断面力

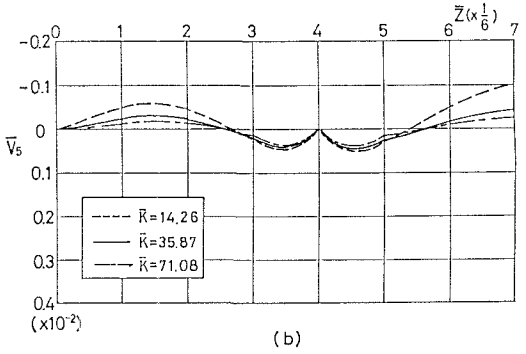


図-13 逆対称ゆがみ(b)に関する一般化変位

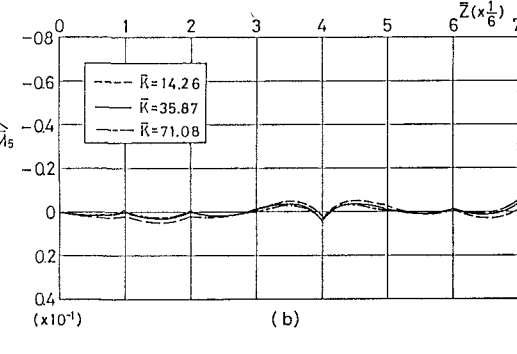


図-14 逆対称ゆがみ(b)に関する一般化断面力

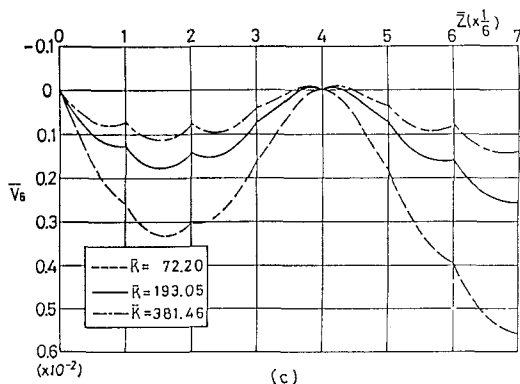


図-15 逆対称ゆがみ(c)に関する一般化変位

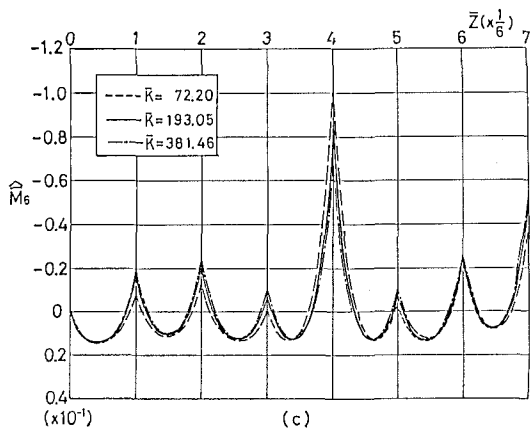


図-16 逆対称ゆがみ(c)に関する一般化断面力

6. 結語

多室断面箱桁の一例として逆台形状の三室断面箱桁を取り上げ、横断面の面内方向並びにゆがみ変位モードを滑節接合折板構造理論、Schmidt の直交化法、標準固有値問題を応用して決定する方法の一試案を提示した。次いで、この面内方向のゆがみ変位モードに基いてラーメン型隔壁の剛性を算定する方法を示した。この方法は鉛直対称軸を有する任意の多室断面に対しても原理的には適応可能である。

三径間連続の三室断面箱桁の構造モデルを対象に解析を行った結果、限られた数値計算例からではあるが隔壁の剛性が断面変形挙動に及ぼす影響の一端を明らかにすることができた。

参考文献

- 1) Vlasov, V.Z. (奥村敏恵・秋山成興・鈴木康弘・落合重俊・佐伯晃一・堀川浩甫共訳)：薄肉弾性梁の理論，技報堂，1967年
- 2) 神部 俊一・藤井 洋宣：多室断面を有する連続箱桁の一般化座標法によるマトリックス構造解析 第27回構造工学シンポジウム，Ⅲ-26，1981-2
- 3) 大地 羊三：電子計算機による構造解析，橋梁編纂会刊，1968
- 4) 奥村 敏恵・鈴木 康弘：剛結合折板構造理論と台形桁への応用，土木学会論文集，No.154, June, 1968