

トラス補剛材を有する吊橋の離散解析

A DISCRETE ANALYSIS OF SUSPENSION BRIDGES STIFFENED BY TRUSSES

大月 哲* 東原紘道**

By Satoshi Ohtsuki and Hiromichi Higashihara

A discrete analysis method is studied and developed for suspension bridges which are stiffened by trusses. In this method, all the members of the trusses are taken into consideration individually. Accordingly, any local and three dimensional loadings can be analyzed promptly. This method makes it possible to examine whether given designed bridges are sufficiently resistible against accidental loadings. In this method, every nodal section of the stiffening truss is regarded as a substructure and its internal points are eliminated. The program obtained is examined with some three dimensional loadings: lateral wind loadings and partial eccentric loadings. The influence of cutting a hanger is then investigated. It is concluded that the modern suspension bridges, which are stiffened against the railway loads and the wind loads, are extremely resistible against this accident.

1. はじめに

吊橋の構造力学的研究は長い歴史を有している。中でも吊橋の柔軟な構造に由来する有限変形問題がこれまでの研究の中心であった。¹⁾ これは基本的に完成系の平衡の問題であるが、架設の途中で生じうる大変形問題も実用上は解決を見ている。さらに長径間の吊橋では高い精度の線形化が容易なので、モード解析を基礎とする振動解析が可能であって、²⁾ これまた既に設計実務で認知され定着している。³⁾ これら完成系もしくはそれに準ずる構造の平衡あるいは応答の計算が設計計算の理論的基礎を与える。

しかし設計から施工されに供用へと事態が進展するに依じて、実務では新しい問題が生じる。それは当該橋梁の維持管理の問題である。管理維持の問題はそれだけでなく大きな問題であるが、構造力学の観点に限定するならば、検討すべき事項は次の2段階に大別することができよう。:

- ① ミクロな欠陥の成長、もしくは設計コードに含まれない突発的な外乱が特定の部材の機能を損う問題、
- ② 特定の部材の破損が、何らかの連鎖的現象を経由して、全体系の機能を損う問題。

重要な路線であれば、橋梁の修理のための通行停止が続くと、多方面に大きな損害をひきおこす。

①が材料の力学を含むのに対し、②は純然たる構造力学の問題である。本研究はこの②の検討に利用しうる解析手法を追求するものである。

さて言うまでもなく設計コードは1つの規範であるが、それは現実には発生しうるシナリオ(場合設定)を蓋然性と重要性によってふるいにかけることによって抽出されたものである。そこでは作用すると想定され

* 工修 (株)長大 E & Cセンター (305 茨城県筑波郡谷田町町春日 3-2-2-6)

** 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科 (388 浦和市下大久保255)

ている外乱もまた同じ原理によって定型化されている。したがってこの段階では極端なシナリオは排除される。設計規範は必ずこの取捨選択の線引きを内蔵しており、この意思決定を経由して設計の思想＝価値観が反映されるわけである。

しかし設計の段階では排除されたシナリオも、その蓋然性が存在する以上全く姿を消してよいわけではない。それは成立を見た設計案に対する検証項目としてとり上げられることが少なくない。設計作業は本質的に最適化であり、夥しい数の制約条件での変数値の選択問題である。これに対し、ここで言う検証は、ひとたび構造諸元が確定した状態での、単純な予測問題になっている。どちらも等しく構造計算と称されるものであるが、その目的の差からくる本質的な性格の違いは十分に認識される必要がある。

すなわち前者の目的は、設計案（＝設定された変数値）とその結果（＝力学的応答とか建設コストなど）の関係を把握することである。この入力・出力関係は理想的には陽表示されることが望ましいが、少し複雑な問題ではそれは不可能である。このため多くのケースを設定して構造計算を行い、結果をにらんで最良の入力条件を見出さなければならない。現実には結果をフィードバックさせつつ入力条件を逐次改良してゆく方法がとられるが、いずれにせよ設計の目的は入力条件の決定なのであり、いわゆる逆推定問題になっている。そしてこれを実行するためには、特に、単純な問題を除いて、構造計算が多数回試行されることが必要である。このように計算が多数回に及ぶことおよび、できるかぎり入力変量と出力変量の関係を陽にしておくという要請から、設計における構造計算では、適切な近似理論の価値が非常に大きい。これは単なる便宜的技巧と見ることのとうていできないものである。これに対して設計案に対する照査の段階に至ればそのような要求は弱くなる。そして唯一要求されるのは現象の忠実な再現である。

既に見たように、照査において基本となるのは個々の部材の機能喪失の影響の考察である。したがってこれを実行するために有効な手段は、吊橋の個々の部材を別々に扱う離散解析手法である。吊橋は膨大な数の部材から成る骨組構造物であるが、離散的たわみ理論もしくは変形法といった従来のソフトによっても、補剛部材を除くすべての部材は別々に扱うことができる。⁴⁾ 問題はトラス形式の補剛部材の場合である。これも原理的には汎用の変形法プログラムで対応できる筈であるが、その自由度が数万に達するため実現は困難である。このため実務では何らかの便宜的な簡略化がなされているが、この簡略化にはすこぶる問題が多い。一般に構造力学において効果的な近似がなされるのは、大域的な挙動を出力目的とする場合である。ところが我々の当面の課題はそれとは正反対に局所的な挙動を本質的な出力目的としており、汎用プログラムを実行可能なものとするために便宜的な簡略化を施した計算の結果の信頼性に疑義が生じるのは当然である。

この問題に対処するためには、個々の部材を別々に扱いつつ、しかも吊橋の構造特性を予め織り込むことによって所要計算量を経済的に実行可能な範囲に抑制した解析手法の開発が必要である。個々の部材の剛性効果を評価するためには基本的に変形法によることになる。事実、これの離散解析の応用は既に小松・西村によってなされている。⁵⁾ この研究は次の2段階の変数の削減を行っている：

- ① 補剛トラスをパネル毎の部分構造に分解して、部分構造毎に内部自由度を消去する、
- ② 変位パターンを分析して、変位を表示する変数の重要度を荷重類型毎に定め、これによって採用されるべき重要な変数を限定する。

このうち、①が純技術的に処理されるのに対し、②はいわゆる工学的判断が加味されるところであり、実際にこの研究の重点もここにおかれているようである。ところが我々の課題は、適宜着目された個別の部材の条件の変化に即応できる解析手法の作成にあるので、上述の②の工夫が成り立つ余地はない。このため計算を専ら①の内部自由度の消去によって実行可能なものにまでまとめる必要がある。

こうして作成されるプログラムは、吊橋の構造上の特徴をフルに利用しているために、吊橋に対してのみ有効であって、対象物の構造形式を問わないという意味の汎用プログラムではない。その代りに、吊橋の任意の個別部材の変化を、何らの便宜的仮定なしで解析することができる。これによって設計案の精査作業は大幅に向上することが期待される。

2. 解析

(1) 基本的な考え方

吊橋の補剛トラスは全く任意の立体トラスではなく、明確な構造形成を有している。すなわち鉛直面内の平面トラスを主構とし、さらに上下面も平面トラスである。ただしねじれ剛性を考慮して、トラスの格点毎に設けられる断面（以下では単に構面と呼ぶ）内の平面トラスに高い面内剛性が与えられる。したがって補剛トラスは3軸方向の平面トラスの合成になっている。このため平面トラスの解析を順次組み上げて補剛トラス全体の剛性関係を記述することができる。

構面トラスの格点のうち橋軸方向の変形自由度を有するものと、その構面内にあるケーブルの節点を総称して構面点と呼ぶ。図1はのちに数値計算を行う例である。このうち白丸が構面点であって、その総自由度は $3 \times 8 = 24$ である。ただし横構はKトラスを想定した。図中の黒丸は構面点でない節点である。この自由度は構面トラスの平面解析によって消去され、結果として構面点の変位に関する剛性関係式が得られる。ただし消去されるべき節点が多数あるので計算には工夫を要する。

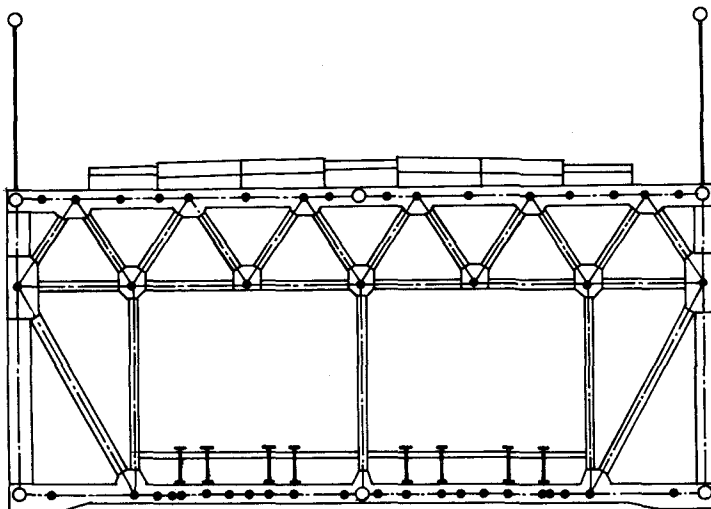


Fig.1 Section of the Truss

次に橋軸方向に長さ成分を有する部材（すなわちケーブル、主構トラスの弦材および斜材、横構）および各種付加部材に対する部材剛性マトリクスを重ね合わせる。主塔についても同様の処理がなされる。下部工も含めて主塔は1つの部分構造として扱われる。これ以後の手続きは単に連立1次方程式を解くだけである。得られた剛性マトリクスのバンド性が著しいので、それを利用することによって高速な計算が実現できる。

(2) 構面の剛性マトリクスの縮小

1つの構面の平衡を次式で表わす：

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに U は構面トラスの節点の面内変位であって、 U_1 は構面点の、 U_2 はそれ以外の節点を表わす。上の例では U_1 の自由度 N_1 は $2 \times 6 = 12$ である。 U_2 の自由度 N_2 は通常 N_1 よりはるかに大きい。 P は各節点における作用外力である。このうち P_2 は本来的な外力であり既知である。 q は温度変化の荷重効果である。

式(1)より

$$\{P_1\} = [K^*] \{U_1\} + \{q^*\} \quad (2)$$

$$\text{ここに、} K^* = K_{11} - K_{12} \cdot K_{22}^{-1} \cdot K_{21}, \quad q^* = q_1 + K_{12} \cdot K_{22}^{-1} (P_2 - q_2) \quad (3)$$

式(3)の高速処理が解析上の1つの鍵となるが、これは次のように処理される。

式(1)の剛性マトリクスから、構面点の自由度に対応する N_1 個の列を順次取り出して、作られる $(N_1 + N_2) \times N_1$ 行列を $[S]$ として、次式を解く。

$$[K][X] = -[S] \quad (4)$$

ここに K は、式(1)の剛性マトリクスの対角要素のうち構面点に対応するものに極端に大きな数を与えたものであり、 S は、 S の要素のうち、構面点に対応する行を0としたものである。式(4)は、構面点を拘束した床組を N_1 組の荷重 S について解くことに相当する。このとき明らかに

$$[K*] = [S]^t [X] \quad (5)$$

ここに X は、式(4)の解 X の各列の中で、構面点に対応する行を1にしたものである。式(4)、(5)の手順によって、 $K*$ を求めるために逆行列演算も剛性マトリクスの並べ替えも必要なく、かつバンド性も損われない。また荷重項は次式でも与えられる。

$$\{q*\} = -[X]\{P*\} + [X]^t\{q\} \quad (6)$$

ここに $P*$ は、作用外力のうち、 P_1 を0としたものである。

(3) 部材剛性マトリクス

橋軸方向の長さ成分を有する部材の剛性マトリクスを、変形法の一般公式に従って作る。その部材が曲げに抵抗する場合には 8×8 行列が、抵抗しない場合には 6×6 行列が定まることになる。これに絶対座標への座標変換を施したのち全体系の剛性マトリクスに組み入れる。

(4) 主塔の剛性マトリクス

主塔の各部材は、3方向の力とモーメントを受ける、一般的な3次元部材であるが、以下では、1つの部材の各平面内の変形は他の平面内の変形と独立と考える。また、せん断変形、塔柱に対する分布荷重と温度の影響を無視する。主塔の自由度を、塔頂サドル、ウィンドシュー、タワーリンク先端、塔基部など他の部分構造に接続している点に関するものと、その他の自由度に分解する。構面トラスの場合と同じ手順によって後者を消去する。

(5) 全体系の解析

以上のように部分構造法による変数の縮約を施した場合でも、残る自由度の数は大きい。例えば次章の計算例をはじめとして、大型吊橋では、トラスがピン結合の場合でも、残存する自由度は約3000に及ぶ。しかし吊橋にあっては、縮約されたあとでも、疑似的に1次元的な構造であり、剛性マトリクスは強いバンド性を保つ。その非0要素は全体の1%にもならない。したがってエスカレーション法が適合して高速演算が実現できる。

3. 数値計算例

前章に述べた方法に従って解析プログラムを作る。本章ではこれをモデル橋梁に適用する。そのために設計手続を忠実にふんでモデルを定める。

(1) 計算の対象

計算の対象となる橋梁の寸法を図2に示す。

材料のヤング率は、ケーブルおよび吊材が $2.0 \times 10^7 \text{ tonf/m}^2$ 、トラスが $2.1 \times 10^7 \text{ tonf/m}^2$ である。トラスの構造は図1に示すとおりであり、高さは13m、主構間隔は30mである。すべての格点はピン結合とする。部材の断面積は表1に示すとおりである。

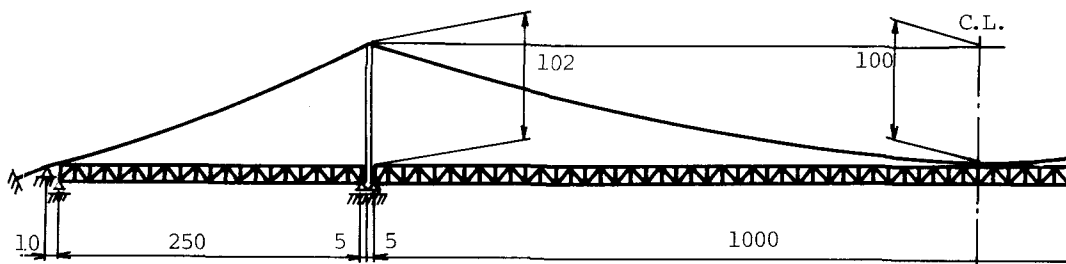


Fig.2 Dimensions of the Model Bridge(m)

Tables 1 Sectional Area of the Members(m²)

Members	Cables	Hangers	Upper Chords	Lower Chords	Diagonals	Laterals
Sectional Area	0.61	0.0052	0.09	0.09	0.075	0.045

中央径間のケーブルの中央点と両端のトラス格点との間にはスティを設ける。以上の結果、死荷重のもとでのケーブルの軸力の水平成分は約27,000tonfとなる。

このモデル橋に対して以下の解析を行う。いずれの場合でも変数を縮約した後の最終的な自由度は2,940である。縮約計算も含めた全計算時間は、株式会社長大のMELCOM70-250を用いて、約40秒のCPU時間である。

(2) 風荷重による横変形

風荷重による横変形の解析においては、原則として、補剛材およびケーブルの橋軸方向の自由度のみが考慮される。この近似理論のもとでは、以下のように少なからぬ物理量が未知のままである。しかしこれらはいずれも本研究の離散解析によって決定することができる。

- ① 近似理論では橋軸まわりのねじれは考慮されない。しかし現実には、吊材による復元力は補剛材に対して偏心荷重となり、これがねじれモーメントを生じる。こうして生じたねじれ変形は、ケーブルも含めた3次元変形を派生する。
- ② 補剛材に作用する風荷重がケーブルに移行する過程で、2本のケーブルに配分される荷重の大きさは、近似理論では知ることができない。
- ③ 横変形に際しては、斜材も弦材と共に伸縮して剛性に寄与する。近似理論でもこの効果を考慮することは原理的に可能であるが、相当量の変換計算を要する。
- ④ 特に連続吊橋の場合には、吊橋の横方向運動を支えるウィンドシューは、補剛材の両側の塔壁に装着される。したがって実際に機能して反力を担うものは左右2本のウィンドシューのうちの片側のみであり、他方は遊んでいる。このために生じる非対称な支持条件の影響は立体的な解析によってはじめて捉えられる。
- ⑤ ケーブル間隔が変化する、いわゆる絞られたケーブルを有する吊橋の場合、ケーブルの横変形はケーブルの軸方向変位を生じるので3次元的な取扱いが不可欠である。

本州四国連絡橋の吊橋の設計例を参考にして風荷重を定め、各々のケーブルに、0.83tonf/m(中央径間)および0.92tonf/m(側径間)を与え、補剛トラスの風上側の弦材に、4.8tonf/m(中央径間)および5.5tonf/m(側径間)の荷重を与える。このときの離散解析の結果を図3に与える。ただし、現象の対称性を考慮して左半分のみを示す。

図 (a) は水平変位である。離散解析の結果は従来の計算法の結果とほとんど一致し、差は高々2%に留まっている。したがって巨視的な問題では離散解析の特徴は生じないことが確認される。

図 (b) は2本のケーブルの軸力の分布である。このように風上側の方が大きい。しかしその差は5%程度であり、設計上は問題になる大きさではない。

図 (c) は、風上側上弦材の、橋軸方向変位 (太線) および鉛直変位 (細線) である。風上側下弦材もほぼ同じ値をとる。これに対し風下側の上下弦材はほぼ逆符号になり、ねじれに支配されていることがわかる。

(3) 偏心荷重

偏心荷重はねじれ変形を生じる。離散解析によらない場合には、床組は断面中心のまわりに剛体的に回転するものと仮定されることが多いが、この方法では部材毎の変形を把握できない。また偏心荷重は、ふつうは、偏心なし荷重と純粋なねじれ荷重に分解して各別に計算し、結果を重ね合わせる方法で解析される。このねじれ解析は、前節で述べたように、鉛直変位効果を見逃しており、その精査は立体解析をまたねばならない。特に水平面内にサグを有するケーブルや吊材の傾斜したモノケーブルではこの効果が大きい。

また、離散解析にあつては、トラスと等価な桁のねじれ剛性や曲げねじれ剛性といった便宜的な架空の量は一切不必要である。

やはり本州四国連絡橋の規定を参考にして、中央径間の左側主塔から30パネル (375m) にわたって、橋の片側部分の道路および鉄道に荷重を与える。結果として床組に加わる荷重を図4に示す。さらに載荷区間の中央の道路に線荷重を与える。これは図4のカッコ内の大きさの荷重となる。

この荷重にあつても、鉛直変位については、近似理論と離散解析の間にほとんど差がない。しかし部材力には若干の差が生じる。図5は載荷側の下弦材および斜材の部材力である。破線は近似理論 (離散的たわみ理論) による荷重の対称成分の寄与分であり、太実線は同じ近似理論による全荷重の寄与の重ね合せである。細実線が離散解析の結果である。細実線もしくは破線の描かれていない区間では、これらは太実線に吸収されている。

2つの解析結果は傾向としてはよく一致している。しかし端部では注意すべき乖離が見られる。

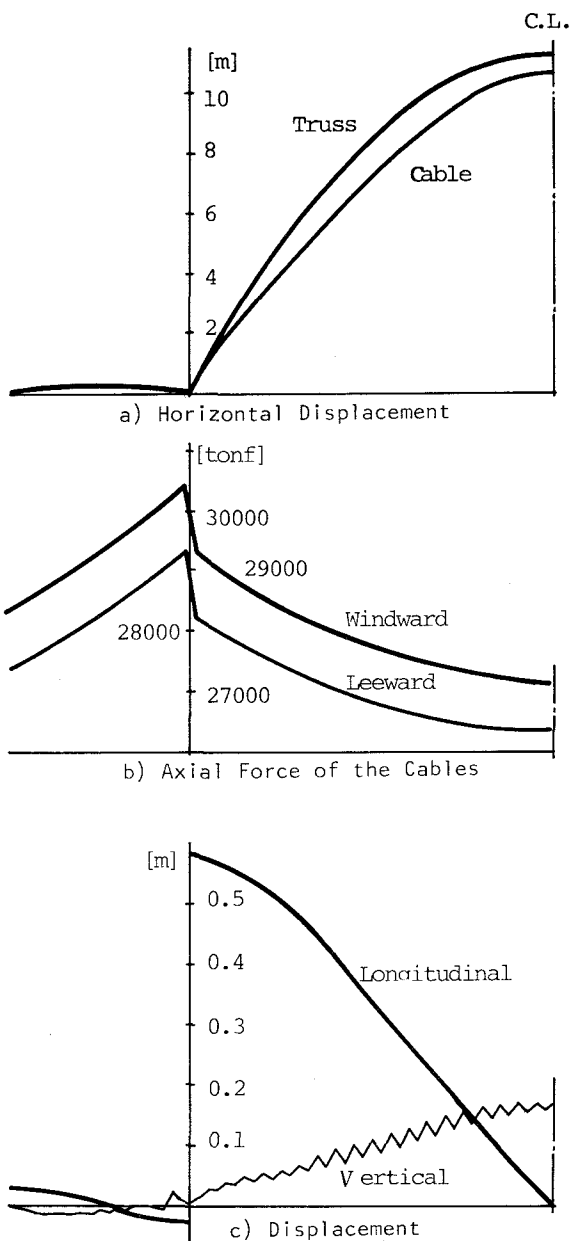


Fig.3 Response to the Wind Load

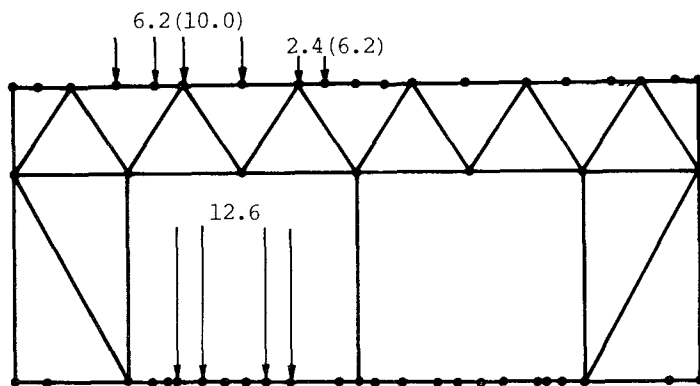


Fig.4 Distribution of the Applied Load(tonf)

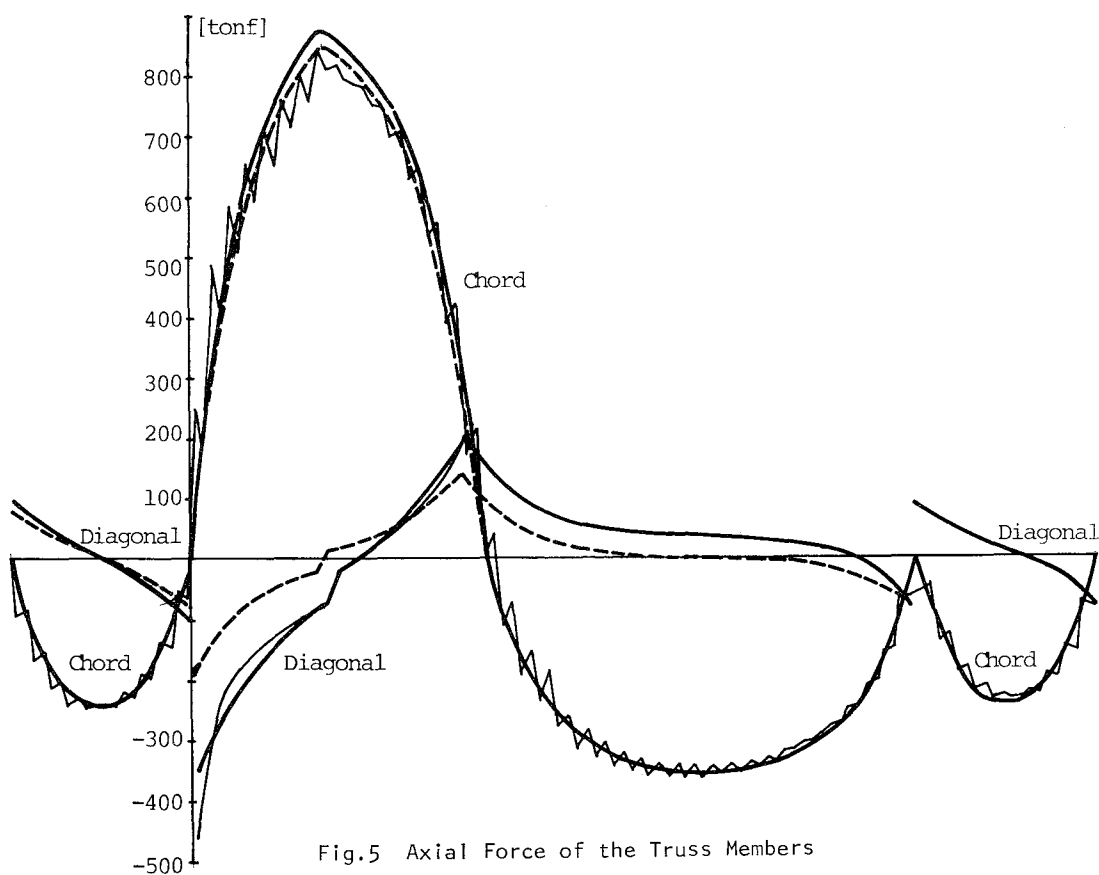


Fig.5 Axial Force of the Truss Members

(4) 吊材の破断

斜め吊材と異なって鉛直吊材では疲労破断の危険はほとんどない。しかし、蓋然性は高くはないものの、事故その他の原因で一部の吊材が破断する可能性は一応の検証を要することがらである。これは著しく局所的な問題であり、本研究の離散解析によってはじめて解析をなす。例として中央径間の左側1/4点の吊材の一方が欠損した場合の部材力の変化を表2に示す。三角印が破断箇所である。上段は吊材が破断した側

の数値であり、下段が反対側を示す。これによると吊材破断の影響はごく局在化していることがわかる。すなわち補剛材の死荷重の殆どは斜材を通じて同一主構の隣接する吊材に流れる。反対側主構の吊材への転換はきわめて少ない。本章の計算モデルは本州四国連絡橋の大鳴門橋と南北備讃瀬戸大橋の設計条件を参考にしたものであるが、これらの橋のように、鉄道橋として必要な剛性が与えられ、かつ十分な耐風設計がなされた吊橋では、そのねじれおよび鉛直面内曲げの剛性がきわめて大きく、1本の吊材の欠損が生じる程度の荷重は、あえてケーブルによる荷重の再配分に至るまでもなく、補剛トラスで十分に分担しうるものと結論する事が出来る。モデル橋の例では、片側で連続した7本の吊材がすべて破断した時点ではじめてその区間の端部の斜材が座屈する。

Table 2 Axial Force of the Members (tonf)

Cables	$\frac{-4.2}{3.1}$	$\frac{-7.8}{3.1}$	$\frac{-22.5}{3.1}$	$\frac{16.2}{2.9}$	$\frac{0.9}{2.8}$	$\frac{-2.3}{2.8}$
Hangers	$\frac{17.4}{0.1}$	$\frac{74.0}{0.3}$	$\frac{-}{0.6}$	$\frac{78.3}{0.3}$	$\frac{17.4}{0.1}$	
Laterals	$\frac{-3.6}{3.5}$	$\frac{5.0}{4.9}$	$\frac{-5.1}{5.0}$	$\frac{3.8}{-3.8}$	$\frac{4.3}{-4.4}$	$\frac{3.2}{-3.2}$
Upper Chords	$\frac{8.3}{-4.6}$	$\frac{11.5}{-7.8}$	$\frac{94.6}{-16.2}$	$\frac{-97.0}{-13.7}$	$\frac{11.7}{-6.2}$	$\frac{9.7}{-4.2}$
Diagonals	$\frac{4.8}{1.9}$	$\frac{-27.6}{-3.4}$	$\frac{130.2}{3.9}$	$\frac{135.4}{3.4}$	$\frac{-25.6}{-3.5}$	$\frac{2.4}{2.3}$
Lower Chords	$\frac{-10.9}{1.9}$	$\frac{9.2}{8.7}$	$\frac{6.0}{11.9}$	$\frac{4.9}{9.8}$	$\frac{7.7}{7.0}$	$\frac{-9.6}{0.9}$

4. 結論

設計の完了した吊橋の精査に資する解析ツールとして、補剛トラスの各部材を忠実に考慮して全体系の平衡を計算するプログラムを開発した。これは変形法を基本としつつ、部分構造の変数消去の方法によるものである。こうしても長大吊橋の最終自由度は3000程度になるが、係数行列のバンド性が著しいため、これを利用することによって実用的計算が可能になる。

次に作成したプログラムをモデル橋梁に適用して、その適用性を検証すると共に、横荷重および偏心荷重の2次的効果を検討した。さらに特定の吊材が破断した場合の全体系の挙動を計算した。これらの影響はいずれも大きいものではなく、したがって検証した項目に関して現行の設計計算は十分に安全であることが確認された。

参考文献

- 1) 平井 敦: 鋼橋Ⅲ, 第8章, 1967年。
- 2) 小西一郎・山田喜一・高岡宣善: 長大つり橋の地震応答と耐震設計法に関する研究, 土木学会論文報告集, 第159号, 1968年, 13~27ページ。
- 3) 本州四国連絡橋公団: 耐震設計基準・同解説, 1977年。
- 4) 大月 哲・東原紘道: 変形法による吊橋の影響線手法の適用に関する研究, 構造工学論文集, vol.3 1A, 1985年, 361~369ページ。
- 5) 小松定夫・西村宣男・中川知和: グループ変形法による吊橋の立体解析, 土木学会論文報告集, 第279号, 1978年, 1~13ページ。