

水中円柱の動的応答に対する 種々の波動理論に基づく波力算定の影響

APPLICATION OF SMALL AND FINITE AMPLITUDE WAVE THEORIES
BASED ON THE INVESTIGATION OF DYNAMIC RESPONSE OF CYLINDER IN WAVES

中村 秀治* 榑山 勉**

By Hideharu NAKAMURA and Tsutomu SAKAKIYAMA

Although dynamic response analyses of offshore platforms were already presented during 1960's and numerical methods have been improved gradually, application of small and finite amplitude wave theories to obtain water particle velocity and acceleration is not necessarily clear seeing from the standpoint of structural engineers.

The main purpose of this paper is to investigate the difference of numerical dynamic response results between small and finite amplitude wave theories (Stokes wave(5th approx.) and cnoidal wave(3rd approx.)), and to clarify proper application of the wave theories on basis of experimental and numerical results of cylinder in waves.

1. まえがき

着底した骨組海洋構造物の波力に対する動的解析は、1960年代に既に見られるが、

- ① 多自由度系の構造物の運動方程式の構成。
- ② 運動方程式の時間積分。
- ③ 動く円柱に対する Morison 式と係数(C_D : 抗力係数; C_M : 質量係数)の決定。
- ④ Morison 式に用いる波の水粒子速度、加速度の算定。

などが主要な解析上の課題である。①は非線形解析まで含めて、有限要素法によってかなり早い時期に解決されており¹⁾、②も各種の特性を有する時間積分スキームの研究成果により、実用上、十分精度良く実行可能になって久しい²⁾。③は Morison 式が提案されて以来³⁾、海岸工学の分野で数多くの研究者により研究がなされた。④については、波動理論の発展に伴ない、微小振幅波理論の適用から有限振幅波理論に基づく水粒子運動の精度の高い予測が可能となった。

以上のように、骨組海洋構造物の動的解析は古くから数多く発表されているが、ごく初期においては、単に水による付加質量を考慮するのみであったのが⁴⁾、構造非線形性の考慮^{5),6)} Morison 式による構造物の動きまで考慮した波力の算定、有限振幅波理論による水粒子速度と加速度の算定が徐々に取りこまれて、改善されてきている^{7)~11)}。しかしながら、海岸工学の立場から、波動理論の適用範囲に関する一応の指標は提案され²⁰⁾、また、 C_D 、 C_M に関する微小振幅波理論と有限振幅波理論の比較検討

* 工博 (財)電力中央研究所土木研究所材料構造研究室 (〒270-11 千葉県我孫子市我孫子1646)

** 工修 (財)電力中央研究所土木研究所構造水理研究室 (〒270-11 千葉県我孫子市我孫子1646)

が見られ¹²⁾、構造物の動的応答解析の立場からの微小振幅波理論とストークス波理論（第5次近似解）の比較も見られるが¹³⁾、適用する波動理論と骨組海洋構造物の動的応答解析結果に関する定量的評価、検討は必ずしも十分になされていない。

本研究では、波動理論として、微小振幅波、ストークス波（第5次近似）、クノイド波（第3次近似）を取りあげ、同一の水深(d)、波高(H)、波の周期(T)に対して構造物の動的応答に及ぼす影響を検討し、明らかにすることを主目的としている。そのため、第一に波そのものに対して、水面形状、水粒子速度、加速度分布、波のエネルギーを比較検討し、無次元量をパラメーターとして概略の適用範囲について述べる。次に、各々の理論に基づく水粒子速度、加速度を求めて Morison 式で波力を算定し、床バネをパラメーターとした単円柱モデルの動的応答解析およびそのパラメータースタディを行って、実測結果と比較考察し、適切な波動理論の適用方法について、構造解析サイドの観点から明らかにする。

2. 水粒子速度、加速度の算定に用いる波動理論

円柱構造物に作用する波力を Morison 式を用いて求める場合、Morison 式中の水粒子速度および加速度を適切に評価しなければならない。線形理論である微小振幅波では、水面波形、水粒子速度、加速度波形は常に正弦曲線であり、波高が相対的に大きくなってくると実際の現象とかけ離れてくるため、非線形性を考慮した有限振幅波理論を適用する必要性が生じる。有限振幅波理論の詳細については文献13)、14)を参照されたい。

有限振幅波理論では微小パラメーターを用いて運動方程式を摂動法により解き、速度ポテンシャルを初めとして、波動運動場を級数表示で求める。ストークス波は波形勾配 H/L (L : 波長)を、クノイド波は波高水深比 H/d を微小パラメーターとして求められた有限振幅波理論である。これらの微小パラメーターの取り方からもわかるように、2つの波動理論には適切な適用範囲が存在する。

波は水深(d)、波高(H)、周期(T)の独立な3つのパラメーターにより定まる。今無次元パラメーターとして、 H/d と次式で示すアーセル数(U_r)を取ることにする。

$$U_r = \frac{gHT^2}{d^2} = 2\pi \frac{H}{d} \frac{d}{L_0} \quad (1)$$

$$\text{ここに、} L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} \quad (2)$$

で、 L_0 は微小振幅波理論による深海波の波長、 g は重力加速度である。 d/L_0 は深海波の波長で無次元化した相対水深である。

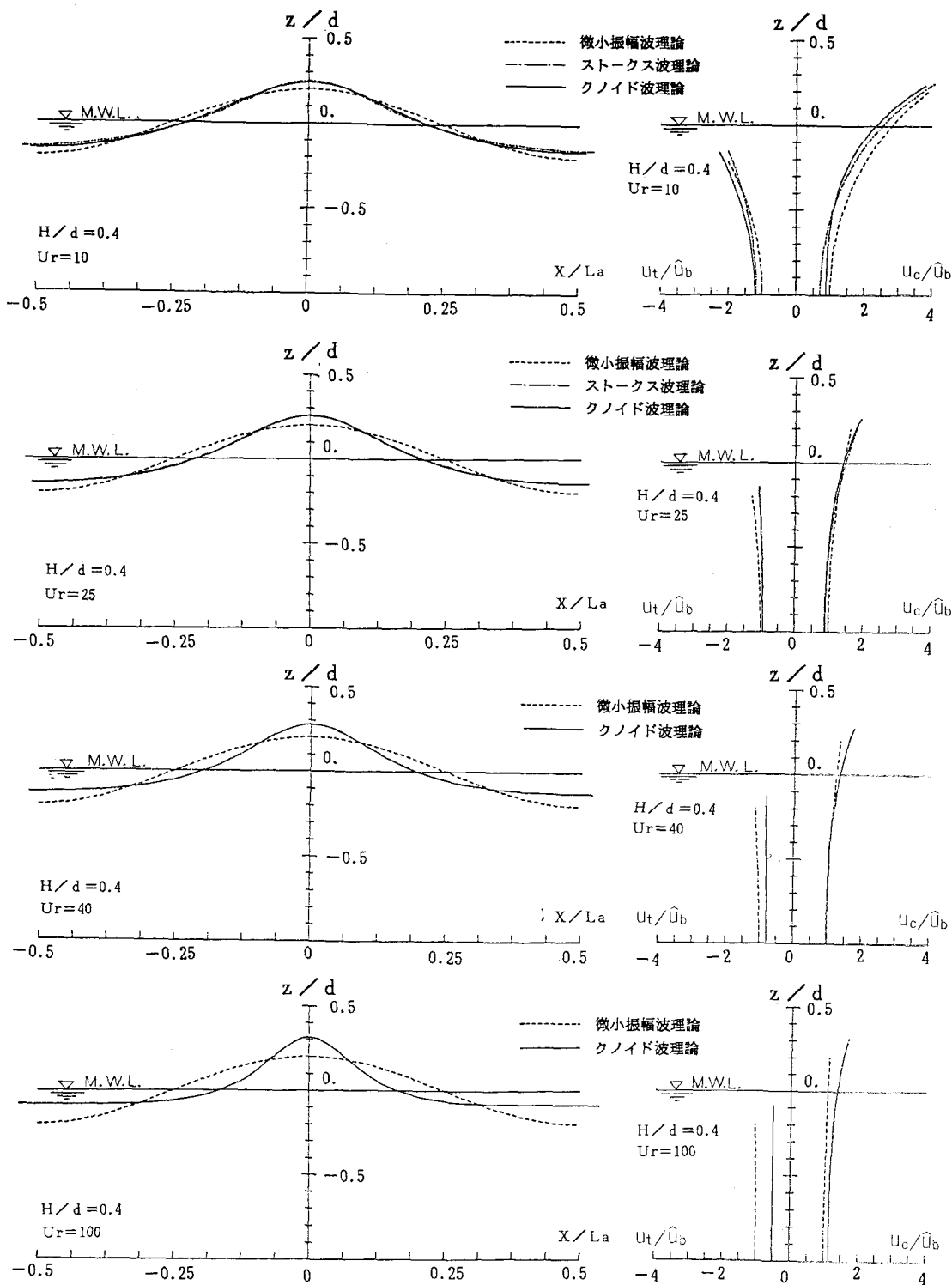
磯部は式(1)のアーセル数 $U_r = 25$ を境にして、ストークス波とクノイド波両理論の適用範囲を次のように提案している。²⁰⁾

$$\begin{array}{ll} U_r \leq 25 & \text{ストークス波理論} \\ U_r > 25 & \text{クノイド波理論} \end{array} \quad (3)$$

本節では、微小振幅波理論、ストークス波第5次近似解、クノイド波第3次近似解を取り上げ、水面波形、水粒子速度、加速度、波のエネルギーについての各波動理論による計算例を比較し、各波動理論の特性を示し、最後に波動理論の立場から各理論の適用範囲を示す。

(1) 水面波形と水粒子速度の鉛直分布

図-1は、波高水深比 $H/d = 0.4$ とし、アーセル数 $U_r = 10, 25, 40, 100$ について (a)水面波形 (b)水粒子速度水平成分の鉛直分布の変化の様子を示したものである。点線が微小振幅波、一点鎖線注) 本来のアーセル数は HL^2/d^3 で定義されている。波長 L を極浅海域での波長 $L = T \sqrt{gd}$ で近似すると式(1)を得る。



(a) 水面波形 (b) 水粒子水平速度の鉛直分布
 図-1 各波動理論による計算結果の比較 (波高水深比 $H/d = 0.4$) の場合

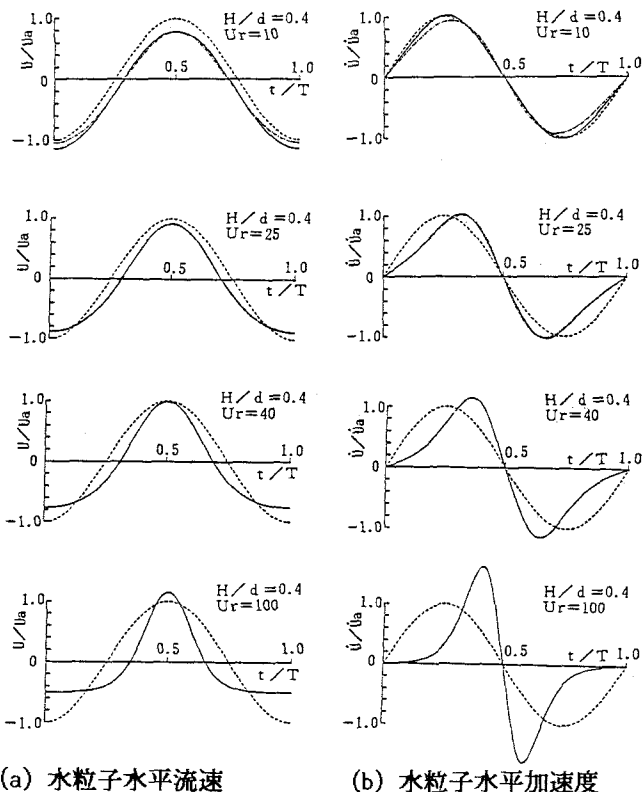
がストークス波（5次）、実線がクノイド波（3次）を示す。但し、 $U_r = 10$ の図中には適用範囲外ではあるが参考のためクノイド波の結果も示した。一方、 U_r が40以上の図には顕著な二次波峰が生じるためストークス波の結果は示していない。

図-1 (a)の横軸は各計算条件における微小振幅波の波長 L_0 で、縦軸は水深 d で無次元化してあるため、各ケースの微小振幅波の水面波形は同形の正弦波である。微小振幅波の波形に比べて、有限振幅波の波形は波の山で尖り、谷で平らになることが特徴である。適用境界の $U_r = 25$ の図では、ストークス波とクノイド波の水面形が殆んど一致している。 $U_r = 25$ を境にして U_r が大きくなるとクノイド波は著しく尖ってくる。一方、 $H/d = \text{一定}$ の下で U_r が減少するということは、式(1)からもわかるように、相対水深 d/L_0 が大きくなることを意味し、また、ストークス波の微小パラメーターが大きくなり非線形性が増大することを意味する。図では $U_r = 10$ と25のストークス波の波形は微小振幅波の波形に比べてクレストが尖り実際の現象を表わしている。

図-1 (b)は波の山と谷での水粒子速度 u_0 と u_t を各計算条件における微小振幅波の底面における流速振幅 $\hat{u}_b$ で無次元化して示した。 $U_r > 25$ のクノイド波では、 U_r が増大するに従い鉛直方向に一樣になる傾向を示すが、波の山での流速分布は水面付近で微小振幅波とクノイド波に顕著な差が生じてくる。一方、 $U_r \leq 25$ のストークス波の適用領域では鉛直方向の変化が著しい。これは波高水深比一定の基でアーセル数が減少することが、相対水深 d/L_0 の増大を意味し、水面での運動が海底にまで及びにくくなることを表わしている。逆に、 U_r が大きくなれば相対水深は小さくなり、運動が海底にまで達しやすく一様分布に近づくようになる。前者の現象をストークス波が、後者の現象をクノイド波が表わしている。

(2) 水粒子速度と加速度の時間変化

図-2は図-1と同一の計算条件で無次元深さ $z/d = -0.5$ における(a)水粒子速度および(b)加速度の一周期間の時間変化を示したものである。横軸は周期 T で、縦軸は各計算条件下での微小振幅波の振幅で無次元化した。図-2 (a)、(b)とも微小振幅波の波形は水粒子速度、加速度とも正弦曲線であるが、有限振幅波は水面波形と同様に波の山で尖り、谷で平坦になる。特に、有限振幅波の加速度の波形ではピークの生じる位相が水粒子速度のピークの位相に近くなる現象が生じている。これは微小振幅波では水平速度と加速度のピークは常に $1/4$ 周期の位相差があるのに対して著しく異なる現象である。従って Morison式のように慣性力と抗力の線形和で波力を評価する場合に、有限振幅性を無視して微小振幅波で水粒子速度と加速度を評価すると波力の最大値を過少評価することになる。



(a) 水粒子水平流速

(b) 水粒子水平加速度

図-2 各波動理論による水粒子水平速度、加速度の時間変化の比較($H/d = 0.4$, $z/d = -0.5$)

(3) 波のエネルギーと有限振幅性

波のエネルギーは通常次式で示すように単位面積の海面についてのエネルギー密度で表わしている。

$$E = \frac{1}{LT} \int_0^T \int_0^L \frac{1}{2} \rho g \eta^2 dx dt + \frac{1}{TL} \int_0^T \int_0^L \frac{\rho}{2} (u^2 + w^2) dz dx dt \quad (4)$$

ここに、 η は水面変動、 u 、 w は水粒子の水平、鉛直流速成分、 ρ は流体密度である。第一項は位置エネルギー、第二項は運動エネルギーである。微小振幅波理論ではこの両者は等しく、 $\rho g H^2 / 16$ であり、微小振幅波のエネルギー E は波高 H のみの関数で次式で与えられる。

$$E = \frac{1}{8} \rho g H^2 \quad (5)$$

これに対して、有限振幅波のエネルギーは波高(H)、周期(T)、水深(d)の関数で、同一の条件に対して水面波形や流速波形がやせるため、微小振幅波のエネルギーより小さい。

図-3は波のエネルギーと有限振幅性の関係を示したものである。 $U_r = 25$ を境界に $U_r \leq 25$ でストークス波(5次)、 $U_r > 25$ でクノイド波(3次)による計算結果を実線で示し、逆に各理論の適用範囲外での計算結果を点線で示した。両理論とも適用範囲を大きく外れると解が収束せず、計算上のエネルギーは膨大になる。

有限振幅波のエネルギーは図に見られるように微小振幅波と異なり有限振幅性に応じて変化する。例えば、アーセル数が100以上になるとクノイド波のエネルギーは微小振幅波で計算した場合の80%以下になる。一方、 $U_r \leq 25$ のストークス波の適用領域では、波高水深比 H/d に応じてエネルギーのピーク位置が変化し、アーセル数が減少するとエネルギーも減少する。これは前述のように U_r の減少は波形勾配の増大を意味し、ストークス波に対する非線形性が大きくなるためである。

ここで、 $U_r = 25$ の付近の波のエネルギーに着目すると、ストークス波(5次)とクノイド波(3次)は H/d が小さい時、エネルギーが連続的に変化するが、 H/d が大きくなると必ずしも連続しない。 H/d の増加とともに連続点の U_r は大きくなっている。しかし、解の収束性の点からも $U_r = 25$ が両理論の適用境界として妥当であると考えられる。

(4) 波動理論の立場から見た各理論の適用範囲

前節までにストークス波とクノイド波の特徴を、微小振幅波との比較で示してきたが、具体的に水深 d 、波高 H 、周期 T の波が与えられたとき、どの波動理論を適用すべきかが問題になる。既に述べたようにアーセル数 $U_r = 25$ がストークス波とクノイド波の適用境界であるが、各波動理論の適用範囲を明確に示した磯部の結果を図-4に示す。縦軸は波高水深比 H/d 、横軸は相対水深 d/L_0

($L_0 = g T^2 / 2\pi$)である。特に、 $U_r > 25$ で、 $H/d \geq 0.4$ の非常に浅い領域についてはクノイド波第3次近似解は境界条件の誤差が大きくなるため適用すべきではなく、Stream Function Methodの第19次近似解を用いることを推奨している点に注意すべきである。

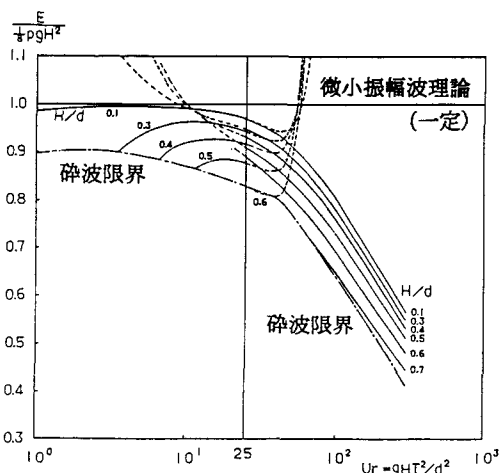


図-3 各波動理論による波のエネルギーの比較

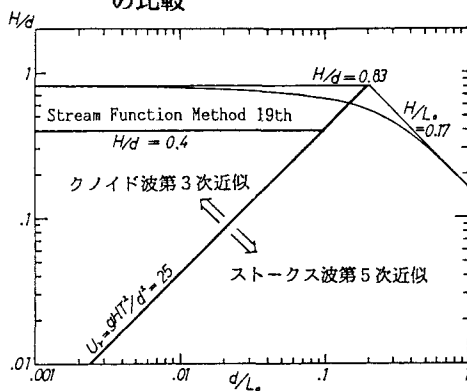


図-4 各波動理論の適用範囲の提案(磯部)

3. 水中円柱の動的応答解析方法

本研究の主題に従い、後章での検討に必要な事項のみ概略述べ、関連する文献を示すに留める。
(1) 動く円柱に対する Morison 式の修正⁵⁾
波力の算定に広く用いられる Morison 式は⁹⁾ 抗力(dF_D)と慣性力(dF_I)が分離して扱えるものとし、全波力(dF)がそれらの和で表わし得るとの仮定に基づいている。即ち、

$$dF = dF_D + dF_I = C_D \left(\frac{\rho}{2}\right) D v |v| dz + C_M \rho \left(\frac{\pi}{4}\right) D^2 \dot{v} dz \tag{6}$$

ここで、 C_D 、 C_M : 実験的に定められる抗力係数、質量係数、 ρ : 流体の密度、 D : 円柱の直径
 v 、 $\dot{v}$: 円柱に直角方向の水粒子速度と加速度、 z : 円柱の長さ方向座標
円柱が波の方向に速度 u 、加速度 $\dot{u}$ で運動している場合、式(6)は次のように修正される。

$$dF = C_D \left(\frac{\rho}{2}\right) D (v-u) |v-u| dz + C_M \rho \left(\frac{\pi}{4}\right) D^2 \dot{v} dz - \rho \left(\frac{\pi}{4}\right) D^2 \dot{u} dz \tag{7}$$

(2) Morison 式における係数 C_D 、 C_M ^{16), 17)}
 C_D と C_M はレイノルズ数(Re)、 KC 数 ($KC = U_m T / D$: U_m は水粒子最大水平速度、 T は波の周期、 D は円柱の直径)、円柱の表面粗度により変化し確定的に与えられない。通常、実験室規模では $Re = 10^4$ オーダーであり、一実験結果として図-5 が上げられる。実海洋構造物では $Re = 10^6$ オーダーになり十分なデータが揃っているとはいいがたいが、一般には $C_D = 1.0$, $C_M = 2.0$ が用いられる。本論文では、実験条件が 10^4 オーダーであるため、図-5 を用いることにした。

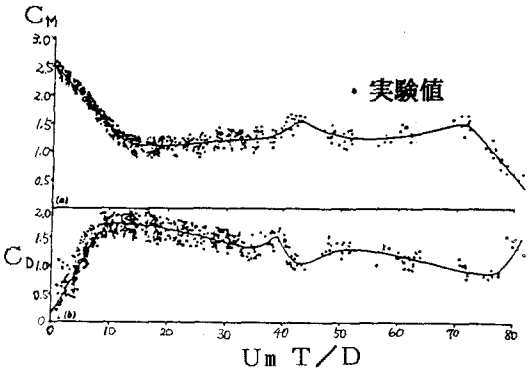


図-5 波動場における円柱の局部流体力係数

- (3) ストークス波とクノイド波による水粒子速度と加速度の算定 (Chakrabarti)
前述の通り、文献14) によって算定する。
(4) 円柱の剛性、質量マトリックスと運動方程式の作成
例えば、文献 1) に述べられた通りである。
(5) 運動方程式の時間積分 ----- 非線形動的応答解析
本論文では、大変形、材料非線形による非線形性は考慮しない。従って、荷重の非線形性のみ考慮するので、適切な時間積分スキームを採用し、各ステップで作用荷重のみに関してイタレーションすればよい。ここでは、モード解析法を採用し、数値積分法として文献2) のスキームを適用する。

4. 二次元水路を用いた円柱の動的実験の概要¹⁸⁾

動的応答解析法および作成した電算機プログラムの検証を主目的として、水中円柱の動的実験を行った。
二次元水路 (長さ80m, 高さ1m、幅80cm、水深70cm) 内に円柱模型を設置し、規則波に対する動的応答 (円柱頂部の変位、加速度、円柱下部の歪、動水圧) を測定した。波は表-1 に示す 8 種類である。円柱供試体の外径は $\phi 60\text{mm}$ と $\phi 90\text{mm}$ の 2 種類とし、図-6 に示す形状であり、

表-1 実験に用いた波

周期 $T(\text{s})$	波高 $H(\text{cm})$	波形勾配 H/L	アーセル数 Ur
2.0	12.5	0.03	1.0
	21.3	0.05	1.7
1.5	8.8	0.03	4.0
	14.6	0.05	6.6
1.0	4.6	0.03	0.9
	7.5	0.05	1.5
0.8	3.3	0.03	0.4
	3.9	0.05	0.5

水深 $d = 70\text{cm}$

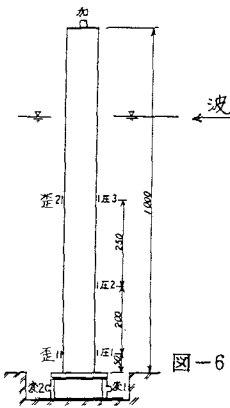


図-6 計測センサーの取り付け位置
(加: 加速度計、歪: 歪ゲージ、変: Ω 形変位形、圧: 圧力計)

材料はアクリル樹脂である。アクリル樹脂のヤング率は、材料試験の結果平均 30000kg/cm²であった。

円柱供試体は非常に軽く、全体の固有周期が波の周期に比べて著しく高くなるため、円柱内部に食塩を入れて重量を増加させた。その結果、円柱供試体の断面定数等は表-2の様になった。本実験では、更に支持条件の違いによる円柱の応答特性を考察するため、図-7に示す台を作製し、この台を介して円柱供試体を水路床に固定した。台のパネ定数は表-3に示す3種類とし、各々、台-1、台-2、台-3と名付けた。

表-2 円柱供試体の諸定数

	φ90(90型)	φ60(60型)
断 面 積 (A)	8,200 cm ²	5,372 cm ²
断面2次モーメント(I)	77.67 cm ⁴	21.88 cm ⁴
ね じ り 剛 性 (J)	155.16 cm ⁴	43.64 cm ⁴
密 度 (ρ)	0.00001052 kg·sec ² /cm ⁴	0.000007067 kg·sec ² /cm ⁴

測定は次の順序で行った。

- a) 表-1に示した8種類の波の水面形および水粒子速度(プロペラ流速計による)の分布。
- b) 円柱供試体の水位0と70cmにおける固有周期と減衰比。
- c) 円柱供試体の波による動的応答。

表-3 3種類の台のパネ定数

	水平方向パネ	垂直方向パネ	回転パネ
	kg/cm	kg/cm	kg・cm
台-1(硬)	350	900	11,210
台-2	192	500	6,300
台-3(軟)	115	300	4,090

変位：台に取りつけた検定済みのΩ形変位計により頂部の変位を測定。

加速度：円柱供試体頂部に取りつけたカンチレバー型加速度計による。

歪：歪ゲージによる。

動水圧：波の来る側の円柱表面に取りつけた圧力計による。

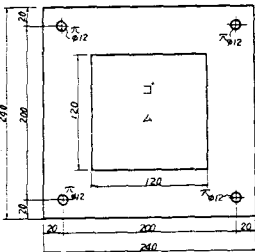
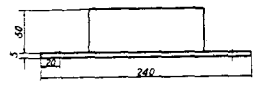
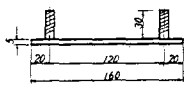


図-7 円柱を水路床に固定するための台

5. 解析結果と測定結果の比較検討

(1) 水粒子速度

実測値と微小振幅波理論、有限振幅波理論による水粒子速度の比較結果を整理すると、表-4の通りである。

表-4 水平方向最大水粒子速度(微：微小振幅波； S：ストークス波； C：クノイド波)

波			水平方向最大水粒子速度 (cm/sec.)																													
周期波数 (Hz)	波高 波長	波高 (cm)	-10cm						-15cm						-25cm						-35cm						-45cm					
			実測値			理論値			実測値	理論値			実測値	理論値			実測値	理論値			実測値	理論値										
			微	S	C	微	S	C		微	S	C		微	S	C		微	S	C		微	S	C								
0.5	0.03	12.5	25.2	24.1	24.6	24.4	24.4	23.0	23.3	23.2	22.2	21.3	21.2	21.1	21.5	19.9	19.5	19.5	21.0	18.9	18.3	18.4										
			24.5	24.1	22.6	22.7	21.5	23.0	21.8	21.9	18.2	21.3	20.4	20.6	17.3	19.9	19.4	19.5	16.0	18.9	18.6	18.7										
	0.05	21.3	43.6	41.0	41.5	40.4	41.4	39.2	39.1	38.1	34.2	36.2	35.1	34.4	32.7	33.9	32.1	31.8	32.0	32.0	32.1	29.9	30.0									
36.5			41.0	35.9	36.5	35.5	39.2	34.9	35.4	33.0	36.2	33.1	33.5	30.5	33.9	31.7	32.0	27.1	32.1	30.6	30.9											
0.667	0.03	8.8	14.4	17.4	17.1	17.6	13.0	16.1	15.7	17.0	11.5	13.8	13.3	15.9	11.0	12.0	11.5	15.0	10.5	10.8	10.2	14.4										
			20.5	17.4	17.4	15.6	19.8	16.1	16.1	15.2	16.2	13.8	14.0	14.6	14.2	12.0	12.4	14.1	13.5	10.8	11.2	13.7										
	0.05	14.6	25.3	28.9	27.9	28.1	22.5	26.6	25.4	26.4	21.1	22.8	21.4	23.6	20.3	20.0	18.3	21.6	17.8	17.9	16.2	20.2										
34.5			28.9	28.4	26.9	32.0	26.6	26.5	25.8	26.0	22.8	23.2	23.9	24.0	20.0	20.7	22.4	21.5	17.9	18.9	21.3											
1.0	0.03	4.6	9.4	9.7	9.5	9.3	8.4	8.0	7.7	9.2	7.2	5.4	5.2	8.9																		
			11.4	9.7	9.9	8.0	10.0	8.0	8.2	7.9	7.5	5.4	5.6	7.7																		
	0.05	7.5	12.2	15.9	15.1	15.1	11.0	13.0	12.3	14.6	9.7	8.8	8.2	13.8																		
16.0			15.9	16.2	13.2	13.5	13.0	13.5	12.9	10.0	8.8	9.4	12.5																			
1.25	0.03	3.3	8.5	6.9	6.7	6.7	7.5	5.0	4.9	6.6																						
			8.9	6.9	7.0	5.7	8.2	5.0	5.2	5.6																						
	0.05	3.9	9.5	8.2	7.9	7.7	9.1	6.0	5.7	7.6																						
10.1			8.2	8.3	6.6	9.8	6.0	6.2	6.5																							

(上段：正方向、下段：負方向)

周波数1.25Hzの場合には、理論値と実測値の間に差が見られるが、流速計の性能、水路の特性などが差違を生じた原因と考えられる。他の波では、理論値(微小振幅波、ストークス波、クノイド波)の間に大きな違いがなく、実測値とも良く一致しているが、実測値の正方向と負方向で最大値が若干異なり、負方向の大きくなる傾向が見られる。理論値では両方向ともほぼ等しい。この違いは、水路内で波による質量輸送の結果生じるもどり流の影響と考えられる。

(2) 円柱の固有周期と減衰比

二次元水路床に固定した円柱の空中および水中(水深70cm)における一次固有周期と減衰比の測定結果は表-5の通りである。減衰比 ζ は、自由振動波形から

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{v_{n-1}}{v_n} \quad (8)$$

で求められる。ここで、 v_n 、 v_{n-1} は適当な隣りあうピーク値を読みとったものである。固有周期について、

解析値との対比は水位0の場合のみ行っているが、比較的よく一致している(表-5)。減衰比は0.032~0.088の間にあり、台のバネ定数が小さくなり、周期が遅くなる程、大きくなる傾向がある。

(3) 円柱供試体の動的応答

円柱供試体各部に生じる加速度、動水圧、変位、歪は時系列で記録されたが、波の周期と波高、構造物の固有周期と減衰比などにより種々の様相を呈し、その応答特性を比較する尺度がない。そこで、各記録の最大応答値のみ(変位については、解析値との比較図を示すため除外)を読みとり、表-6に示した。表中、— は読みとり不可能の場合を示している。

円柱に最大の変位応答を生じさせた波は、周期2秒、波高21.3cm、波形勾配0.05であった。同一の波に対しては、台のバネ定数が小さい程、大きな変位を生じ、加速度もほぼ同様の傾向を示す。同一の波、同一の円柱に対して今回の実験条件では、動水圧は台のバネ定数に関係なく互いに近い値を示すことが注目される。水粒子速度(表-4)に比較して、供試体の速度が相対的に小さいからであり、波の周期と円柱の固有周期がかけ離れていれば、一般に相互作用が殆んど無視できることを意味している。

次に、台1-90(台-1の上に $\phi 90\text{mm}$ の円柱を置くことを意味する)、台3-90、台1-60、台3-60の供試体に、周期2秒、波高21.3cm、波形勾配0.05および周期1秒、波高7.5cm、波形勾配0.05の波を作用させた時の円柱頂部の変位応答波形を、理論値と実測値で比較して図-8に示した。それ以外の他のケースについても殆んど同様であった。波の周期で振動する上に構造固有の振動が重畳する変位応答の傾向は、実測値で少なく、解析値でより明瞭であるが、全体的に見て解析値は実測値を良くシミュレーションしており、実験精度も考えあわせれば十分よい結果と言える。従って、波力の算定法、非線形動的応答解析法および解析プログラムの妥当性、適用可能性は確認されたと言える。

解析値の中で、周期1秒の波($H/d=0.107$, $U_r=6.6$)に対しては、微小振幅波理論とストークス波理論による結果が殆んど一致しているのに対して、クノイド波理論による結果が若干大きめである。周期2秒の波($H/d=0.304$, $U_r=17.0$)に対しては、ストークス波理論とクノイド波理論による結果が殆んど一致するのに対して、微小振幅波理論による結果は若干異なり、実測値はストークス波、クノイド波理論による結果に近い傾向にある。

なお、加速度、動水圧、歪については、測定値と解析値の比較を行っていない。

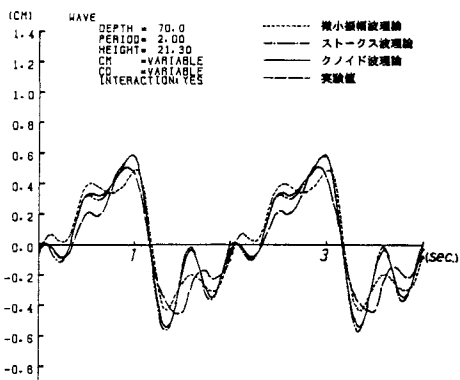
表-5 円柱供試体の固有周期と減衰比

	空 中 (水位0)			水 中 (水深70cm)		
	周期 (T)	周波数 (Hz)	減衰比 (ζ)	周期 (T)	周波数 (Hz)	減衰比 (ζ)
	(sec)			(sec)		
台1-90	0.34	2.94 (2.97)	0.032	0.38	2.63	0.065
台2-90	0.45	2.22 (2.28)	0.043	0.52	1.92	0.076
台3-90	0.56	1.79 (1.85)	0.058	0.64	1.56	0.081
台1-60	0.23	4.17 (3.99)	0.040	0.27	3.70	0.043
台2-60	0.30	3.33 (3.20)	0.044	0.35	2.86	0.060
台3-60	0.36	2.78 (2.66)	0.062	0.42	2.38	0.088

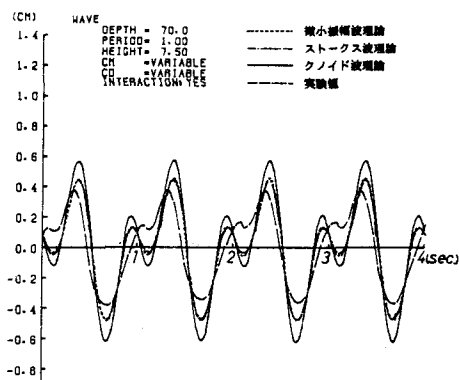
() 内は解析値

表-6 波に対する最大応答実測値

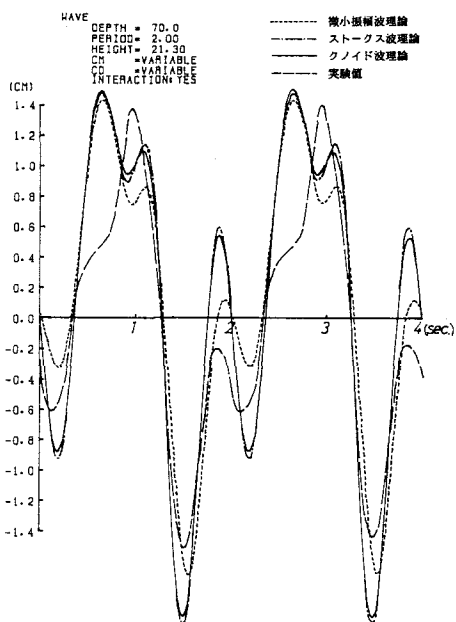
周期 sec.	波高 cm	波形 勾配	台及び 円柱径	加速度 (G)	水圧1 g/cm ²	水圧2 g/cm ²	水圧3 g/cm ²	歪1	歪2
2.0	12.5	0.03	台1-90	—	—	10.92	12.97	57.20	—
			台2-90	0.426×10^{-1}	13.62	9.69	7.67	57.29	—
			台3-90	0.657×10^{-1}	10.90	8.64	11.00	53.33	—
			台1-60	0.230×10^{-1}	8.78	8.68	9.00	47.22	13.61
			台2-60	0.504×10^{-1}	12.27	11.58	12.70	71.43	—
			台3-60	—	11.47	11.98	10.67	68.52	—
	21.3	0.05	台1-90	—	—	15.92	19.73	103.32	—
			台2-90	0.54×10^{-1}	18.63	14.14	18.75	115.79	—
			台3-90	0.12	16.83	12.66	16.08	111.77	—
			台1-60	0.47×10^{-1}	12.43	13.27	19.02	127.78	22.14
			台1-60	—	17.24	14.56	—	138.57	—
			台3-60	—	16.18	18.90	17.45	142.59	—
1.5	8.8	0.03	台1-90	—	—	5.48	9.80	50.00	—
			台2-90	0.49×10^{-1}	8.93	7.98	7.94	58.16	—
			台3-90	0.66×10^{-1}	5.41	—	8.18	61.05	—
			台1-60	0.24×10^{-1}	7.50	4.67	7.39	52.73	12.70
			台2-60	—	8.79	4.66	8.31	61.85	—
			台3-60	—	8.18	7.13	9.40	62.96	—
	14.6	0.05	台1-90	—	—	8.64	14.46	87.22	—
			台2-90	0.64×10^{-1}	10.78	8.96	11.72	90.62	—
			台3-90	0.12	9.47	7.82	10.53	95.16	—
			台1-60	0.42×10^{-1}	10.63	7.30	12.07	91.82	21.43
			台2-60	—	10.06	9.55	11.27	105.25	—
			台3-60	—	11.33	11.80	13.23	111.11	—
1.0	4.6	0.03	台1-90	0.29×10^{-1}	—	—	—	35.19	—
			台2-90	0.67×10^{-1}	—	—	3.99	41.25	—
			台3-90	0.83×10^{-1}	—	—	—	43.44	—
			台1-60	0.20×10^{-1}	1.97	2.39	2.30	39.82	13.91
			台2-60	0.32×10^{-1}	3.21	3.19	2.85	47.55	—
			台3-60	—	3.33	—	—	53.85	—
	7.5	0.05	台1-90	0.57×10^{-1}	—	—	—	61.48	—
			台2-90	0.11	4.02	3.27	5.23	72.50	—
			台3-90	0.12	3.03	—	—	63.71	17.07
			台1-60	0.25×10^{-1}	3.28	4.13	3.54	59.26	15.63
			台2-60	0.50×10^{-1}	4.63	4.19	4.30	76.63	19.35
			台3-60	0.56×10^{-1}	3.94	—	—	78.85	20.69
0.8	3.3	0.03	台1-90	0.43×10^{-1}	—	—	—	39.27	—
			台2-90	0.72×10^{-1}	—	—	—	46.62	—
			台3-90	0.99×10^{-1}	—	—	—	51.00	16.73
			台1-60	0.18×10^{-1}	1.46	1.81	3.34	57.35	13.97
			台2-60	0.36×10^{-1}	—	—	—	38.67	—
			台3-60	0.59×10^{-1}	—	—	—	44.44	7.24
	3.9	0.05	台1-90	—	—	—	—	61.12	—
			台2-90	0.82×10^{-1}	—	—	—	39.64	—
			台3-90	—	—	—	—	—	18.97
			台1-60	0.41×10^{-1}	1.40	1.60	1.78	102.94	20.80
			台2-60	0.67×10^{-1}	—	—	—	45.85	—
			台3-60	0.89×10^{-1}	—	—	—	—	18.97



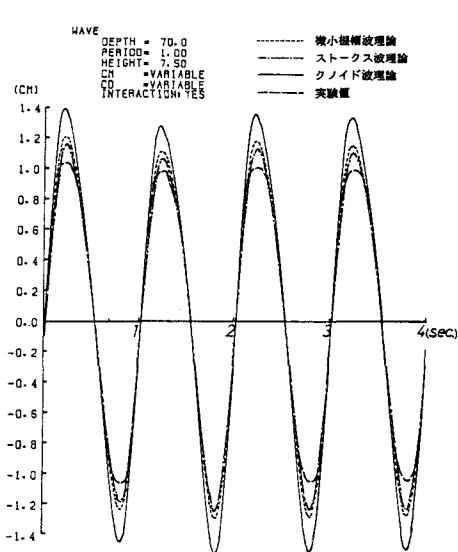
(a) 台 1-90 (T=2.0sec., H=21.3cm)



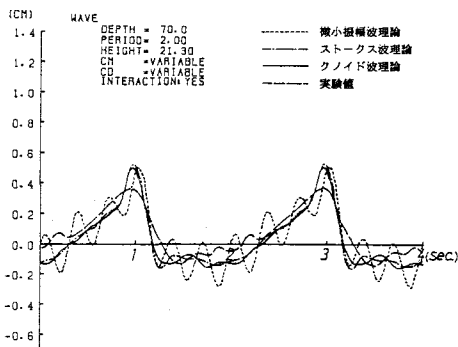
(b) 台 1-90 (T=1.0sec., H=7.5cm)



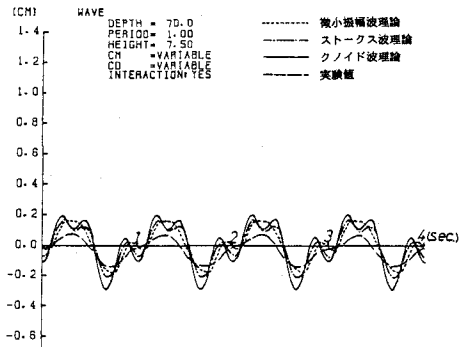
(c) 台 3-90 (T=2.0sec., H=21.3cm)



(d) 台 3-90 (T=1.0sec., H=7.5cm)



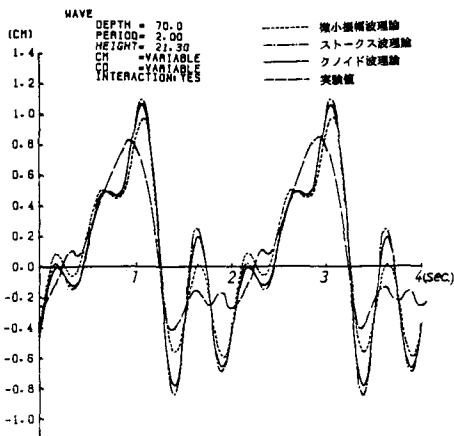
(e) 台 1-60 (T=2.0sec., H=21.3cm)



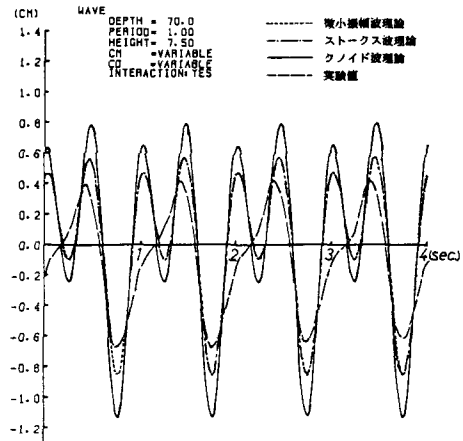
(f) 台 1-60 (T=1.0sec., H=7.5cm)

図-8 定常状態における変位応答波形の比較

(図中、横軸は時間スケールを示すのみ)



(g) 台 3-60 (T=2.0sec., H=21.3cm)



(h) 台 3-60 (T=1.0sec., H=7.5cm)

図-8 (続 き)

(4) 波動理論の相違が円柱の動的応答に及ぼす影響

以上の解析値と実測値の比較検討を通して、水中円柱の波に対する挙動特性の一部が明確になり、解析法の有効性も明らかになった。しかしながら、表-1の8種類の波は与えられた実験条件から選択されたものであり、必ずしも波動理論の検討に最適とは言えない。その結果として、 $0.047 < H/d < 0.304$, $0.4 < U_r < 17$ の範囲に留ったため、図-8で確認されたように、3種類の理論値の間に大差がなく、 H/d が小さい場合に微小振幅波理論とストークス波理論がよく一致し、 $U_r = 17$ のケースではストークス波理論とクノイド波理論がよく一致し、 U_r が小さければクノイド波理論がストークス波理論より大きくなる傾向を見出すに留った。

そこで、次のステップとして、表-7

に示す波について水中円柱の応答解析を行い、結果を比較する。表中、空白の部分は碎波限界外で、波そのものが存在しない。水深は70cmとし、円柱はφ90mmの供試体と同じものとし、床パネは剛とする。減衰比は 0.05 で計算する。

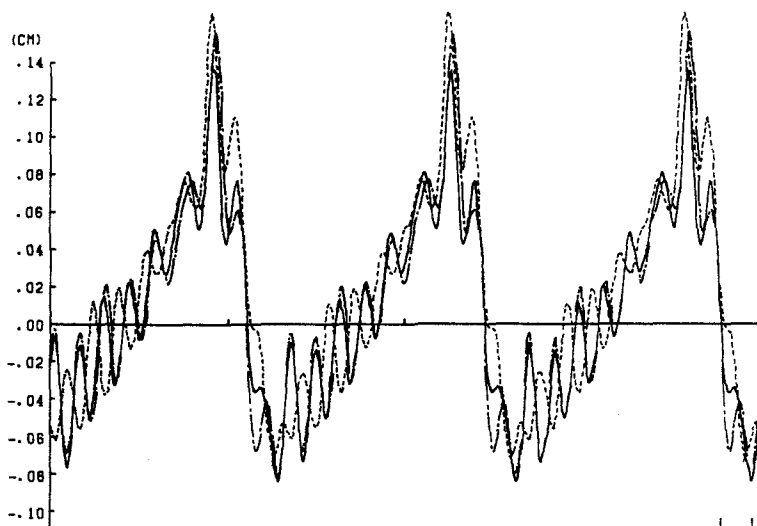
$H/d = 0.4$ で、 $U_r = 10, 25, 40, 100$ の各ケースについて、3種類の波動理論に基づく円柱頂部の変位応答結果を図-9に比較して示す。 $U_r = 10, 25$ では、3者はほぼ一致するが、 $U_r = 40$ では、有限振幅波が微小振幅波に比べてピークが高く尖る傾向が見られ、ストークス波とクノイド波では差違が見られない。 $U_r = 100$ では、微小振幅波はさらに丸味を帯び、ストークス波では明らかに適用範囲外であるため、顕著な二次波峰の発生(図-10 参照)により極端に大きな変位を生じてい

表-7 波動理論による影響を検討するための波
(微:微小振幅波; S:ストークス波; C:クノイド波)

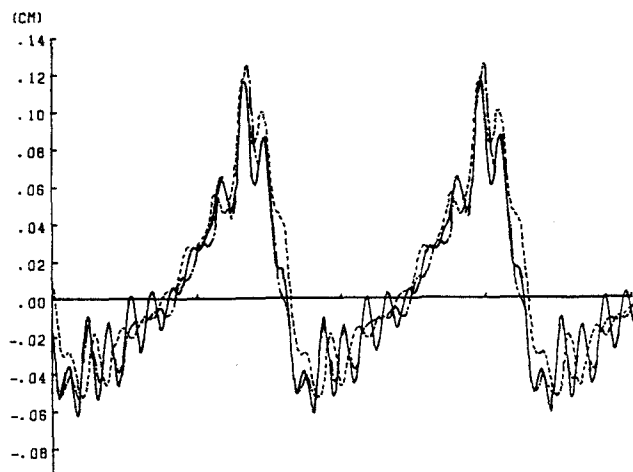
		$U_r = gHT^2/d^2$				
		1	10	25	40	100
H/d	0.1	微 S C	微 S C	微 S C	微 S C	微 S C
	0.2		微 S C	微 S C	微 S C	微 S C
	0.3		微 S C	微 S C	微 S C	微 S C
	0.4		微 S C	微 S C	微 S C	微 S C
	0.5			微 S C	微 S C	微 S C
	0.6			微 S C	微 S C	微 S C
	0.7				微 S C	微 S C

表-8 検討の結果、適用可能と判断された波動理論
(微:微小振幅波; S:ストークス波; C:クノイド波)

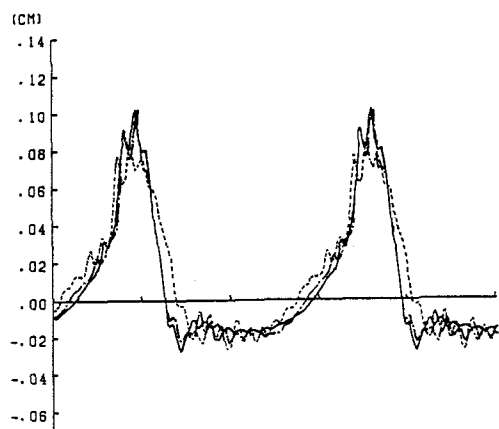
		$U_r = gHT^2/d^2$				
		1	10	25	40	100
H/d	0.1	微 S	微 S C	微 S C	微 S C	C
	0.2		微 S C	微 S C	微 S C	C
	0.3		微 S C	微 S C	S C	C
	0.4		微 S C	微 S C	S C	C
	0.5			S C	S C	C
	0.6			S C	C	C
	0.7					C



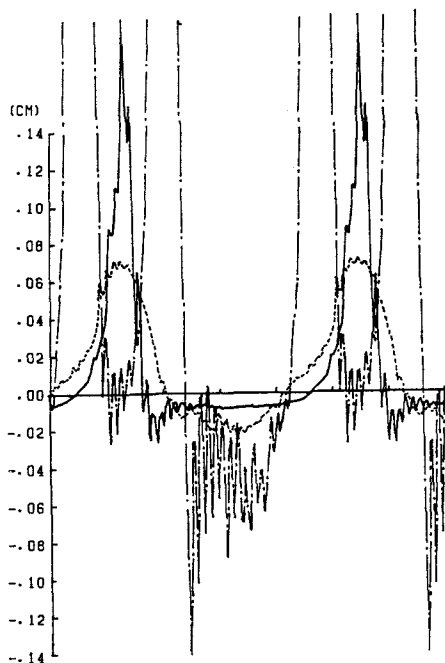
(a) $U_r = 10$ の場合



(b) $U_r = 25$ の場合



(c) $U_r = 40$ の場合



(d) $U_r = 100$ の場合

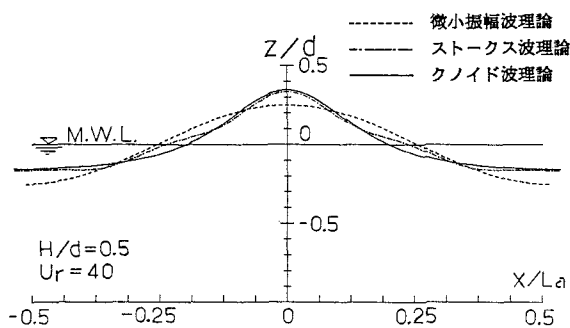


図-10 ストークス波の二次波峰の例

図-9 各波動理論に基づく変位
応答解析結果 ($H/d = 0.4$)

- 微小振幅波理論
- · - · - ストークス波理論
- クノイド波理論

る。クノイド波では図-2に示したように、水粒子速度と加速度のピーク位相が近づき、クレストが通過する際に瞬間的に大きな波力を生じて円柱を大きく変位させる様子があらわれている。図-9は、適用波動理論の違いが円柱の動的応答に与える影響を、定性的、定量的によく表わしている。

H/d のすべての場合 ($H/d=0.1\sim0.7$) について、同様の考察を行い、

- ① 波動理論により異なる円柱の変位応答が得られた場合は、2章で考察した波動理論の知識に基づいて一方を選択する。
- ② 微小振幅波理論を用いた場合、 H/d および U_r が大きくなり、有限振幅波理論による計算結果より丸味を帯びて、変位応答のピーク値が明らかに下ってくれば、採用不適とする。
- ③ ストークス波理論の場合、二次波峰による計算上の見かけのエネルギー増大が顕著になれば、採用不適とする。
- ④ クノイド波理論を用いた場合、 U_r が小さくなって、ストークス波理論による応答より明らかに大きくなれば採用不適とする。

このような判断基準で、各理論の適用範囲を整理すると表-8になる。表中、□は上記基準に照して判断が難しいことを意味している。表-8は、クノイド波理論が $U_r \geq 10$ ですべての H/d に対して幅広く適用可能であるのに対して、微小振幅波理論とストークス波理論はほぼ同じ範囲をカバーするが、ストークス波の方がより大きい H/d の範囲まで適用可能なことを示している。

以上の結果は、2章で検討した波動理論の立場から推奨できる各理論の適用範囲と大きく異なることはない。しかしながら、ストークス波とクノイド波の両理論が $10 \leq U_r \leq 40$ の範囲で適用可能とした点は明らかに異っている。

6. 結 論

以上、波動理論（微小振幅波理論、ストークス波理論、クノイド波理論）の適用範囲について、海岸工学の分野で一応の提案がなされているものの、必ずしも共通認識にまで至っていない現状に鑑み、構造解析の立場から波動理論の適用範囲についての一検討を行った。

得られた結果を要約すると以下の通りである。

- 1) $U_r=25$ 近辺でストークス波とクノイド波のエネルギー密度が連続的につながる。 $U_r=25$ を大きく外れて不適当な理論を用いれば、見かけ上のエネルギー密度が極端に大きくなる。
- 2) 微小振幅波理論に比べて、有限振幅波理論では水粒子速度、加速度のピーク位相が近付き、波のクレスト部分で大きな波力を生じる。特に、 U_r が大きい場合のクノイド波ではこの現象が顕著である。
- 3) 二次元水路を用いた円柱の動的応答実験および解析の結果、非線形動的応答解析法、および作成した計算プログラムの有効性が確認できた。実験および解析によるパラメータスタディを通して、各波動理論による円柱の変位応答特性が明らかになった。それらは、無次元数 H/d 、 U_r を用いて表-8に集約した通りである。

言うまでも無く、表-8は波については無次元量を採用し、一般的に取り扱っているが、円柱については限られた条件を設定しており、すべての場合に当てはまるわけではない。極端に剛性が低く、波と構造物が共振するような場合には、又、異った現象を生じるであろう。しかし、一般の着底式海洋構造物の剛性は高く、固有周期も短いので、本論文での検討結果が当てはまるものと考えられる。

謝辞 有限振幅波の計算法、適用範囲につき、海岸工学の立場から種々の御指摘、御指導を頂きました横浜国立大学土木工学科 磯部雅彦助教授に深く感謝いたします。

参考文献

- 1) Przemieniecki, J : Theory of Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill, 1968
- 2) 塩尻弘雄・中村秀治：構造解析における動的応答解析の一方法について，土木学会論文報告集，No.246, 1976
- 3) Morison, J. R., Johnson, J. W. and O'Brien, M. P. : Experimental Studies of Forces on Piles, Proc. Fourth Conf. on Coastal Eng., 1953, pp340~370
- 4) 桜井彰雄：水中構造物の振動，電力中央研究所報告，土木63006, 1963
- 5) Cho, M. : Ocean Structure Interaction Problem, Univ. of Calif., Los Angeles, Ph.D. dissertation, 1971
- 6) Bea, R. G., Audibert, J. and Akky, M. R. : Earthquake Response of Offshore Platforms, Proc. of ASCE, ST2, 1979, Feb.
- 7) Selna, L. and Cho, D. : Resonant Response of Offshore Structures, Proc. of ASCE, WW1, 1972, Feb.
- 8) Ross, H. E. : Dynamic Response of Laterally Loaded Offshore Piling, Sea Grant Publication No.TAMU-SG-70-224, Coastal and Ocean Engineering Div., Report No. 132-C.O. E., Texas A & M Univ., 1970
- 9) Shubinski, R., Wilson, E. and Selna, L. : Dynamic Response of Deepwater Structures, Proc. of the Conference on Civil Engineering in the Oceans, San Francisco, 1967, pp.123~146
- 10) 倉田 進・川瀬健夫・西村一人：大型海洋構造物の波浪による動的応答、第23回海岸工学論文集，1976
- 11) 花村哲也・田中良弘・大阪 一：柱状構造物の波浪応答解析と現地観測，第23回海岸工学論文集，1976
- 12) 土屋義人・山口正隆：直円柱に作用する全波力について，土木学会論文報告集，No.227, 1974
- 13) 堀川 清：海岸工学，東京大学出版会，1973
- 14) 磯部雅彦・西村仁嗣・堀川 清：保存波の摂動解の波高による表示，第33回年次学術講演会概要集，II，1978，pp.760~761
- 15) Dean, R. G. : Stream Function Representation of Nonlinear Ocean Waves, Journal of Geophysical Research, Vol.70, No.18, 1965
- 16) 小田一紀：構造物に作用する波力 —— 円柱構造物を中心として ——、土木学会水工学研修会講義集、1982
- 17) Chakrabarti, S. K. : Inline Forces on Fixed Vertical Cylinder in Waves, Proc. of ASCE, WW2, 1980, pp.145~155
- 18) 中村秀治・榊山 勉、他：円形断面部材で構成された骨組構造物の波力に対する動的挙動の検討，電力中央研究所報告，研究報告83053, 1984
- 19) 丸山康樹・榊山 勉・鹿島遼一・斎藤昭三・清水隆夫：実規模波浪を用いた碎波帯近傍の波高、水粒子速度に関する実験的検討，電力中央研究所報告，研究報告382034, 1983
- 20) 磯部雅彦：海洋構造物の設計における波動理論の適用限界について、横浜国立大学水理研究室報告、No.84-3, 1984