

曲げとせん断を考慮した2次元切頭くさび形梁モデルを用いたフィルダムの固有振動数解析

NATURAL FREQUENCY OF A FILL DAM BY MEANS OF TWO-DIMENSIONAL TRUNCATED WEDGE
TAKING SHEAR AND BENDING MOMENT EFFECTS INTO ACCOUNT

岸 徳 光*・能 町 純 雄**・松 岡 健 一***

by Norimitsu KISHI, Sumio G. NOMACHI and Kenichi G. MATSUOKA

In this paper, the discussion is confined the truncated inhomogeneous dam which can account for the variation of $G=G_m(z/h)^n$ where G :shear modulus, z :distance from the top of dam, h :dam height, n :rigidity index, and the valley shape is assumed to be rectangular. Consideration of the bending moment and the shear in vertical direction together with the shear and its moment on the section parallel to the stream leads to the fundamental dynamic equations of the dam.

The equations are treated by means of finite difference method, to find the natural frequencies and natural modes of the dam, from which the effects of the variation of G , the dam length, the bottom width of the dam and its truncation on the natural frequency are studied.

1. まえがき

フィルタイプダムの動的問題において、現場実測から得られた低次モードのモード分布と定剛性モデル¹⁾による解析結果から得られる分布が互いに一致せず、その主な原因が堤体の剛性が一様でないことから生ずるものであるため、堤体の高さ方向の剛性変化やコア一部とフィル部との材料的な剛性の差異を考慮して解析すべきであると指摘されている²⁾。沢田等³⁾は国内の大型ロックフィルダムについて弾性波試験法を用いた現位置実測を行い堤体の物性値と動特性について検討を加えているが、弾性波速度は大略天端からの高さの1/3乗に比例すること、また上下流方向振動モードは谷形状によって大きく影響され、U字谷ではほぼせん断変形に近いが、V字谷では堤体上部で顕著な増幅特性があることを報告している。Abdel-Ghaffer等⁴⁾も現地実測によりフィルダムは主に非粘着性材料から構成されていると考えることができ、せん断剛性が拘束応力とともに変化することを報告している。Gazetas⁵⁾はせん断剛性が天端からの高さの2/3乗に比例する(この値は沢田等³⁾が示した値と同一である)とし、Abdel-Ghaffer等⁴⁾は実測結果と比較してその妥当性を示して、新しい不均質せん断梁理論を展開している。Okazaki等⁶⁾はフィルダムの多質点系振動解析を行い、谷幅が狭い場合には谷部の拘束により谷幅無限長の場合より固有振動数が高くなることを示している。一方、大

* 工博 室蘭工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27番1号)

** 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

*** 工博 室蘭工業大学教授 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27番1号)

町等^{7) 8)}は任意形状の谷に位置するダム地震応答解析を簡略かつ効果的に行うために、ダムを一種の立体的な変断面梁と考え、高さ方向に谷幅無限長ダムの振動モードを、ダム軸方向に線形分布の変位関数を仮定し有限要素定式化を行っている。また、国生等⁹⁾はフィルタイプダムのような構造物はせん断振動が優勢であるが多少曲げが伴うことを指摘し、均質な奥行き無限長のくさび形梁について、Rayreigh-Ritzの方法を用いせん断曲げ振動を解析している。

このように物性値のより適切な評価とともにより有効な解析理論へと展開されているが、ダムの自由振動特性は剛性の高さ方向変化、ダム長、ダム底幅、谷形状、ダムのくさび形状の切頭の大きさ等、ダムの三次元的な形状によって大きく異なってくるものと考えられる。また、国生等⁹⁾が指摘したようにダム底幅やダム軸方向の波長がダム高さに比して小さくなれば、振動モードには曲げの要素が現れると想定されるが、これまでの諸理論の多くは谷幅無限長のせん断梁モデルを基礎にしており、曲げの影響について検討を行っているものは少ないようである。

本論文は、矩形状の谷形状を有するダムに限定して上下流方向のせん断剛性分布を一様とした不均質切頭くさび形梁モデルに高さ方向には曲げモーメントおよびせん断力を考慮し、ダム軸方向にはせん断力、ねじりモーメントを考慮した振動数方程式を定式化し、上記諸パラメーターによる固有振動数への影響について検討を行ったものである。

2. 解析法

(1) 振動数方程式の定式化

Fig.1に示すように、矩形状の谷に位置するようなダムにおいて、上下流方向のダム断面形状は三角形断面頂部を切り落した切頭くさび形断面形状を有するものと仮定して、堤体高さを h 、切頭部高さを h' 、くさび形の高さを H とし、堤体底幅を B 、谷幅を L とする。また、座標はダム軸方向に x 軸、上下流方向に y 軸、ダム天端から堤体底部方向に z 軸をとり、対応する変位成分を u 、 v 、 w とする。ここではダムの三次元自由振動のうち特に上下流方向の振動成分を対象とするため、 y 軸方向に平面保持を仮定して次のように変位をおく。すなわち、

$$u = 0 \quad \dots\dots\dots (1.a)$$

$$v = v(x, z) \quad \dots\dots\dots (1.b)$$

$$w = y \cdot \phi(x, z) \quad \dots\dots\dots (1.c)$$

である。

いま、 ρ をダムの単位体積質量、 Bz 、 Lz をそれぞれ z 断面における上下流方向の幅、ダム軸回りの断面2次モーメントとする。 Qz 、 Qx を z 断面および x 断面に作用するせん断力、 Mz 、 Mzx を σz 、 τzx によるモーメントとすれば、 y 方向の力のつりあい式、 x 軸に関するモーメントのつりあい式は慣性力を考慮してFig.2より次のように示される。

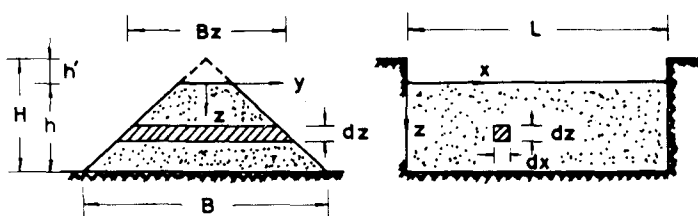


Fig.-1 Two-dimensional truncated wedge modeling of dam geometry

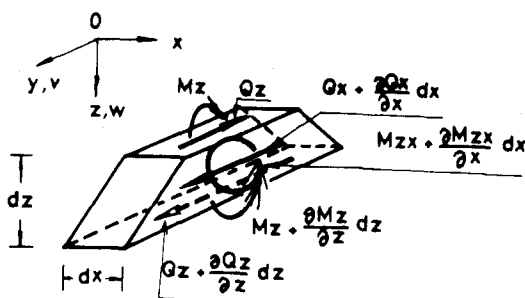


Fig.-2 All forces acting on infinitesimal body

$$\partial Q_x / \partial x + \partial Q_z / \partial z = \rho B z \partial^2 v / \partial t^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\partial M_{zx} / \partial x - Q_z + \partial M_z / \partial z = \rho I_z \partial^2 \phi / \partial t^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

上記断面力と変位の関係式はz断面におけるヤング率，せん断弾性係数をそれぞれEz，Gzとおくと，式(4)のようになる。

$$Q_z = G_z B z (\phi + \partial v / \partial z) \quad \dots\dots\dots (4.a)$$

$$Q_x = G_z B z \partial v / \partial x \quad \dots\dots\dots (4.b)$$

$$M_z = E_z I_z \partial \phi / \partial z \quad \dots\dots\dots (4.c)$$

$$M_{zx} = E_z I_z \partial \phi / \partial z \quad \dots\dots\dots (4.d)$$

Qzに関するせん断補正係数はくさび形梁の場合に1.0であることが証明されており¹⁰⁾，ここでもその結果を準用する。また，Qxについても簡略化して1.0としている。

各振動成分に対してダム軸方向の変形モードをm次の三角関数分布とし，角速度pなる調和関数を想定する。

$$v = V \sin m \pi x / L \cdot \sin p t \quad \dots\dots\dots (5.a)$$

$$\phi = \Psi \sin m \pi x / L \cdot \sin p t \quad \dots\dots\dots (5.b)$$

$$Q_z = Q_z \sin m \pi x / L \cdot \sin p t \quad \dots\dots\dots (5.c)$$

$$Q_x = Q_x \cos m \pi x / L \cdot \sin p t \quad \dots\dots\dots (5.d)$$

$$M_z = M_z \sin m \pi x / L \cdot \sin p t \quad \dots\dots\dots (5.e)$$

$$M_{zx} = M_{zx} \cos m \pi x / L \cdot \sin p t \quad \dots\dots\dots (5.f)$$

ただし，振動数方程式を単純化した形にするためにΨは次式に示すようにおく。すなわち，

$$z^2 \Psi = \theta \quad \dots\dots\dots (6)$$

である。さらに座標，ダムの断面形状係数に関する無次元パラメーターを次のように定義すると，

$$\xi = x / h, \quad \eta = z / h \quad \dots\dots\dots (7.a,b)$$

$$r_h = h' / h, \quad r_L = h / L \quad \dots\dots\dots (7.c,d)$$

$$r_B = H / B, \quad K' = h' / H \quad \dots\dots\dots (7.e,f)$$

$$\mu = 1 / (12 \cdot r_B^3) \quad \dots\dots\dots (7.g)$$

Bz，Izはそれぞれ，

$$B z = (\eta + r_h) \cdot h / r_B \quad \dots\dots\dots (8.a)$$

$$I z = \mu h^3 \cdot (\eta + r_h)^3 \quad \dots\dots\dots (8.b)$$

また，質量ρ，ポアソン比νは一定とし，せん断弾性係数，ヤング率は一般化して次式のように仮定する。

$$G_z = G_m \eta^n, \quad E_z = E_m \eta^n \quad \dots\dots\dots (9)$$

Gm，Emはそれぞれ堤体底部のせん断弾性係数，ヤング係数である。ここで，n=0の場合は剛性分布が一樣な場合であり，n=1/3の場合は飯田¹¹⁾が砂粒体に予想した値，n=2/3は沢田等³⁾やAbdel-Gaffer等⁴⁾が実験的に求めた値であり，またGazetas⁵⁾が不均質せん断梁モデルに用いている値である。

変位振幅V，θ，と円振動数pを次式のようにおく。

$$V = G_m V, \quad \Theta = G_m \theta / h \quad \dots\dots\dots (10.a,b)$$

$$\beta = p h / C_s \quad \dots\dots\dots (10.c)$$

ただし，Csは堤体底部のせん断波速度で，Cs = √Gm / ρ として示される。

以上，式(2)，(3)に式(4)～(10)を代入して整理すると，次のようにQz，Θ，Qxに関する振動数方程式が得られる。すなわち，

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Q_z}{d \eta^2} - \left(\frac{\eta}{\eta + r_h} \right) \frac{1}{\eta} \frac{d Q_z}{d \eta} + \beta^2 \frac{1}{\eta^n} Q_z = \\ \beta^2 \frac{1}{r_B} \left(\frac{\eta + r_h}{\eta} \right) \frac{1}{\eta} \Theta + (m \pi r_L) \left\{ \frac{d Q_x}{d \eta} - \left(\frac{\eta}{\eta + r_h} \right) \frac{1}{\eta} Q_x \right\} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Theta}{d \eta^2} = & \left\{ (1 - n) + \frac{3 r_h}{\eta + r_h} \right\} \frac{1}{\eta} \frac{d \Theta}{d \eta} \\ & + \left\{ \beta^2 \frac{G_{\square}}{E_{\square}} \frac{1}{\eta^n} - \left(2n - \frac{6 r_h}{\eta + r_h} \right) \frac{1}{\eta^2} - (m \pi r_h)^2 \frac{G_{\square}}{E_{\square}} \right\} \Theta = \\ & \frac{G_{\square}}{E_{\square} \mu} \left(\frac{\eta}{\eta + r_h} \right)^2 \frac{1}{\eta^{n+1}} Q_z \end{aligned} \quad (12)$$

Q_x と Q_z , Θ との関係式は式(4)より

$$\begin{aligned} \frac{d Q_x}{d \eta} = & \left(n + \frac{\eta}{\eta + r_h} \right) \frac{1}{\eta} Q_x = \\ & (m \pi r_h) \left\{ Q_z - \frac{1}{r_h} \left(\frac{\eta + r_h}{\eta} \right) \eta^{n+1} \Theta \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

特に $n=0$, $r_h=0$ の場合, 式(11)~(13)は次のように示される.

$$\frac{d^2 Q_z}{d \eta^2} - \frac{1}{\eta} \frac{d Q_z}{d \eta} + \bar{\beta}^2 Q_z = \bar{\beta}^2 \frac{1}{r_h} \frac{1}{\eta} \Theta \quad (14)$$

$$\frac{d^2 \Theta}{d \eta^2} - \frac{1}{\eta} \frac{d \Theta}{d \eta} + \bar{\beta}^2 \frac{G_{\square}}{E_{\square}} \Theta = \frac{G_{\square}}{E_{\square} \mu} \frac{1}{\eta} Q_z \quad (15)$$

ただし,

$$\bar{\beta}^2 = \beta^2 - (m \pi r_h)^2 \quad (16)$$

である. 上式(14), (15)は大町等⁸⁾が導いている $n=0$ の場合の二次元せん断梁理論と同じような特性を有している. すなわち, 任意の谷幅 L に対する固有振動モードの分布は谷幅無限大の場合の分布に一致し, 固有振動数も式(16)より谷幅無限大の振動数より容易に求めることができる.

以上, 式(11)~(16)は曲げとせん断を考慮した二次元切頭くさび形梁に関する固有振動数方程式である. なお, 二次元不均質せん断梁理論は本理論式において, $\psi=0$ とおくことにより容易に導くことができる.

(2) 差分法を用いた固有値方程式の誘導

式(11)~(16)を解析するにあたり二次元切頭くさび形梁の境界条件を示す. x 軸方向における境界条件は自然境界を仮定する. z 軸方向に関しては, 天端 $\eta=0$ において,

$$Q_z = 0, \quad M_z = 0 \quad (17. a, b)$$

底部 $\eta=1$ において

$$\Theta = 0, \quad V = 0 \quad (18. a, b)$$

である. 境界条件式(17)~(18)を用いて式(11)~(16)を解析的に解くことは極めて困難であるものと考えられるので, ここでは差分方程式に変換して解析を行うこととする.

本解析において用いた各微係数の差分式は分割数を k , 差分点間隔を $\Delta \eta = 1/k$ とし, 関数が f の場合の i 点における f 値を f にサフィックス i をつけて f_i とすると,

$2 \leq i \leq k-2$ では,

$$d^2 f / d \eta^2 = (-f_{i+2} + 16f_{i+1} - 30f_i + 16f_{i-1} - f_{i-2}) / (12\Delta \eta^2) \quad (19)$$

$$df / d \eta = (f_{i+2} - 8f_{i+1} + 8f_{i-1} - f_{i-2}) / (12\Delta \eta) \quad (20)$$

$i=0$ では,

$$df / d \eta = (-25f_0 + 48f_1 - 36f_2 + 16f_3 - 3f_4) / (12\Delta \eta) \quad (21)$$

$i=1$ では,

$$d^2 f / d \eta^2 = (11f_0 - 20f_1 + 6f_2 + 4f_3 - 4f_4) / (12\Delta \eta^2) \quad (22)$$

$$df / d \eta = (-3f_0 - 10f_1 + 18f_2 - 6f_3 + f_4) / (12\Delta \eta) \quad (23)$$

$i = k - 1$ では,

$$d^2 f / d \eta^2 = (-f_{k-4} + 4f_{k-3} + 6f_{k-2} - 20f_{k-1} + 11f_k) / (12\Delta \eta^2) \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$df / d \eta = (-f_{k-4} + 6f_{k-3} - 18f_{k-2} + 10f_{k-1} + 3f_k) / (12\Delta \eta) \quad \dots\dots\dots (25)$$

$i = k$ では,

$$df / d \eta = (3f_{k-4} - 16f_{k-3} + 36f_{k-2} - 48f_{k-1} + 25f_k) / (12\Delta \eta) \quad \dots\dots\dots (26)$$

である。ただし、 $i = 0$ 、 k 点における二度微分の項は用いていないのでここでは示していない。

境界の未知量 V_0 、 $Q_{2,k}$ は境界条件式 (17)、(18) に差分式 (21)、(26) を代入することによって求まり、 V_0 は

$$V_0 = (48V_1 - 36V_2 + 16V_3 - 3V_4) / 25 \\ + 12\Delta \eta (48\Theta_1 / \eta_1^2 - 36\Theta_2 / \eta_2^2 + 16\Theta_3 / \eta_3^2 - 3\Theta_4 / \eta_4^2) / 625 \quad \dots\dots\dots (27)$$

また、 $Q_{2,k}$ は

$$Q_{2,k} = (-3Q_{2,k-4} + 16Q_{2,k-3} - 36Q_{2,k-2} + 48Q_{2,k-1}) / 25 \quad \dots\dots\dots (28)$$

である。

固有振動数方程式 (11)～(13) は、式 (19)～(28) を用いて差分方程式に変換すると、マトリックス式に整理して次のように示される。

$$[K_{zz}]\{Q_z\} - \beta^2 [M_{zz}]\{Q_z\} = -\beta^2 [M_{z\theta}]\{\Theta\} + (m\pi r_L)[K_{zx}]\{Q_x\} \quad \dots\dots (29)$$

$$[K_{\theta\theta}]\{\Theta\} - \beta^2 [M_{\theta\theta}]\{\Theta\} = [K_{\theta z}]\{Q_z\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$[K_{xx}]\{Q_x\} = (m\pi r_L) ([K_{xz}]\{Q_z\} - [K_{x\theta}]\{\Theta\}) \quad \dots\dots\dots (31)$$

式 (29)～(31) を連立して固有値方程式を誘導すると、

$$[K]\{\Delta\} - \beta^2 [M]\{\Delta\} = 0 \quad \dots\dots\dots (32)$$

従って

$$\det | [K] - \beta^2 [M] | = 0 \quad \dots\dots\dots (33)$$

より固有値、固有ベクトルを求めることができる。ただし、 $[K]$ 、 $[M]$ 、 $\{\Delta\}$ は

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_{\theta\theta}] & 0 \\ -[M_{z\theta}] & [M_{zz}] \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$\{\Delta\} = [\Theta \quad Q_z]^T \quad \dots\dots\dots (36)$$

$[K]$ の各マトリックス要素はそれぞれ、

$$k_{11} = [K_{\theta\theta}], \quad k_{12} = -[K_{\theta z}] \quad \dots\dots\dots (37.a, b)$$

$$k_{21} = (m\pi r_L)^2 [K_{zx}][K_{xx}]^{-1}[K_{x\theta}] \quad \dots\dots\dots (37.c)$$

$$k_{22} = [K_{zz}] - (m\pi r_L)^2 [K_{zx}][K_{xx}]^{-1}[K_{xz}] \quad \dots\dots\dots (37.d)$$

V のモードは、式 (4.a) に式 (5)～(10) を考慮して求められる Q_z 、 Θ 、 V に関する差分式に上記固有値解析より得られる $\{Q_z\}$ 、 $\{\Theta\}$ を代入して求めることができる。次式にその差分式をマトリックス式で示すと、

$$[K_{sz}]\{Q_z\} = [K_{s\theta}]\{\Theta\} + [K_{sv}]\{V\} \quad \dots\dots\dots (38)$$

なお、各マトリックスの要素はここでは省略することとする。

(3) 精度の検討

差分法の分割にともなう精度の検討のために、形状パラメーターが $B/H=4$ 、 $L/H=3$ 、 $K' (=h'/H) = 0.2$ である切頭くさび形断面のダムをとり上げて解析を行った。軸方向モード $m=1, 3$ に対し剛性指数 $n=2/3$ の場合につ

いて分割数を変化させて固有値解析を行った。結果をTable-1に示す。本解析法は基本的に近似計算であることを考慮し、表より分割数を $k=20$ として以後の解析を行うこととする。

Table-1 Convergence of eigenvalue β for division number k on case of $n=2/3$, $B/H=4$, $L/H=3$ and $K'=0.2$

k	m = 1			m = 3		
	1	2	3	1	2	3
5	2.253	4.444	5.949	2.915	4.931	6.351
10	2.240	4.461	5.941	2.888	4.913	6.310
15	2.241	4.460	5.904	2.894	4.906	6.243
20	2.241	4.463	5.885	2.889	4.908	6.238
25	2.241	4.465	5.875	2.893	4.909	6.224
30	2.241	4.468	5.869	2.890	4.911	6.218
40	2.241	4.470	5.865	2.891	4.913	6.211

3. 数値解析結果および考察

(1) 堤体底幅の影響

Fig.-3に最も単純な谷幅無限長 ($L=0$) , 上下流方向断面がくさび形の場合における無次元化した固有振動数 β を $n=0$ の場合におけるくさび形片持ち梁の曲げ振動の結果とともに示した。図は縦軸に β 、横軸に関して底幅 B のパラメーターを $0 \sim \infty$ まで考慮できるようにするとともに、現実的なパラメーターの範囲を強調するように $B/5H$ あるいは $5H/B$ を用いて示している。図中、各 n に対する平行な分布線は不均質せん断梁理論による解析結果である。図より明らかなように本解析結果は $B/5H$ を零に近づけるとくさび形片持ち梁の曲げ振動の値に、 $5H/B$ を零に近づけると不均質せん断梁理論より得られる値に漸近していることがわかる。また、 $n=1$ の場合は第1次、第2次固有振動とも $B/5H \approx 0.1$ 前後から $5H/B \approx 0.5$ 前後まで曲げとせん断が連成しているようである。一方、 n が1.0以外の場合は第1次固有振動に関しては $B/5H \approx 0.1$ 前後から $5H/B \approx 0.8$ 前後までの領域が曲げとせん断の連成している状態を示しており、第2次固有振動に関しては第1次固有振動の場合よりもその領域が大きくなっているこれらの結果より、従来の設計のようにダムを奥行き無限大の梁構造と仮定して解析する場合、重力式ダムのように $B/H \approx 1$ 程度の場合は曲げとせん断を考慮して解析を行わなければならないものと考えられる。Fig.-4には $L/H=3$ と一定にし、 B を変化させたときの各 n に対する上下流方向変位 V のモードを示している。図より n の増加とともに、また堤体底幅 B が狭くなるにしたがい相対的に上部が増幅される傾向にあることがわかる。

Fig.5には $n=2/3$ としたときの各谷幅に対する固有値 β の分布を B のパラメーターを変化させて示している。固有値 β は無限小で有限値となり曲げとせん断との連成領域が多少広がっているが、 L の増大とともにFig.-3

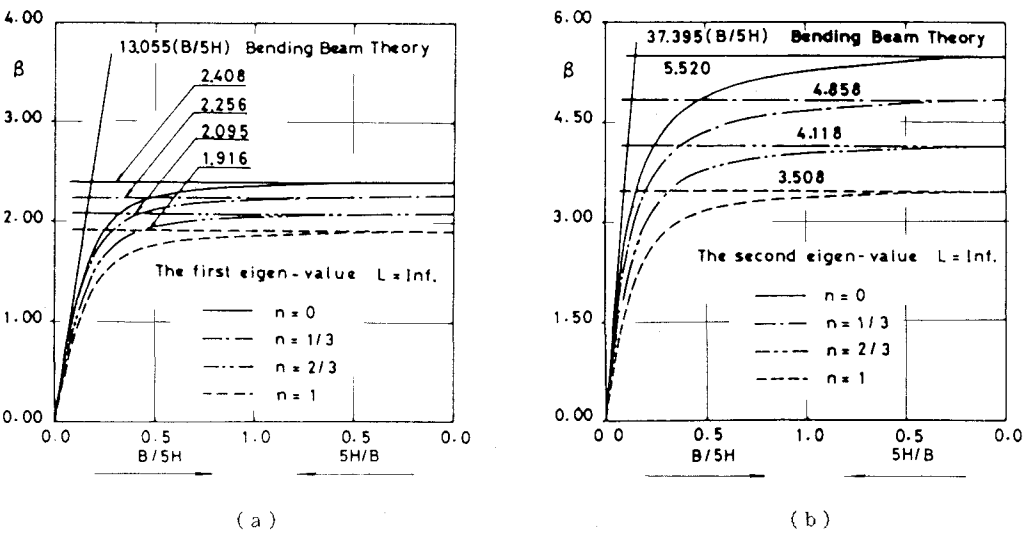
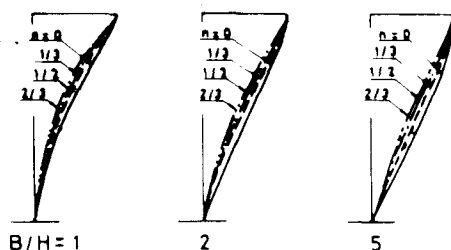
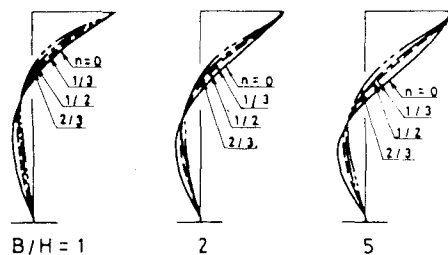


Fig.-3 Eigen-value β of wedge with infinite length



(a) First mode shape



(b) Second mode shape

Fig.-4 V mode shapes along depth of wedge in case of $L/H=3$

に示した谷幅無限長の場合の結果に漸近している。

(2) 谷幅の影響

Fig.-6に $n=2/3, B/H=4.0$ としたときの無次元化した固有周期 $T \cdot Cs/H$ の分布をFig.-3,5と同じような考えに基づき, $L/5H$ あるいはその逆数を変化させて示している。円固有振動数 p はほぼ谷幅の逆数に比例して大きくなるのが式(16)から明らかであり, 谷幅無限小で β は無限大となる。ここでは谷幅が非常に狭い状態から無限長の状態までを1つの図の中に効果的に表すために固有周期 T の無次元化パラメータを用いて

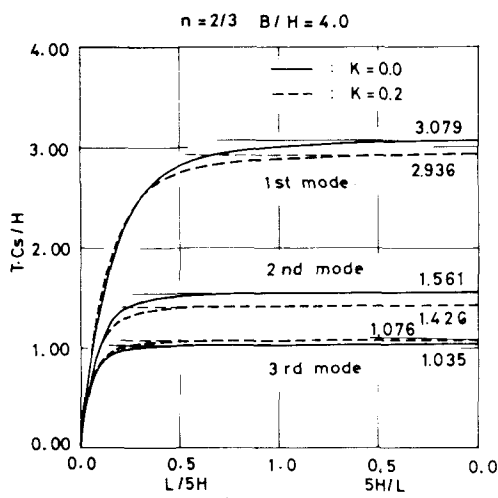


Fig.-6 Variation of non-dimensional period with $L/5H$ or $5H/L$ in case of $n=2/3$ and $B/H=4$

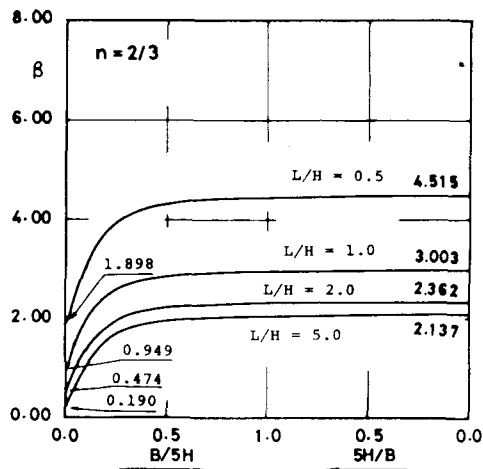


Fig.-5 Variation of the first eigenvalue β of wedge with $B/5H$ or $5H/B$ in case of $n=2/3$

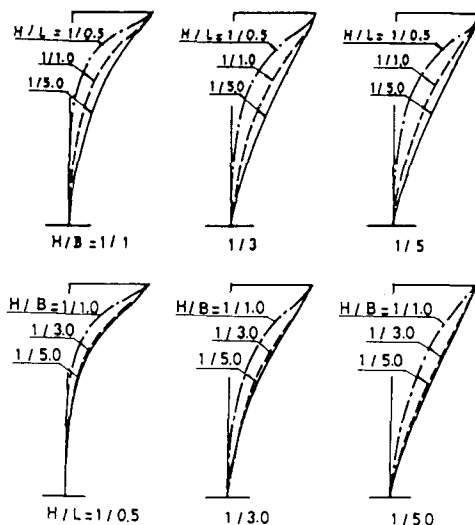


Fig.-7 Comparison of mode shapes along depth of wedge with aspects H/L and H/B in case of $n=2/3$

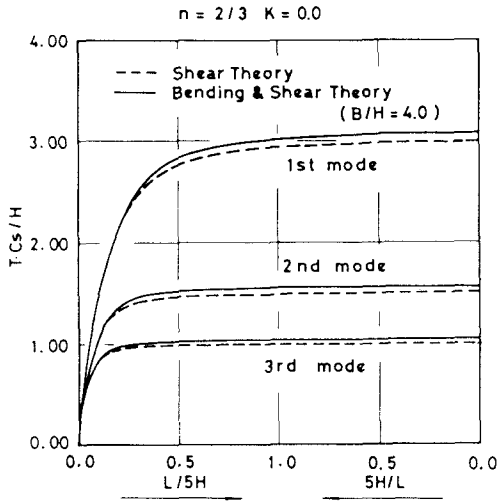


Fig.-8 Variation of non-dimensional period with $L/5H$ or $5H/L$ in case of $n=2/3$ and $K'=0.0$

整理している。実線がくさび形梁の値、破線が $K'=0.2$ の切頭くさび形梁の結果である。最低次モードは $5H/L=0.5$ 前後で谷幅無限長の値に漸近し L の影響範囲が大きいためであるが、高次モードになるにしたがいその範囲は小さくなっており、第2次モードではほぼ $L/5H=0.75$ 、第3次モードでは $L/5H=0.5$ 前後で谷幅無限長の値に漸近しているようである。このように矩形状の谷において谷幅は固有周期に影響を与えるものであるが、特に谷形状がV字形の場合は深さ方向に谷幅が小さくなるので、その影響が増々大きくなるものと考えられる。

Fig.-7には $n=2/3$ の場合に限定して L/H あるいは B/H を一定としたときのVのモード分布を示している。図より $L/H, B/H$ が小さくなるにしたがい堤体上部のモード振幅が増幅される傾向にあることがわかる。また、 L/H を固定して調べると $B/H=3.0$ の場合と $B/H=5.0$ の場合とはほとんど模式的に変化がないようである。

Fig.-6,7は曲げとせん断を考慮した場合の解析結果であるが、Fig.-8には $n=2/3, B/H=4.0$ における無次元固有周期 $T \cdot Cs / H$ について、曲げとせん断を考慮した理論とせん断のみを考慮した二次元不均質せん断梁理論による解析結果を L/H のパラメーターを変化させて示している。図より $n=2/3$ とし、 $B/H \approx 3.0$ 以上のダムにおいては、両理論による解析結果に大差がないことが明らかになった。

Fig.-9には $n=2/3$ とし谷幅を一定にしたときのモード分布について、曲げとせん断を考慮した場合と二次元不均質せん断梁理論による解析結果を比較して示している。図より、いずれの谷幅に対しても B/H が3.0以上の場合は両理論ともほぼ同様のモード分布を示すことが明らかになった。

Fig.-10には $n=2/3$ における二次元不均質せん断梁理論による上下流方向変位モード分布を示している。図より第1次、第2次のモード分布とも曲げとせん断を考慮した理論より求められたFig.-7 同様に L/H が小さくなるにしたがい堤体上部のモード振幅が増幅されることがわかる。これより谷幅のパラメーター B/H がほぼ3.0以上の場合、二次元不均質せん断梁理論は曲げとせん断を考慮した理論と同様な解を得ることができ、両

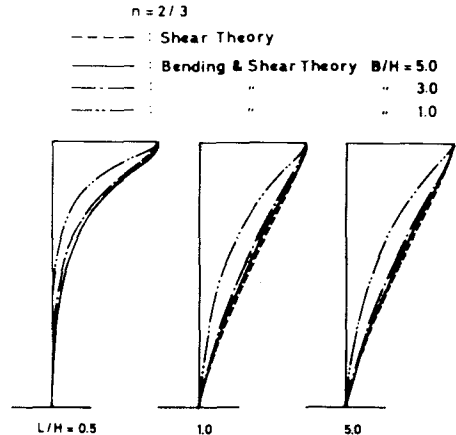


Fig.-9 Comparison of mode shapes along depth of dam between two two-dimensional beam theories

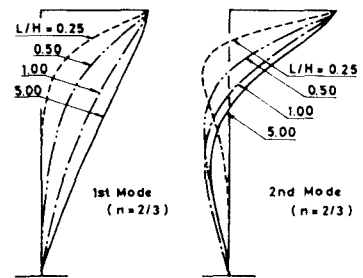


Fig.-10 The lowest two mode shapes along depth of dam by two-dimensional inhomogeneous shear beam theory.

理論は精度的に大差がないことが明らかになった。

(3) 切頭部の影響

Fig.-11に $L/H=3.0$, $n=2/3$ における第1次固有振動について、無次元化した固有振動数 $p \cdot H/Cs$ の分布をくさび形 ($K'=0.0$) から盛り土のような $K'=0.75$ まで変化させて示している。図より K' が大きくなるにしたがい振動数は高くなり、また、せん断の卓越する領域も B が小さくなる方向に拡大していることがわかる。

Fig.12には特に $K'=0.0, 0.2$ の第1次、第2次モードについて示している。Fig.-9あるいはFig.-6より、フィルタイプダムのように K' が2~3%程度である場合は、Ambraseys¹⁾が $n=0$ の場合について示しているように両者の差異はそれほど大きいものではなく、切頭部を無視したくさび形梁として十分解析可能であるものと考えられる。

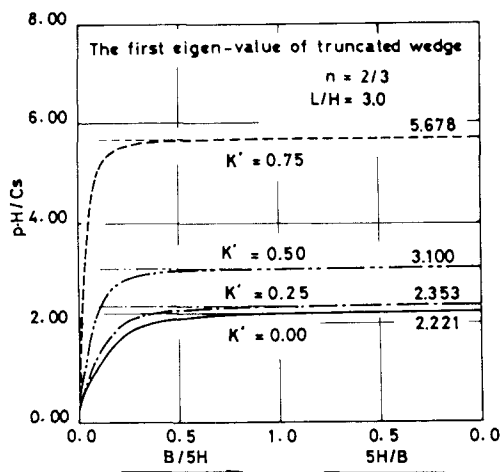


Fig.-11 Variation of non-dimensional first circular frequency of truncated wedge with $B/5H$ or $5H/B$ in case of $n=2/3$ and $L/H=3.0$.

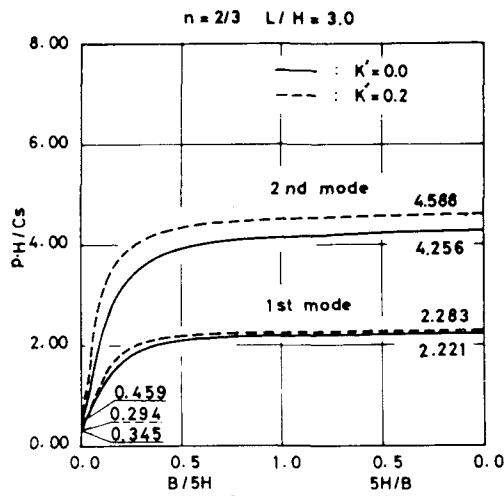


Fig.-12 Variation of non-dimensional the lowest two circular frequencies of truncated wedge with $B/5H$ or $5H/B$ in case of $n=2/3$ and $L/H=3.0$.

4. おわりに

矩形形状の谷を有するフィルタイプダムをせん断剛性分布が上下流方向に一樣、高さ方向に指数乗に変化する二次元不均質切頭くさび形梁にモデル化し、高さ方向に曲げモーメント、せん断力を、ダム軸方向にはせん断力およびねじりモーメントを考慮した振動数方程式の定式化を行った。さらにこの方程式を境界条件のもとに差分方程式に変換して固有値および固有振動モードを求め、剛性指数、堤体底幅、ダム谷幅、くさび形状の切頭の程度等の固有値への影響について検討を行った。

本文で行った範囲での結果を要約すると、次のようである。

- 1). 剛性指数 n の増加とともに、また堤体底幅、谷幅が狭くなるにしたがい、相対的に堤体上部の振動モードが増幅される傾向にあることが明らかになった。
- 2). 谷幅の減少とともに、二次元不均質せん断梁理論を用いた解析結果は曲げとせん断を考慮した理論同様堤体上部に変形が集中していく傾向にあることが明らかになった。
- 3). 特に $B/H=4.0 \sim 5.0$ 程度の断面形状を有するようなフィルタイプダムのような場合、二次元不均質せん

断梁理論は十分適用できるものと考えられる。

4). フィルダムの場合、剛性指数 $n \neq 0$ における切頭部の影響は小さく、切頭部を無視したくさび形梁として十分解析可能であるものと考えられる。

以上の結論のもとに、今後任意谷形状を有するダムの振動解析を行う予定である。

参考文献

- 1) Ambraseys, N. N. : On the shear response of a two-dimensional truncated wedge subjected to an arbitrary disturbance., Bull. of the Seismological Soc. of Am., Vol. 1, No. 1, pp. 45~56, 1960.
- 2) 岡本舜三著 : 耐震工学, オーム社, pp379~401
- 3) 沢田義博, 高橋忠, 桜井彰雄, 矢島浩 : ロックフィルダムの物性値分布特性および堤体の動的特性 — 弾性波動に基づく考察 — “電力中央研究所報告, 研究報告 377008, 1978.
- 4) Abdel-Ghaffar, A. M. and R. F. Scott : Vibration test of full-scale earth dam. , A. S. C. E., Vol. 107, No. GT3, 1981. 3.
- 5) Gazetas, G. : A new dynamic model for earth dams evaluated through case histories., Soils and Foundations, Vol. 24, No. 1 1981.3
- 6) Oka T. and T. Ohmachi : Discussion to "A new dynamic model for earth dams evaluated through case histories." by G. Gazetas, Soils and foundations, Vol. 22, No. 1, 1982.
- 7) 大町達夫・時松孝次 : 3次元のフィルダムの振動解析手法のための実用的モデル, 土木学会論文報告集, 第328号, 1982. 12.
- 8) 大町達夫・時松孝次 : フィルダムの実用的3次元地震応答解析手法の定式化, 土木学会論文報告集, 第333号, 1983. 5.
- 9) 国生剛治・高橋忠・桜井彰雄・榊原功・増子芳夫・沢田義博・矢島浩 : フィルタイプダム動特性一起振実験による喜撰山の振動特性—電力中央研究所第二研究所報告依頼報告 72505 昭和47年7月報告, 研究報告, 1978. 9
- 10) Nomachi, S. G., M. kuroiwa, K. G. Matuoka and N. Kishi : Response of a two-dimensional Wedge by taking the effects of shear and bending moment into account., Fourth Australia-NewZealand Conference on Geomachanics, 1984
- 11) Iida, K. : The velocity of elastic wave in sand, 東京大学地震研究所彙集, Vol. 16, 1938.