

弾性地盤上スラブの動的解析とその オーバーレイ問題への適用

DYNAMIC ANALYSIS OF PLATE ON AN ELASTIC HALF-SPACE
AND IT'S APPLICATION TO THE OVERLAY-THICKNESS ANALYSIS
OF PAVEMENTS

横田 漠* 藤本 廣**

By Hiroshi YOKOTA and Hiroshi FUJIMOTO

A theoretical and experimental analysis about a plate on a subgrade treated as the elastic half-space is presented as follows.

(1)The plate theory involved the effects of rotatory inertia and shear deformation is combined with wave equations of half-space, and the results of theoretical analysis in which periodic loads act on the surface of the plate are shown. And the result that the plate theory should be used for the design of flexible pavement is obtained. (2)The comparison of the calculated results with experimental results proves that the deflection analysis of plate is effective. And,(3)applying the deflection analysis to the overlay problems, we examine whether the dynamic theoretical analysis is necessary for the determination of overlay thickness or not.

1. まえがき

本論文は、半無限弾性体上の無限スラブに周期的垂直荷重が作用する場合の解を提示するとともに、道路や空港舗装などのオーバーレイ厚決定問題に対してその解を適用し、検討を行ったものである。

現舗装面に静的または動的載荷を行い、舗装面上のたわみ量と多層弾性地盤理論とを組み合わせでオーバーレイ厚を決定する手法が種々、提案されている。静的載荷手法については、例えば、三浦¹⁾、植下ら²⁾、今泉ら³⁾などの研究により実用化されてきたが、交通荷重の動的効果やたわみ測定の正確さなどを求めて、最近では動的載荷手法が用いられてきている。Vaswani⁴⁾はダイナフレクトによるたわみ測定値と一層弾性地盤理論により、舗装各層の弾性係数を求める手法を提案し、さらに、佐藤ら⁵⁾もダイナフレクトによるたわみ測定値を二層弾性地盤理論に適用することによって各層の弾性係数を推定し、そのうえで三層弾性地盤理論を用いてオーバーレイ厚を決定している。Sharpeら^{6),7)}は、ロードレイターによるたわみ量とその形状から路床の弾性係数を求め、多層弾性地盤理論を用いて簡便にオーバーレイ厚を決定する手法を示している。また、Weiss⁸⁾は大型起振機(以降WESと称す)を用いて路床の弾性係数を求め、多層弾性地盤理論によるオーバーレイ厚決定のプログラムを開発している。

これらの研究により動的載荷手法も実用化の段階に入ってきたが、オーバーレイ厚決定の基礎となる理論がいずれも静的解析であるため、その静的解析の実用性、換言すれば動的理論解析の必要度を検討することは意味のあることと思われる。そのためには、厳密には、多層弾性体の波動理論解析が必要などころであるが、その厳密解は困難である。その近似解として、FEMやBEM解析などが考えられるが、セン断変形と

* 工修 宮崎大学助教授 工学部土木工学科 (〒880宮崎市霧島1丁目1番地)

** 工博 宮崎大学教授 工学部土木工学科 (〒880宮崎市霧島1丁目1番地)

回転慣性を考慮したスラブの曲げ振動理論 (Timoshenko型スラブとここでは称す) は、一面においては三次元弾性体の波動伝播特性を十分に表現しており⁹⁾、道路等の構造を二層構造とみなしたとき、半無限弾性体上のTimoshenko型スラブの動的解析もこのような問題に対する一つの近似解として考えられる。

通常の曲げスラブを対象とした半無限弾性体上スラブの動的解析としては、無限スラブに関する著者ら¹⁰⁾、¹¹⁾、Keer¹²⁾、Watanabe¹³⁾などの研究、また、有限スラブについては Oien¹⁴⁾、井口¹⁵⁾、¹⁶⁾、北村ら¹⁷⁾、Whittaker¹⁸⁾の研究など、多数みられ種々、解明がなされているが、これらの研究結果をセン断変形の影響が比較的大きいたわみ性舗装に関して適用、応用するには一面、無理がある。

本論文は、Timoshenko型スラブに関するMindlin⁹⁾の解を半無限弾性体の波動理論と組み合わせて、半無限弾性体上のTimoshenko型スラブに周期的垂直荷重が作用する場合の理論解を求め、オーバーレイ厚決定における動的载荷手法の理論的根拠になりうるか否かについて検討を加えたものである。具体的にはまず、半無限弾性体上のTimoshenko型スラブの理論解についてその特性等を考察し、次に同理論解の実験的照査を行ったうえで、本理論解を用いて動的载荷手法における動的理論解析の必要度を検討し、あわせてたわみ性舗装オーバーレイ厚決定問題に対する基礎的な適用方法を述べている。

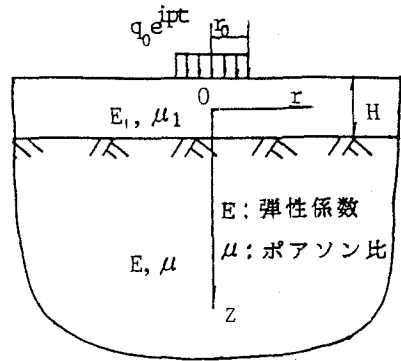


図-1 半無限弾性体上のスラブ

2. 理論解および数値解析

2-1 理論式

図-1に示すように、半無限弾性体上のTimoshenko型スラブに円型等分布荷重が周期的に作用し、また、スラブと半無限弾性体とはなめらかに接しているものとする。

然るとき、Timoshenko型スラブ (以降T. Sと称す) および半無限弾性体の解は、結果のみを示せばそれぞれ、式(1)および式(2)で与えられる^{9), 13)}。

$$\left[\left(r^2 + \frac{\rho_1 H^3}{12D} p^2 \right) \left(r^2 + \frac{\rho_1}{G'} p^2 \right) - \lambda^4 \right] W(r) = \frac{1}{D} \left(1 - \frac{D}{G'H} r^2 - \frac{\rho_1 H^2}{12G'} p^2 \right) [Q_2(r) - Q_1(r)] \quad (1)$$

ここに

$$\lambda^4 = \frac{\rho_1 H p^2}{D}, \quad G' = \bar{k}^2 G_1, \quad r^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$$

$w_1(r, t) = W_1(r) \exp(ipt)$: スラブのたわみ、 $q_1(r, t) = Q_1(r) \exp(ipt)$, $q_2(r, t) = Q_2(r) \exp(ipt)$: スラブ下面, 上面に作用する荷重、 D : スラブ剛度、 G_1, ρ_1 : スラブのせん断弾性係数および密度

$$w = \int_0^\infty \left[A_0 \frac{\alpha}{h^2} e^{-\alpha z'} - C_0 \frac{k^2}{j^2} e^{-\beta z'} \right] H_0^{(2)}(kr) dk e^{ipt}$$

$$\sigma_z = G \int_0^\infty \left[A_0 \frac{-2k^2 + j^2}{h^2} e^{-\alpha z'} + 2C_0 \frac{\beta k^2}{j^2} e^{-\beta z'} \right] H_0^{(2)}(kr) dk e^{ipt} \quad (2)$$

$$\tau_{rz} = G \int_0^\infty \left[A_0 \frac{2\alpha}{h^2} e^{-\alpha z'} - C_0 \frac{k^2 + \beta^2}{j^2} e^{-\beta z'} \right] \frac{\partial H_0^{(2)}(kr)}{\partial r} dk e^{ipt}$$

$$\tau_{z\theta} = 0$$

ここに $k^2 = \alpha^2 + h^2 = \beta^2 + j^2$, $h = p/V_L$, $j = p/V_T$, $z' = z - H/2$, $V_L, V_T: P, S$ 波の伝播速度
 w, σ_z : 半無限弾性体の垂直変位および垂直応力、 $\tau_{zr}, \tau_{z\theta}$: 半無限弾性体の r, θ 方向
 のせん断応力、 G, ρ : 半無限弾性体のせん断弾性係数および密度、 A_0, C_0 : 積分定数、
 $H_0^{(2)}(kr)$: ハンケル関数、 $2\pi/k$: 波長、

なお、 $\bar{\alpha}^2$ はスラブのせん断応力 τ_{zr} 分布に関する補正係数であり、 T, S 解析で求めた波動伝播速度が
 三次元弾性体解析でえられる伝播速度に一致するようにその値を求めている⁹⁾。また、 $z \rightarrow \infty$ のとき、変位
 および応力が 0、または波動は進行波に限られるので、 α, β は正の実数が正の虚数を意味している。その
 他、スラブに関する諸定数等にはサフィックス 1 をつけ、半無限弾性体のそれらと区別して表すこととする。

次に、スラブと半無限弾性体との連続条件は

$$[w]_{z'=0} = w_1, [\sigma_z]_{z'=0} + q_1 = 0, [\tau_{zr}]_{z'=0} = 0, [\tau_{z\theta}]_{z'=0} = 0 \quad (3)$$

また、スラブ上載荷重をフーリエ・ベッセル積分すれば

$$Q_z(r) = \frac{P}{\pi r_0} \int_0^\infty J_1(kr_0) J_0(kr) dk \quad (4)$$

$$\text{ここに } Q_z(r) = q_0 (0 \leq r \leq r_0), \quad 0.0 (r > r_0), \quad P = \pi r_0^2 q_0$$

式 (3) の連続条件のうち、第 4 式は式 (2) より自動的に満足されており、第 3 式より

$$C_0 = A_0 \frac{2 \alpha j^2}{h^2 (k^2 + \beta^2)} \quad (5)$$

式 (5) を式 (2) の第 1, 2 式に代入し、式 (3) の第 1, 2 式の関係を用いれば次式をうる。

$$[w]_{z'=0} = w_1 = A_0 \int_0^\infty \frac{\alpha \cdot (-k^2 + \beta^2)}{h^2 \cdot (k^2 + \beta^2)} J_0(kr) dk e^{ip t}$$

$$[\sigma_z]_{z'=0} = -q_1 = A_0 \int_0^\infty \frac{G \{ (k^2 + \beta^2) (-2k^2 + j^2) + 4 \alpha \beta k^2 \}}{h^2 \cdot (k^2 + \beta^2)} J_0(kr) dk e^{ip t}$$

上式を式 (4) とともに式 (1) に代入すれば積分定数 A_0 が次のように求まる。

$$A_0 = \frac{P J_1(kr_0)}{\pi D r_0} \frac{(1 + \Psi(k)) h^2 (k^2 + \beta^2)}{\Gamma(k) + \Phi(k) h^2 (k^2 + \beta^2)} \quad (6)$$

ここに

$$\Gamma(k) = \alpha (-k^2 + \beta^2) (k^4 - \lambda^4) - G \{ (k^2 + \beta^2) (-2k^2 + j^2) + 4 \alpha \beta k^2 \} / D$$

$$\Phi(k), \Psi(k): \text{式 (7), 式 (8) 参照}$$

式 (5), (6) を式 (2) に代入すれば結局、スラブのたわみ w_1 および半無限弾性体の垂直応力 σ_z は次式で与えられることとなる。

$$w_1 = \frac{P \cdot H^2}{\pi D R_0} \int_0^\infty U(\varphi) d\varphi e^{ip t} \quad (7) \quad \sigma_z = \frac{P \cdot G}{\pi D} H \int_0^\infty \mathcal{F}(\varphi) d\varphi e^{ip t} \quad (8)$$

$$\text{ここに } U(\varphi) = \frac{\nu(1+\Psi(\varphi))}{K(\varphi)-\Phi(\varphi)} J_1(\varphi a_0) J_0(\varphi a) \quad \mathcal{F}(\varphi) = \frac{a_0}{R_0^2} \cdot \frac{1+\Psi(\varphi)}{K(\varphi)-\Phi(\varphi)} \Omega(\varphi) J_1(\varphi a_0) J_0(\varphi a)$$

$$K(\varphi) = \nu \varepsilon^3 \varphi^4 - 6 \frac{\bar{\rho}}{g} (1-\mu_1) \varepsilon \nu - 6 \frac{1-\mu_1}{g} R(\varphi) \quad \Psi(\varphi) = \frac{\varepsilon^2}{6(1-\mu_1) \bar{K}^2} \varphi^2 - \frac{\varepsilon^2 \bar{\rho}}{12 \bar{K}^2 g}$$

$$\Omega(\varphi) = (2\varphi^2 - 1)^2 e^{-\nu z'} - 4\nu \nu' \varphi^2 e^{-\nu \bar{z}'}, \quad R(\varphi) = (2\varphi^2 - 1)^2 - 4\nu \nu' \varphi^2$$

$$\Phi(\varphi) = 6 \frac{1-\mu_1}{g} \Psi(\varphi) R(\varphi) + \frac{\bar{\rho}}{2g} (1-\mu_1) \left(1 + \frac{2}{\bar{K}^2 (1-\mu_1)} \right) \varepsilon^3 \nu \varphi^2 - \frac{1-\mu_1}{2 \bar{K}^2} \left(\frac{\bar{\rho}}{g} \right)^2 \varepsilon^3 \nu$$

$$\nu = (\varphi^2 - \gamma^2)^{1/2}, \nu' = (\varphi^2 - 1)^{1/2}, \quad a = rj, R_0 = \frac{r_0}{H}, \quad g = \frac{G_1}{G}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho_1}{\rho}, \quad \gamma = \frac{h}{j}$$

$$\varphi = \frac{k}{j}, \varepsilon = \frac{a_0}{R_0} = jH, \quad a_0 = r_0 j = r_0 p / V_T, \quad z_2 = z' / H, \quad \bar{z}' = z_2 \varepsilon$$

なお、式(7)、(8)において $\Psi(\varphi)$ 、 $\Phi(\varphi)$ を0とおけば、通常のスラブ曲げ振動理論(C. Sと称す)に関する解がえられる。

式(7)、(8)の積分にあたっては、同式の被積分関

数は、分岐点 $(\gamma, 0)$ 、 $(1, 0)$ をもっており、 α 、 β すなわち ν 、 ν' の無限遠の条件を満足するような ν 、 ν' の分葉関数や積分路を選ばなければならない。また、図-2 式(7)、(8)の積分路同関数は積分路上に1位の極 φ_R を有しているので積分の発散を防ぐための工夫も必要となってくる。結論のみをいえば、 $\operatorname{Re} \nu \geq 0$ 、 $\operatorname{Re} \nu' \geq 0$ を満足する分葉関数を選び、かつ積分路として図-2に示すものを選べば前述のことからは満たされることとなる^{19), 20)}。

然るとき、式(7)、(8)の積分は、例えば

$$w_1 = \frac{P \cdot H^2}{\pi D R_0} [V \cdot P \int_0^\infty U(\varphi) d\varphi - i\pi \operatorname{Res}(U(\varphi); \varphi_R)] \cdot e^{i\beta t}$$

ここに

$$V \cdot P \int_0^\infty : \text{Cauchy の主値}, \quad \operatorname{Res} : \text{極 } \varphi_R \text{ における留数}$$

の形で表される。なお、積分にあたっては複素積分ではなく数値積分によった。主値の部分は極 φ_R の近傍における正の積分値と負の積分値を精度内で相殺することにより求め、また、無限積分については有限範囲の積分を精度内で収束するまで加算してゆくことにより求めた。その数値計算結果を次式のように表現する。

$$w_1 = \frac{P}{E r_0} [f_1 + i f_2] e^{i\beta t}, \quad \sigma_z = -\frac{P}{H^2} [h_1 + i h_2] e^{i\beta t}$$

ここに、 f_1 、 f_2 、 h_1 、 h_2 は無次元量であり、 i は虚数を意味している。

2-2 数値計算例

いま、スラブや半無限弾性体などに関する諸定数を次のように仮定する。

スラブ： ポアソン比 $\mu_1 = 1/6$ 、

密度 $\rho_1 = 2.3 \text{ g/cm}^3$

半無限体： ポアソン比 $\mu = 1/4$ 、

密度 $\rho = 1.8 \text{ g/cm}^3$

荷重半径 $R_0 = r_0/H = 1.0$

これら諸数値に対し、スラブと半無限弾性体の弾性係数の比 $\kappa = E_1/E$ および動荷重の振動数 $a_0 = r_0 p / V_T$ をそれぞれ5~2000および0.0~1.0の範囲内で種々、変化させて w_1 および σ_z の絶対値を求め、T. S解の特性をみれば次の通りである。

荷重中心点におけるスラブのたわみ w_1 についての結果を図-3に示す。(a)図は κ を

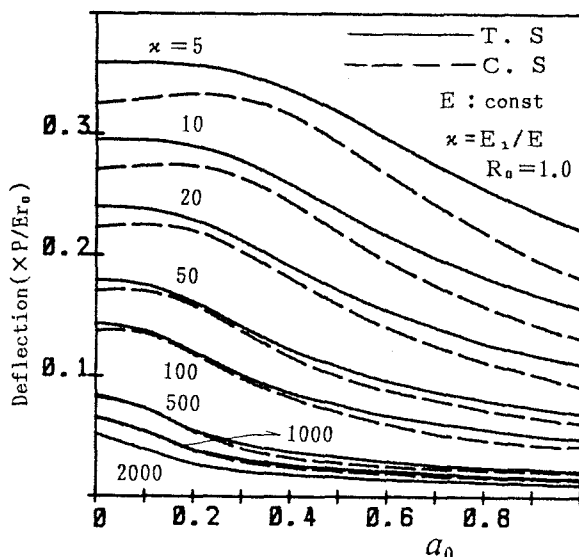


図-3(a) 荷重中心点におけるスラブのたわみ w_1

パラメーターとした場合の w_1 の動的効果をみたものであり、実線はT. Sの解、点線はC. Sの解を示している。なお、 $\kappa = 2 \times 10^3$ についてはT. SとC. Sとの間に図示しうほどの差がなく、一本の実線で表示している。

T. SとC. Sを比較すると、T. S効果は $\kappa = 5, 10, 20$ で5~20%認められるが、 $\kappa = 10^3, 2 \times 10^3$ では前述のように全くといってよいほど認められない。また、(b)図はT. S効果に対する R_0 ($=r_0/H$)の影響を $\kappa = 5, a_0 = 0.2$ の場合でみたものである。 R_0 の減少とともに w_1 は直線的に減少してゆくが、T. S効果は双曲線状に増大してゆき、 $R_0 = 0.1$ では100%を越えている。

このように、 κ と R_0 が小なる場合にはT. S効果が大きであるが、これは、 E_1 が小さく、 H が大きい場合はせん断変形の影響が比較的に大きく現われるためであり、たわみ性舗装などのように κ が小さく現れる舗装に関してはT. S解析が合理的である場合が多々ありうことを示している。

荷重中心点における半無限弾性体の垂直応力 σ_z の値を深さ方向に対して求めれば図-4に示すとおりである。同図は $R_0 = 1.0$ および $\kappa = 10, 10^3$ の場合について、 a_0 をパラメータとして表わしたもののだが、 κ の影響は歴然と現れている。これは、路床土の支持力算定などに対する有効な基礎資料になるものと思われる。T. S効果については、 $\kappa = 10^3$ の場合は図示しうほどの差が認めらずT. S解(実線)のみを表示しているが、 $\kappa = 10$ の場合は比較的大きい。すなわち、半無限弾性体の表面($z_2 = z'/H = 0.0$)で20%も増加し、深さ方向に対するその効果の消失状況も表面より5Hの深さ($z_2 = 5.0$)でなお数%増加があることなどが認められる。

以上、T. S解の特性を見てきたが、その動的効果については4. で考察する。

3. 実験

3-1 実験概要と結果

地盤上のR. Cスラブ(5m正方、厚さ15cm)の中心を起振機で上下方向に加振し、土圧計、加速度計などの測定により地盤反力やスラブの変形を求めている。

土圧計は地表面下5cmの深さの位置で、加振中心点に4ヶ所およびスラブの一边に平行な中心線上加振中心点より80cm間隔で埋設した。加速度計は加振中心点に3ヶ所と中心線上に適当な間隔で設置し、また、ひずみゲージを中心線に適宜セットし、変形の手チェックを行なった。

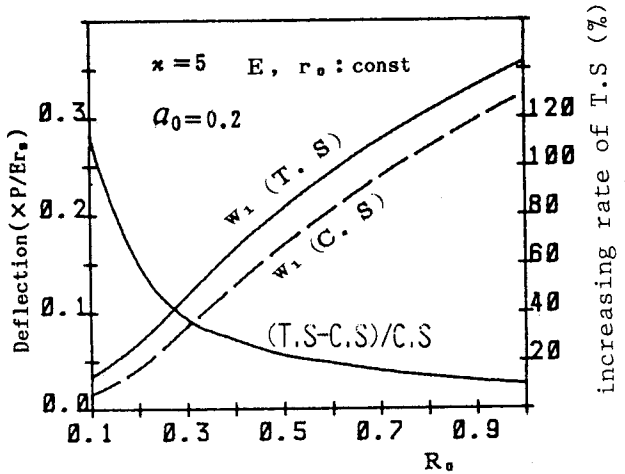


図-3(b) T. S効果に対する R_0 の影響

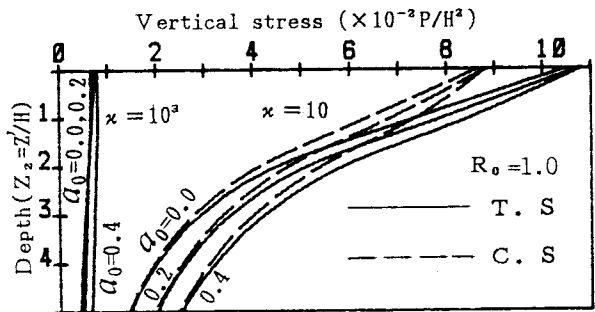


図-4 荷重中心点における半無限弾性体の垂直応力 σ_z

起振機は、 $f = 10\text{Hz}$ で96K Nの起振力を発生させる大型現場用のものを2~7Hzの範囲内で1Hz刻みで加振した。なお、載荷面積は50cm²正方形であり、土圧計、加速度計はそれぞれ、容量が200kPa、2G（G:重力の加速度）でいずれもゲージ型である。

各実験シリーズにおいて加振中心点の土圧と変位は常に測定されている。各実験結果のうち、本理論解の実験的照査という観点より中心点における土圧とたわみ値のみを示せば、図-5~7の通りである。なお、結果はすべて動的応答値のみで静的な値は含まれていない。また、載荷時と除荷時で応答振巾は一般的には異なっているが、ここでは載荷（地盤圧縮）時の値を示している。

図-5は、各実験における加振中心点の土圧値を各振動数における起振力で除した1tf（9.8K N）あたりの土圧値（以降tf当値と称す）で表わしたものであり、値のバラツキは2.0kPaから6.0kPaの範囲で生じているが、振動数効果はないものとする。地盤上スラブの固有振動数は、後述のバネ支承円形スラブの自由振動解析では第1次が約60Hzと大きく、本実験範囲では振動数効果はきいてこないのである。値のバラツキは地盤の塑性変形の影響と考えられる。なお、同図中の実線は理論解であり、これについては後述する。たわみのtf当値を図-6に示す。図中の実線は後述の理論解である。図-7は相対応する土圧と変位の関係を各振動数における実土圧と実変位値（加振中心点）に関して求めたものであり、同図の分布を直線とみた場合、その傾きは地盤反力係数に相当する。

3-2 実験結果の検証および本理論の適用性

実験でえられた地盤係数値を用いて、バネ支承円形スラブに集中荷重が作用する場合の強制振動の解析を行い、スラブ中心部分の測定値を検証している。また、本理論を先の実験条件に適用し、同理論の実験的照査および舗装問題への適用性についての検討を行った。

まず、スラブと地盤等に関する諸定数は次のように設定した。

(i) スラブ

スラブ厚 $H=15\text{cm}$ 、ポアソン比 $\mu_1=1/6$ 、密度 $\rho_1=2.3\text{g/cm}^3$ 、弾性係数 $E_1=24\text{GPa}$ 、円形スラブの半径 $=5\text{m}$ 、

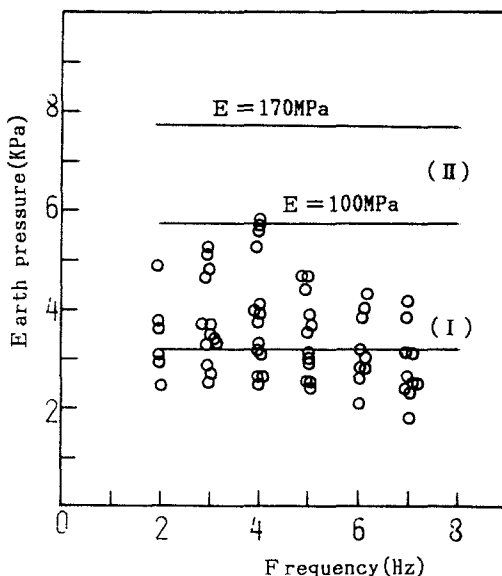


図-5 加振中心点における起振力1tfあたりの土圧値

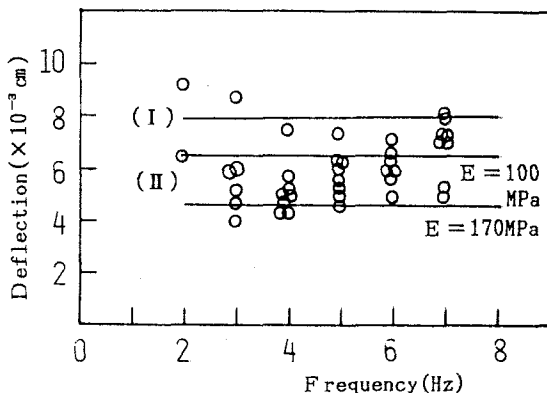


図-6 加振中心点における起振力1tfあたりのたわみ値

(ii) 地盤のパネ定数 (円形スラブ)

図-7はスラブの中心部分における地盤係数 k_0 を与えるもので、同図より $k_0 = 40 \text{ MN/m}^3$ とした。円形スラブ理論では地盤係数 k_v は r に関して一定であるが、実験では必ずしも一定ではない。しかし、ここでは便宜的に $k_v = k_0$ と仮定した。

(iii) 地盤の弾性係数 (本理論)

実験現場で板たたき法により V_T を求めたところ

$$V_T = (150 \sim 200) \text{ m/s}$$

の結果をえ、これより地盤のポアソン比 $\mu = 0.3$ と仮定して E を求めれば

$$E = (100 \sim 170) \text{ MPa}$$

となる。また、構造物の基礎分野でよく利用されている次式より E を求めれば

$$k_v = \frac{1}{(1 - \mu^2)} \frac{E}{I_B B}$$

ここに k_v : 地盤係数、 B : 載荷巾

μ : 地盤のポアソン比 ($=0.3$),

E : 地盤の弾性係数、 I_B : 載荷巾の形状係数 ($=0.88$)

$$E = 160 \text{ MPa}$$

となり、前述の E の値とおおよそ一致する。

以上より、ここでは E の大きさとして $(100 \sim 170) \text{ MPa}$ の範囲を設定し、同範囲で本理論の計算を行い、実験的照査を行うこととする。

(iv) その他の定数 (本理論)

$$\text{荷重半径 } r_0 = 25 \text{ cm}, \quad R_0 = r_0 / H = 1.67, \quad \alpha = E_1 / E = (140 \sim 240), \quad \rho = 1.6 \text{ g/cm}^3,$$

$$\bar{\rho} = \rho_1 / \rho = 1.4375$$

上述の諸定数のもと、加振振動数の範囲内で、載荷中心点におけるたわみおよび地盤の垂直応力を計算し、その結果をそれぞれ図-6および図-5の実線で示している。実線 (I) は円形スラブの解、(II) は本理論の解である。まず、円形スラブの解についてであるが、計算値と実測値との間には、弾性バネの仮定や減衰問題、また、スラブ形状の相違などにより当然、ずれが生ずる。しかし、ここでは計算値が一応、土圧、変位とも実験値グループ内に入っているので同図にみられる程度のずれは許容しうるものとし、実験値は検証されたものと考える。

つぎに、本理論の解についてであるが、まず、2. の数値計算例と比べると、前述の諸定数のうち、特に α_0 の値が異なっており、 $f = 7 \text{ Hz}$ で $\alpha_0 = 0.06$ にも満たない。いわば、静的載荷と変わらないといえる。また、図-6および図-5の実線 (II) をみると、土圧は実測値の約2倍高く現れているが、たわみは実験値グループ内に入っており円形スラブの理論解とも比較的に近いといえる。しかし、本理論の舗装問題への適用性を考察するための実験としては、元来、先の実験内容はスラブの大きさと載荷面積の関係など種々の限界をもっている。すなわち、実験ではスラブの大きさは 5 m 正方であるが、理論では無限であり、載荷中心点における両者の土圧、たわみを比較、検討するときそれらの分布状態などを考慮する必要がある。また、土圧、たわみ分布は当然、 R_0 や α 値などに影響されるので、図-5, 6の結果だけでは十分考察できない面があ

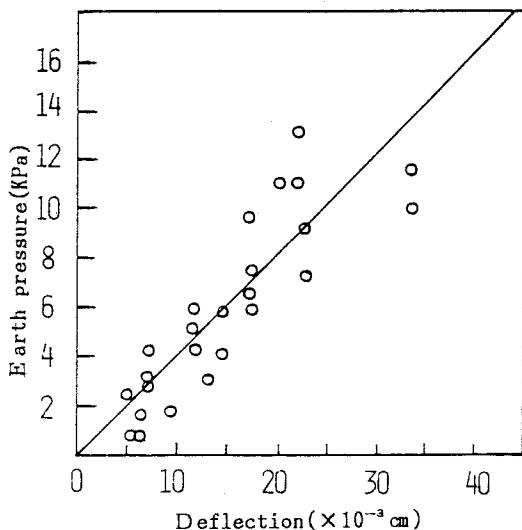


図-7 加振中心点における土圧とたわみ値との関係

る。しかし、同図をみれば土圧値に関しては地盤のEが低下すればより実験値に近づく傾向がうかがえるし、また、実験値も前述のような載荷中心近傍地盤の塑性変形のため小さめに出ていることが十分考えられる。

これらのことを考えあわせれば、たわみ値はともかく土圧値に関しては何ともいえない面があり、ここでは土圧値の厳密な評価は考えず、ただ、たわみ値は前述のように実験値および円形スラブの理論解と比較的合致しているので、一応信頼できるものとみなすこととする。なお、図-3を参照すればここで用いた κ と R_0 値に対してT、S効果は顕著には認められないので、理論はC、Sに関する計算値が用いられている。

以上より、ここでは本理論は少なくともたわみに関しては実験的に検証されたものとし、たわみに基づくオーバーレイ厚決定問題への適用を4.で考えてゆくこととする。

4. オーバーレイ厚決定問題への適用

4-1 動的理論解析の必要度

本理論は舗装体を二層構造とみなしている関係上、例えば、三浦¹⁾、佐藤⁵⁾と同様にここでは舗装部分と路床の二層構造とし、前者をスラブで、後者を半無限弾性体で表す。また、ここではたわみ性舗装(アスファルト舗装)を対象として現行設計の等値舗装厚(T_A)の考え方に準じて弾性係数や舗装厚を考えてゆく。然るとき、各層の弾性係数 E_1 、 E の概略値を次のように設定し、動的理論解析の必要度を考えてみる。

(1) 路床 路床部分の弾性係数Eに関する次の植下およびシェルグループの式²¹⁾

$$E = 10 \cdot \text{CBR} + 40 \quad (\text{植下}), \quad E = 100 \cdot \text{CBR} \quad (\text{シェルグループ}) \quad \text{ここに } E : \text{kgf/cm}^2$$

を $\text{CBR} = 2 \sim 20$ の範囲で考えて、ここではEの概略値として $E = (10 \sim 200) \text{MPa}$ を設定する。

(2) 舗装 アスファルトの弾性係数は温度などの影響を受けて一定値とはならないが、諸研究²²⁾を参考にして $E_1 = (1 \sim 5) \text{GPa}$ を設定する。

然るとき、代表的な動的載荷装置^{5), 6), 9)}に関して $a_0 = r_0 p / V_T$ および $\kappa = E_1 / E$ の値を求めれば表-1のようになる。なお、各装置の(円型換算)荷重半径、加振振動数例の値および等値舗装厚 $H = 25 \sim 50 \text{cm}$ とした場合の R_0 値をそれぞれ備考欄に示している。

表-1 動的載荷手法における a_0 と κ 値

E (MPa)		20	100	200	備考		
V_T (m/s)		66	149	210	f	r_0	$R_0 = r_0 / H$
$a_0 =$	WES	0.32	0.14	0.10	15	23	0.46~0.92
	ロードレイター	0.18	0.08	0.05	25	7.6	0.15~0.30
	ダイナフレクト	0.03	0.01	0.01	8	4	0.08~0.16
$\kappa = E_1 / E$		50~250	10~50	5~25	f:Hz, r_0 :cm, $H=25 \sim 50 \text{cm}$		

2. で省略していたたわみの動的効果に関する考察をここで、動的理論解析の必要度という観点で行なうこととする。表-1に示す κ と R_0 値に対するT、S効果は、図-3(b)をみれば比較的顕著であるのでここではT、S解を用いる。表-1に示す各E値に対して適宜、 κ 値を選び各載荷装置に対応する a_0 と R_0 値の範囲内で式(7)のT、S解より荷重中心点の w_1 を求め、 $E = 20, 100 \text{MPa}$ についてのみ結果を図示すれば図-8の通りである。ただし、諸定数は2.と同一であり、 $P = 1 \text{tf} (9.8 \text{KN})$ とする。

次に、動的たわみ値の静的たわみ値からの減少割合を各載荷手法について考えてみる。各載荷手法に関する R_0 の代表値を表-1より選び、図-8で用いた κ 値および表-1の a_0 値に対応する動的たわみを図-8から読み取り、たわみの減少割合を求めれば、表-2に示す通りである。なお、 $E = 100 \text{MPa}$ については $\kappa = 50$ の他に $\kappa = 10$ に対する値、および $E = 50, 200 \text{MPa}$ の場合の結果についても参考のために示している。表-2より、動的理論解析の必要度として次のようなことが言える。

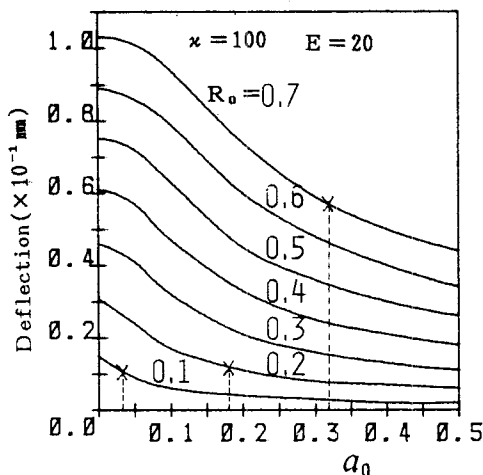


図-8(a) $P = 1$ tfあたりのたわみ
($E = 20$, $\kappa = 100$)

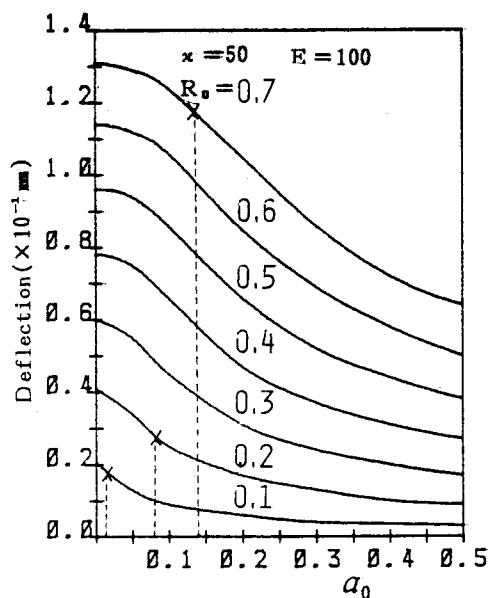


図-8(b) $P = 1$ tfあたりのたわみ
($E = 100$, $\kappa = 50$)

(i) WES:

$E = 200$ MPaの場合、たわみ減少は全くといってよいほどなく、 $E = 100$ MPaにおいても大きくて10%程度だが、 $E = 20$ MPaでは45%のたわみ減少が認められる。このようにWESの場合、路床の弾性係数 E が小さい舗装では動的理論解析が有効といえる。

(ii) ロードレイター:

WESと同様に E が小さい場合に動的理論解析が有効である。例えば、 $E = 100$ MPaでは10~30%だが、 $E = 20$ MPaでは55%のたわみ減少となっている。

(iii) ダイナフレクト:

$E = 20$ MPaでもたわみ減少が比較的小さく、 E が特に小さくない限り動的理論解析は必要ないといえる。

以上、動的理論解析の必要度をみてきたが、実際の舗装では路床のCBR値(=弾性係数とここではみなしている)に応じて有効な等値舗装厚(T_A)が決定されているので、前述のたわみ減少はそのまま定量的にはあてはまらない面があるだろう。しかし、定性的には、ダイナフレクトは静的理論解析で十分であるが、ロードレイターやWESの場合は路床の弾性係数が小さい舗装に関しては動的理論解析が必要となってくる、ということがいえよう。

4-2 オーバーレイ厚決定への基礎的適用

ロードレイターの載荷手法に準じて、オーバーレイ厚決定に対する本理論の基礎的適用を、以下、たわみ性舗装を例にとって述べる。

オーバーレイ厚 ΔH を求める場合、まず現舗装の E 、 E_1 の大きさを推定する必要がある。式(7)の T 、

表-2 たわみ w_2 の減少割合

載荷手法		WES	ロードレイター	ダイナフレクト
E	$\kappa \searrow R_0$	0.7	0.2	0.1
20	100	45 %	55 %	25 %
50	50	20	40	15
100	10	0	10	0
	50	10	30	10
200	10	0	5	0

S解を用いて種々の E 、 E_1 に対してスラブ上の2点のたわみを求めれば図-9に示す通りである。同図は、例えば三浦¹⁾、今泉ら²⁾が示したノモグラムと同様のものである。ただ、ノモグラムを求める場合、たわみ形状を表すたわみ量と曲率を用いた方が合理的であるが^{1),2)}、ここではただ簡単のため、ロードレイトーにおける荷重中心点および荷重中心点より1番目のセンサーの位置に相当するたわみ $(w_1)_0$ 、および $(w_1)_1$ を用いて求めている。

なお、計算に用いた他の諸定数は次の通りである。

- (i) 荷重： 振動数 $f=25\text{Hz}$ ， 荷重半径 $r_0=7.6\text{cm}$ ， $P=1\text{tf}(9.8\text{KN})$
- (ii) スラブ： ポアソン比 $\mu_1=0.5$ ， 密度 $\rho_1=2.3\text{g/cm}^3$ ， 厚さ $H=30,40\text{cm}$
- (iii) 半無限弾性体： ポアソン比 $\mu=1/4$ ， 密度 $\rho=1.8\text{g/cm}^3$

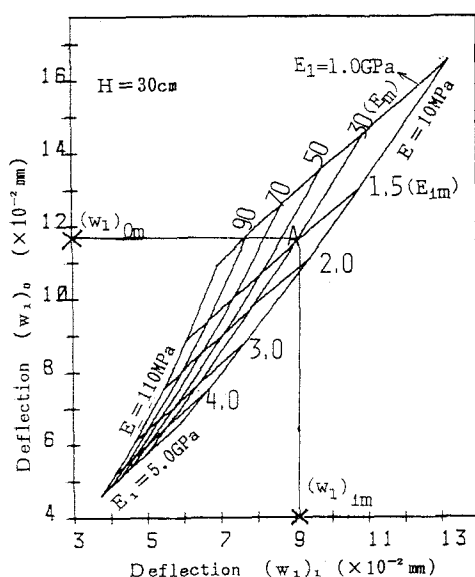


図-9(a) ノモグラム($H=30\text{cm}$, $P=1\text{tf}$)

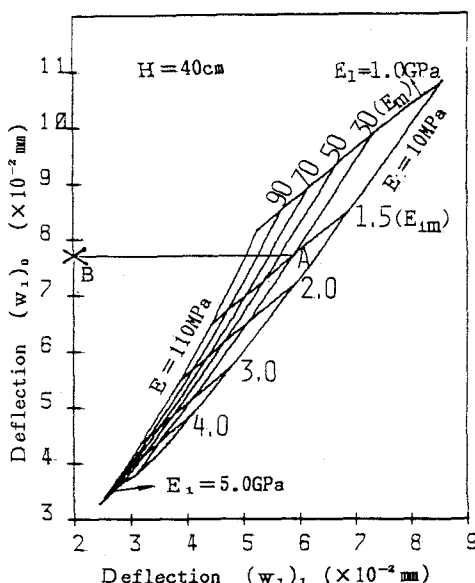


図-9(b) ノモグラム($H=40\text{cm}$, $P=1\text{tf}$)

種々の H に対して図-9のようなノモグラムを作成しておき、適用にあたっては舗装厚 H を現場で測定する。例えば、 $H=30\text{cm}$ であるとするれば、同舗装に関する E_1 、 E および必要なオーバーレイ厚 ΔH は次のようにして求めることができる。

現舗装のたわみ $(w_1)_0$ 、 $(w_1)_1$ を測定して図-9(a)に示すように $(w_1)_{0m}$ 、 $(w_1)_{1m}$ をえたとし、その交点 A を通る E_1 、 E をそれぞれ E_{1m} 、 E_m と表すこととする。然るとき、種々の H に関するノモグラムについて E_{1m} 、 E_m に対応するたわみ $(w_1)_{0m}$ を例えば、図-9(b)($H=40\text{cm}$)の B 点のように求め、 H に対してグラフ化すれば図-10に示すものがえられる。

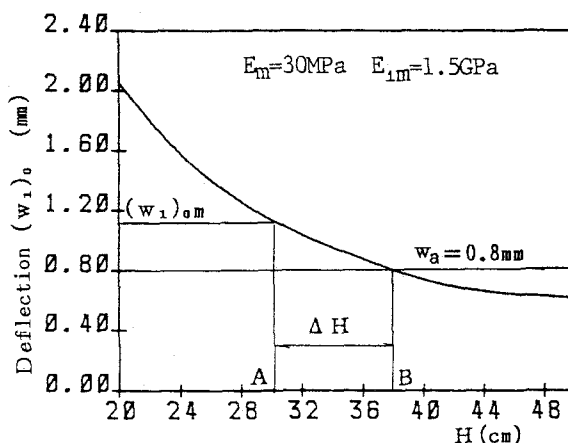


図-10 オーバーレイ厚 ΔH 決定グラフ
($E_1=1.5\text{GPa}$, $E=30\text{MPa}$, $P=10\text{tf}$)

なお、同図は許容たわみ量との関係で $P=10\text{tf}(98\text{KN})$ の場合で示されている。許容たわみ量については種々、提案がなされているが、ここでは単にオーバーレイ厚決定に対する本理論の基礎的適用を考えてみるという観点より、表-3に示す諸値²¹⁾を参考にして一応、許容たわみ量 $w_a=0.8\text{mm}$ と仮定することとする。然るとき、必要なオーバーレイ厚 ΔH は図-10において $\Delta H=AB$ と求められることとなる。

表-3 たわみ性舗装の許容たわみ量 w_a の例

交通区分	5 tf(49KN)輪荷重によるたわみ量(mm)
D交通	0.4
C交通	0.6
B交通	0.9
A交通	1.4

5. あとがき

本論文は、半無限弾性体上のTimoschenko型スラブ(T. S)の動的理論解を求め、オーバーレイ厚決定問題への適用を試みたものだが、その結果、

- (1) たわみ性舗装など、舗装部分の弾性係数が比較的に小さい場合や舗装厚が大きい場合はスラブ理論としてTimoschenko型スラブ(T. S)理論が有用である。
- (2) 本理論によるたわみ値は、実験的にその有効性が確認され、本理論は一応、オーバーレイ問題に適用可能である。
- (3) 動的載荷手法によるオーバーレイ厚決定解析に関して、ダイナフレクトの場合は静的理論解析で十分だが、ロードレイターやWESの場合は路床の弾性係数が小さい舗装については動的理論解析が必要となってくる。
- (4) 本理論によるオーバーレイ厚決定手法は、事前に設計用ノモグラムを種々、準備していれば、オーバーレイ時の既舗装厚を測定するだけで、オーバーレイ厚が決定可能となるものである。

ことなどが明らかとなった。しかし、いまだ不十分である。例えば、オーバーレイ厚決定に関するT. S解適用の必要度は、前述の(1),(3)程度の定性的な面しかとらえていない。これについては舗装体の弾性係数や舗装厚および載荷手法などをパラメーターとして定量的に解析する必要がある。また、本論文は舗装を二層構造として取り扱ったもので、その枠組から生ずる限界があり、多層弾性理論を用いて舗装を三層以上の構造ととらえてオーバーレイ厚を決定する手法に関しては本解析結果はそのまま直接には適用しがたい。さらに、舗装部分の等価弾性係数の推定や等値舗装厚と舗装各部分の厚さとの関係などについては解析を行っていない。これらについては、今後、本研究を基礎として境界要素法による解析などを通じて検討してゆく予定である。

謝辞

本研究にあたり、宮崎県建設技術センターより資料提供などについて御協力を頂いた。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 三浦裕二：たわみ曲線によるアスファルト舗装のオーバーレイ厚さ設計方法に関する一提案，土木学会論文報告集，第213号，pp65～70，1973。
- 2) 植下 協・他：連続曲率計による舗装の評価，舗装，vol. 10，No.2，pp15～20，1973。
- 3) 今泉繁良・植下 協：等価二層モデルによるアスファルト舗装の解析，土木学会論文報告集，第256号，pp69～77，1976。
- 4) Vaswani N.K: Determining Moduli of Materials from Deflections, Proc. ASCE, Vol. 103, No. TE1, pp115～141, 1977。
- 5) 佐藤勝久・福手 勤：ダイナフレクトによる空港アスファルト舗装強度評価とかさ上げ厚設計，土木学会論文報告集，第303号，1980。

- 6) Sharpe G.W・Southgate H.F・Deen R.C:Pavement evaluation by using dynamic deflections, Transp. Res. Rec. 700,pp34~46. 1979.
- 7) Sharpe G.W・ Southgate H.F・Deen R.C:Dynamic Pavement Deflections, Proc.ASCE, Vol.107, No.TE2, pp167~181. 1981.
- 8) R.A.Weiss:Pavement Evaluation and Overlay Design,Transp. Res. Rec.700,pp20~34,1979.
- 9) R.D Mindlin: Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic elastic Plates, Jour. of Appl. Mechs. Vol.18, pp31~38,1951.
- 10) 横田 漢: 垂直周期荷重による弾性地盤上の板の相互作用, 九州大学工学集報, 第45巻, 第2号, pp176~180, 1972.
- 11) 横田 漢・知識博美: Rocking荷重を受ける弾性地盤上の板の応力解析, 宮崎大学工学部研究報告, 第19号, pp65~69, 1973.
- 12) L.M.Keer・ H.H. Jabali・ K Chantaramungkorn: Torsional Oscillations of a Layer Bonded to an Elastic Half-Space,Int. Jour. of Solids and Structures,Vol.10, No.1, pp1~13, 1974.
- 13) K.Watanabe: Transient Response of a Layered Elastic Half Space Subjected to a Reciprocating Anti-Plane Shear Load, Int. Jour. of Solids and Structures, Vol.13, pp63~74, 1977.
- 14) Oien N. A.: Steady Motion of a Plate on an Elastic Half Space, Jour. of Appl. Mechs., Vol.40, pp478~484, June 1973.
- 15) 井口道雄: 平面的に細長い構造物の地震時における挙動に関する基礎的研究, 第4回日本地震工学シンポジウム, pp783~789, 1975.
- 16) M.Iguchi: Dynamic Interaction of Soil-Structure with Elastic Rectangular Foundation, 第5回日本地震工学シンポジウム, pp457~464, 1978.
- 17) 北村泰寿・桜井春輔: 半無限弾性地盤上にある4辺自由板の振動解析, 土木学会論文報告集, 第297号, pp59~69, 1980.
- 18) W.L.Whittaker・ P. Christiano: Dynamic Response of Plate on Elastic Half-Space, ASCE, Vol.108, No.EM1, pp133~154, 1982.
- 19) 金井 清. 田治見 宏. 大沢 胖. 小林啓美: 地震工学, 彰国社, pp91~105, 昭和45年.
- 20) H.Yokota:Waves in an Infinite Plate on an Elastic Half-Space due to Periodic Surface Loading, Proc.21th Japan.Nat.Congr.for Appl.Mech.,pp101~108,1971.
- 21) 北村幸治: 舗装構造のたわみによる設計法試案, 舗装, vol 117, No.9, pp121, 1982.
- 22) 例えば, 福手 勤・井上武美・栃木 博: アスファルトコンクリート舗装上のオーバーレイ、アスファルト、Vol25,No.132,p50,1982.