

入射せん断波を受ける弾性体中にある厚肉円筒の動的応答

Dynamic Response of a Thick Hollow Cylinder Embedded in an Elastic Medium Excited by Shear Waves.

松岡健一* 能町純雄** 岸徳光***
by Kenichi Matsuoka, Sumio Nomachi and Norimitsu Kishi

The dynamic responses of a thick hollow cylinder embedded in an infinite elastic medium excited by incident shear wave whose front is slanting to the axis of the cylinder were dealt with. These problems were analysed by the use of solutions of three dimensional wave equations of a cylinder and an elastic medium having a cavity, and considering an incident shear wave, so as to satisfy the boundary conditions of the elastic medium and the cylinder.

Numerical calculations were performed for several cases of elastic constant ratios for elastic medium and cylinder, the thickness of cylinder and Poisson's ratio of both materials.

1. まえがき

弾性体中に円孔や別な異質な円筒状介在物が存在するとき、弾性体中を伝播するP波やS波による介在物周辺の動的応答解析はこれまでにも行なわれてきているが、この種の問題は円形トンネルや埋設パイプラインの動的挙動に関連し興味のある問題である。円孔を有する無限弾性体中を伝播するP波の問題は、調和波動について、無限遠からの平面波の入射問題としては Pao¹⁾により、有限点からの発振問題として球面波の影響を考慮した解析が ChengとJahanrhami²⁾により行なわれている。また衝撃波が入射した場合については BaronとParnes³⁾が解析している。さらに無限体中に円筒が存在する時の問題としては MowとMcCabe⁴⁾が円筒の厚さを任意に変化させ、P波が入射する場合の解析を行なっている。

一方、S波が入射する場合については MowとMente⁵⁾が、円孔または剛円柱が存在する無限体中を調和せん断波が伝播する時の問題として解析している。また半無限体を伝播する弾性波の問題は、半円筒状のくぼみをもつ半無限体について Gamber⁶⁾が、異質な突起物や、円孔を有する半無限体については北原ら^{7) 8)}が解析を行なっている。また、V.W.Lee と M.D.Trifunac⁹⁾および T.Balendra¹⁰⁾らは、トンネルや埋設管が入射SH波をうける時の動的挙動を円筒を有する半無限体として、円筒と半無限体を3次元的に解析している。しかしこれらの論文は、円筒軸に直角に入射する弾性波を取り扱っているので、2次元的に変化する面内変位または面外変位のみを考慮することにより解析することが出来るもので、軸線に角度をもって入射する問題は取り扱っていない。

弾性体中に円孔や円柱・円筒などが存在する時、入射波が軸線と角度をもって入射する場合は、厳密な3

* 工博 室蘭工業大学教授 工学部土木工学科 (〒 050 室蘭市水元町27番1号)

** 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科 (〒 060 札幌市北区北13条西8丁目)

*** 工博 室蘭工業大学教授 工学部土木工学科 (〒 050 室蘭市水元町27番1号)

次元的な取扱いが必要となる。この種の問題に対しては、鶴飼ら¹¹⁾が無限体の3次元解と棒要素を組合せて、埋設管の動的地盤バネ定数を検討しており、平井ら¹²⁾も円孔を有する無限体に斜め入射するせん断波による円孔周辺の動的応力集中係数の問題を論じている。しかし、トンネルや埋設管が軸線と角度をもって入射する弾性波をうける時の動的挙動をトンネルや埋設管をも3次元体とした例は見当らないようである。

著者らは、先に無限体中にある弾性円柱や円筒を伝播する弾性波の位相速度の問題を3次元弾性論を用いて解析したが¹³⁾¹⁴⁾、ここではトンネルや埋設管の単純な3次元モデルとして弾性体中にある厚肉円筒を仮定し、これが入射せん断波をうけるときの円筒の動的挙動を、弾性体、円筒とも3次元弾性論によって解析し、円筒の厚さ、弾性定数、境界面の状態などを変化させ円筒周辺の応力集中や変位の状態を検討するものである。

2. 基礎変位式

図-1に示すように、無限弾性体中におかれた厚肉円筒の、円筒軸方向にz軸、半径方向にr軸、円周方向にθ軸をとり、図のx-z平面に平行にz軸と角度φをなす方向からせん断波が入射する定常状態を考えるものとする。入射波の振幅をU₀、角速度ω、入射波の進行速度をV_Sとすれば、入射せん断波による円柱座標r, θ, z方向の各変位成分、u⁽⁰⁾, v⁽⁰⁾, w⁽⁰⁾は次のように表される。

$$u^{(0)} = U_0 \exp[i\omega\{t - (z\cos\phi - r\cos\theta\sin\phi)/V_S\}] \cos\phi\cos\theta \quad (1)$$

$$v^{(0)} = -U_0 \exp[i\omega\{t - (z\cos\phi - r\cos\theta\sin\phi)/V_S\}] \cos\phi\sin\theta \quad (2)$$

$$w^{(0)} = U_0 \exp[i\omega\{t - (z\cos\phi - r\cos\theta\sin\phi)/V_S\}] \sin\phi \quad (3)$$

一方入射波によって引きおこされる円筒を伝播する弾性波による変位および応力は定常状態を仮定しているので

$$f = \tilde{f} \exp[i(\omega t - N_S z)], \quad N_S = \omega \sin\phi / V_S \quad (4)$$

の形で与えることができる。(4)式を考慮し、波動方程式をフーリエ・ハンケル変換することにより変位式は次のように求められる。

$$u^{(1)} = \sum_m C_m (\tilde{A}_{mr} + \tilde{B}_{mr}) \cos m\theta \exp[i(\omega t - N_S z)] \quad (5)$$

$$v^{(1)} = \sum_m C_m (\tilde{A}_{mr} - \tilde{B}_{mr}) \sin m\theta \exp[i(\omega t - N_S z)] \quad (6)$$

$$w^{(1)} = \sum_m \tilde{C}_m \tilde{W}_{mr} \cos m\theta \exp[i(\omega t - N_S z)] \quad (7)$$

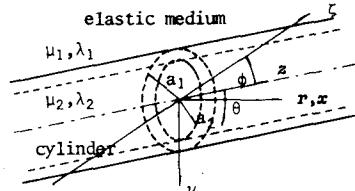


図-1 無限弾性体中の厚肉円筒

ここで、C₀ = 1/2π, C_m = 1/π (m ≠ 0) である。

さらに、μ, λをLameの定数、ρを円筒の密度とし、N_{Sμ}² = N_S² - ρω²/μ, N_{Sα}² = N_S² - ρω²/(2μ+λ), とすれば、(5)～(7)式中の \tilde{A}_{mr} , \tilde{B}_{mr} , \tilde{W}_{mr} は

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{mr} &= \sum_k [X_{mp}^{(k)} (N_{Sμ} r) / N_{Sμ} \{ \alpha_{mk} / 2μ + (m+1) A_{mk} - i N_S E_{mk} / 2 \} + (\mu N_S^2 / ρω^2) \{ X_{mp}^{(k)} (N_{Sμ} r) / N_{Sμ} \\ &\quad - N_{Sα} X_{mp}^{(k)} (N_{Sα} r) / N_S^2 \} \{ \beta_{mk} / 2μ + (m+1) A_{mk} - (m-1) B_{mk} + i N_S E_{mk} \}] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{mr} &= \sum_k [-X_{ms}^{(k)} (N_{Sμ} r) / N_{Sμ} \{ \alpha_{mk} / 2μ + (m+1) A_{mk} + (m-1) B_{mk} + i N_S E_{mk} / 2 \} + (\mu N_S^2 / ρω^2) \{ X_{ms}^{(k)} (N_{Sμ} r) / N_{Sμ} \\ &\quad - N_{Sα} X_{ms}^{(k)} (N_{Sα} r) / N_S^2 \} \{ \beta_{mk} / 2μ + (m+1) A_{mk} - (m-1) B_{mk} + i N_S E_{mk} \}] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{mr} &= \sum_k [G_m^{(k)} (N_{Sα} r) E_{mk} - i (2μ N_S / ρω^2) \{ G_m^{(k)} (N_{Sα} r) - G_m^{(k)} (N_{Sμ} r) \} \{ \beta_{mk} / 2μ + (m+1) A_{mk} - (m-1) B_{mk} \\ &\quad + i N_S E_{mk} \}] \quad k=1, 2. \end{aligned} \quad (10)$$

と表わされる。

また、上式中の関数G, Xは

$$R_{j,m}^{(k)} (Nr) = I_j (Nr) K_m (Nα_{k-1}) - (-1)^{j+m} I_m (Nα_{k-1}) K_j (Nr), \quad j=m-1, m, m+1, \quad α_0 = α_2 \quad (11)$$

$$G_m^{(k)}(Nr) = R_{m,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}(Na_k), \quad \chi_{mp}^{(k)}(Nr) = R_{m+1,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}(Na_k), \\ \chi_{ms}^{(k)}(Nr) = R_{m-1,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}(Na_k) \quad (12)$$

ただし、I, Kは変形第1種および第2種のベッセル関数である。さらに式中の係数 α , β , A, B, Eは、円筒の内外面の変位および応力で与えられるもので、

$$\alpha_{mk} = \int_0^{2\pi} \tilde{\tau}_{r\theta}(\theta) r=a_k \sin m\theta d\theta \quad (13) \quad \beta_{mk} = \int_0^{2\pi} \tilde{\sigma}_r(\theta) r=a_k \cos m\theta d\theta \quad (14)$$

$$A_{mk} = \frac{1}{2a_k} \int_0^{2\pi} (\tilde{u}) r=a_k \cos(m\theta + \tilde{\nu}) r=a_k \sin m\theta d\theta \quad (15)$$

$$B_{mk} = \frac{1}{2a_k} \int_0^{2\pi} (\tilde{u}) r=a_k \cos(m\theta - \tilde{\nu}) r=a_k \sin m\theta d\theta \quad (16)$$

$$E_{mk} = \int_0^{2\pi} \tilde{w}(\theta) r=a_k \cos m\theta d\theta \quad m=0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

となる。

上式(8)～(10)は円筒に対する変位式であるが、円孔を有する無限体を伝播する散乱波の変位式は、同じように求められ、これらの式で $a_1 = \infty$ とし、 $k = 2$ のもののみを考慮することで与えられる。この場合式(8)～(10)の関数 G , χ は

$$G_m(Nr) = K_m(Nr) / K_m(Na) \quad \chi_{mp}(Nr) = -K_{m+1}(Nr) / K_m(Na) \quad \chi_{ms}(Nr) = -K_{m-1}(Nr) / K_m(Na) \quad (18)$$

と表される。

3. 境界条件

入射せん断波をうける弾性体中の円筒の動的応答は、上で求めた円孔を有する無限体と、円筒の変位式を円筒の境界条件を満足するように重ね合せて解析することができる。

今円孔を有する無限体の変位を $u^{(1)}, v^{(1)}, w^{(1)}$ 、円筒の変位を $u^{(2)}, v^{(2)}, w^{(2)}$ とし、式中の係数をそれぞれ、 $(\alpha_m^{(1)}, \beta_m^{(1)}, A_m^{(1)}, B_m^{(1)}, E_m^{(1)})$, $(\alpha_{mk}^{(2)}, \beta_{mk}^{(2)}, A_{mk}^{(2)}, B_{mk}^{(2)}, E_{mk}^{(2)})$ とすれば、これらの係数のうち、A, Bは式(15), (16)の関係から次の適合条件を満足しなければならない。

$$A_m^{(1)} = \tilde{A}_{mr}^{(1)} \Big|_{r=a_1/a_1} \quad (19) \quad B_m^{(1)} = \tilde{B}_{mr}^{(1)} \Big|_{r=a_1/a_1} \quad (20)$$

$$A_{mk}^{(2)} = \tilde{A}_{mr}^{(2)} \Big|_{r=a_k/a_k} \quad (21) \quad B_{mk}^{(2)} = \tilde{B}_{mr}^{(2)} \Big|_{r=a_k/a_k} \quad (22)$$

さらに、円筒の内外面における境界条件を満足しなければならない。

i) 円筒の内面 ($r = a_2$) で

円筒の内面は中空であるとすれば、

$$\tau_{r\theta}^{(2)} \Big|_{r=a_2} = 0 \quad (23) \quad \sigma_r^{(2)} \Big|_{r=a_2} = 0 \quad (24) \quad \tau_{rz}^{(2)} \Big|_{r=a_2} = 0 \quad (25)$$

ii) 円筒の外面 ($r = a_1$) で

円筒の外面は、無限体と接しているが、この境界面で変位および応力が連続な場合と、せん断応力が存在しない場合で条件が異なる。

a) 境界面で変位および応力が連続な場合 (Case I)

この場合は、境界面の各方向変位と境界面に作用している各応力が、円筒と弾性体で等しいとして

$$u^{(1)} + u^{(2)} \Big|_{r=a_1} = u^{(1)} \Big|_{r=a_1} \quad (26) \quad v^{(1)} + v^{(2)} \Big|_{r=a_1} = v^{(2)} \Big|_{r=a_1} \quad (27) \quad w^{(1)} + w^{(2)} \Big|_{r=a_1} = w^{(2)} \Big|_{r=a_1} \quad (28)$$

$$\sigma_r^{(1)} + \sigma_r^{(2)} \Big|_{r=a_1} = \sigma_r^{(2)} \Big|_{r=a_1} \quad (29) \quad \tau_{r\theta}^{(1)} + \tau_{r\theta}^{(2)} \Big|_{r=a_1} = \tau_{r\theta}^{(2)} \Big|_{r=a_1} \quad (30) \quad \tau_{rz}^{(1)} + \tau_{rz}^{(2)} \Big|_{r=a_1} = \tau_{rz}^{(2)} \Big|_{r=a_1} \quad (31)$$

b) 境界面にせん断応力が存在しない場合 (Case II)

この場合、境界面にせん断応力は存在しないが、半径方向の変位と半径方向の直応力は連続しているものとする。したがって

$$u^{(o)} + u^{(i)} \Big|_{r=a_1} = u^{(o)} \Big|_{r=a_1} \quad (32)$$

$$\tau_{r\theta}^{(o)} + \tau_{r\theta}^{(i)} \Big|_{r=a_1} = 0 \quad (33)$$

$$\tau_{rz}^{(o)} \Big|_{r=a_1} = 0 \quad (34)$$

$$\sigma_r^{(o)} + \sigma_r^{(i)} \Big|_{r=a_1} = \sigma_r^{(o)} \Big|_{r=a_1} \quad (35)$$

$$\tau_{rz}^{(o)} + \tau_{rz}^{(i)} \Big|_{r=a_1} = 0 \quad (36)$$

$$\tau_{rz}^{(o)} \Big|_{r=a_1} = 0 \quad (37)$$

を満足しなければならない。

式(25), (31), (36), (37)に必要な τ_{rz} を示せば、一般的に表わして

$$\tau_{rz} = \sum_m c_m \tilde{T}_{mr} \cos m\theta \exp[i(\omega t - N_S z)] \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{mr} = & \sum_k \left[\frac{i m N_S G_m^{(k)} (N_S \mu r)}{N_S \mu r} \alpha_{mk} - \frac{\mu N_S^2}{\rho \omega^2} \left(\frac{2 N_S \alpha}{N_S} (X_{mp}^{(k)} (N_S \alpha r) + \frac{m}{N_S \mu r} G_m^{(k)} (N_S \alpha r)) - \left(\frac{N_S}{N_S \mu} + \frac{N_S \mu}{N_S} \right) (X_{mp}^{(k)} (N_S \mu r) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{m}{N_S \mu r} G_m^{(k)} (N_S \mu r) \right) \right] \{ \beta_{mk} + 2\mu(m+1)A_{mk} - 2\mu(m-1)B_{mk} + 2\mu i N_S E_{mk} \} + \frac{2\mu i m N_S G_m^{(k)} (N_S \mu r)}{N_S \mu^2} \{ (m+1)A_{mk} \right. \\ & \left. + (m-1)B_{mk} \} + \mu \left(\frac{N_S^2}{N_S \mu} + N_S \mu \right) \{ X_{mp}^{(k)} (N_S \mu r) + \frac{m}{N_S \mu r} G_m^{(k)} (N_S \mu r) \} E_{mk} \end{aligned} \quad (39)$$

また、第1種のベッセル関数 J_m は、積分表示で

$$J_m(x) = \frac{i^{-m}}{\pi} \int_0^\pi \exp[i x \cos \theta] \cos m\theta d\theta \quad (40)$$

と表わされるので、フーリエ変換、逆変換定理から

$$\exp[i x \cos \theta] = 2 \sum_m c_m i^m J_m(x) \cos m\theta \quad (41)$$

従って、入射せん断波の指標表示部は、次のように級数表示することが出来る。

$$\begin{aligned} & \exp[i \omega t - (z \cos \phi - r \cos \theta \sin \phi)/V_S] \\ & = \exp[i(\omega t - N_S z)] \sum_m 2 c_m i^m J_m(N_S r) \cos m\theta \quad (42) \end{aligned}$$

この関係を用いて、入射せん断波による変位、応力成分を級数表示し、境界条件式(26)～(36)に代入し、各条件式を解くことにより未知係数を求め、応答解析を行なうこととなる。

4. 数値解析結果と考察

数値計算として、円筒の内外径比 $a_1/a_2 = 1.05, 1.1, 1.2$ 、円筒と無限弾性体の弾性定数比 $\mu_2/\mu_1 = 10, 100, 1000$ 、ポアソン比 $\nu_2 = \nu_1 = 0.05, 0.25, 0.45$ 、密度比 $\rho_2/\rho_1 = 1.0$ 、入射角 $\phi = \pi/4$ に対して、円筒と弾性体の接触面の条件を変え（Case I と Case II）解析を行ない結果を図-2～11に示した。なお、円周方向の級数の項数は6項位で解はほぼ収束することを確かめているが、この計算では11項となっている。

図は、全て横軸に無次元化した角速度、縦軸に変位は応答倍率、応力は動的応力集中係数をとり示した。また図中、実線は境界面で変位応力が連続な場合（Case I）を、破線はせん断応力が存在しない場合（Case II）を示し、一点鎖線は無限体中に円孔のみが存在する場合の結果を示している。また解析結果をまとめて、弾性係数比を変化させたもの、円筒の肉厚を変化させたもの、ポアソン比を変化させたものの3種類について示している。

1) 弾性定数比の変化に対する考察

円筒の内外径比 $a_1/a_2 = 1.1$ 、ポアソン比 $\nu_1 = \nu_2 = 0.25$ とし、弾性定数比を変化させて解析した

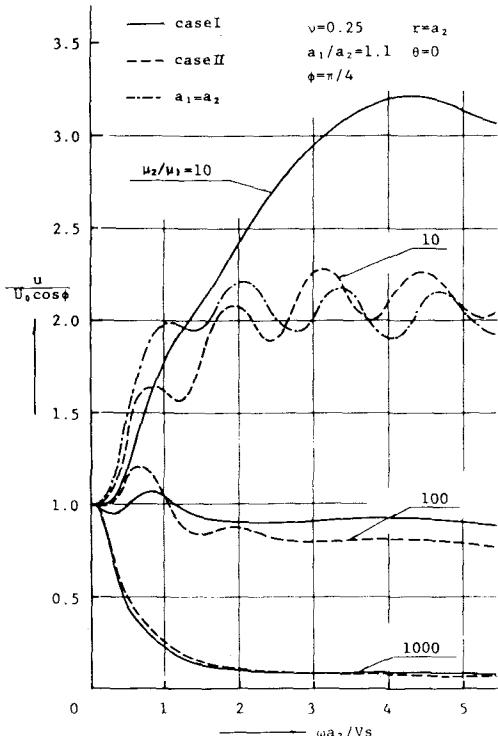


図-2 角速度と半径方向変位の応答倍率の関係（弾性定数比が変化する場合）

結果の一部を図-2～4に示した。図-2は円筒内面の半径方向変位を示しているが、弾性定数比の大きなもの程応答変位は小さくなり、境界面の違いによる影響も小さくなっている。弾性定数比 $\mu_2 / \mu_1 = 10$ の場合はCase I のとき応答変位はかなり大きくなり ($\omega a_2 / V_s = 4$ 付近で最大となり約3.25) 一種の共振現象を示している。円周方向応力の動的応力集中係数は、弾性体の円孔面 ($r = a_1$, $\theta = \pi/2$) で図-3のようになる。Case I では角速度によって傾向が変り全体としては1.0以下で、この位置では応力集中はない。図-2と比較して矛盾しているようであるが、図-2 ($\theta = 0$) とは位置が異なるので比較はできない。Case II では弾性定数比によって大きく変化し比の小さなものの応力集中係数は小さく $\mu_2 / \mu_1 = 1000$ ではかなり小さい。一方円筒の内面 ($r = a_2$) の円周方向応力は、図-4のようになる。図-4の縦軸は円筒と同じ材料の弾性体を伝播する時の応力を基準としている。これによると弾性定数比が大きくなれば、応力集中係数は小さくなり、境界面の相違による差も小さくなっている。 $\mu_2 / \mu_1 = 10$ のときはCase IIの方が小さく波動が伝達しやすいことを示している。

2) 円筒の肉厚の変化に対する考察

弾性定数比 $\mu_2 / \mu_1 = 100$, ポアソン比 $\nu_1 = \nu_2 = 0.25$ とし、円筒の肉厚を3種類に変化させた結果を図-5～7に示す。円筒内面での応答変位は、図-5に示すようにやはり円筒の剛性の大きなもの程小さくなっているが、 $a_1 / a_2 = 1.05$ のときは ω の増加とともに大きくなってしまっており、Case I のとき著しい。肉厚の大きなものでは、境界面の状態にはあまり大きく影響をうけない。

円周方向応力の応力集中係数も弾性体の円孔面では、弾性定数比を変化させたときと同じように、Case I ではかなり小さく肉厚によってそれ程変化せず、Case II でも肉厚によってそれ程変化しないが、Case I よりはかなり大きい、 ω の小さな範囲ではある程度の応力集中を示している(図-6)。円筒の内面では、図-7のようになり、応力集中係数は小さく肉厚によっても、境界面の状態によってもあまり変化しない。

3) ポアソン比の変化に対する考察

弾性定数比 $\mu_2 / \mu_1 = 100$, 円筒の内外径比

$a_1 / a_2 = 1.1$ とし、両者のポアソン比を変化させて解析した結果の半径方向変位、円周方向応力の他に

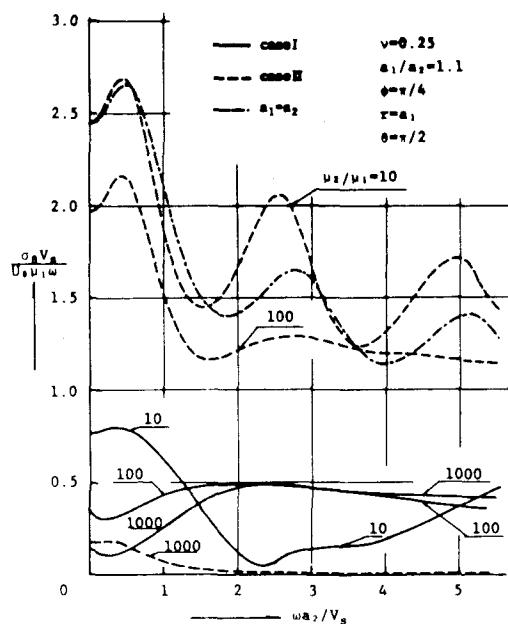


図-3 角速度と円孔面の動的応力集中係数 (σ_θ) の関係 (弾性定数比が変化する場合)

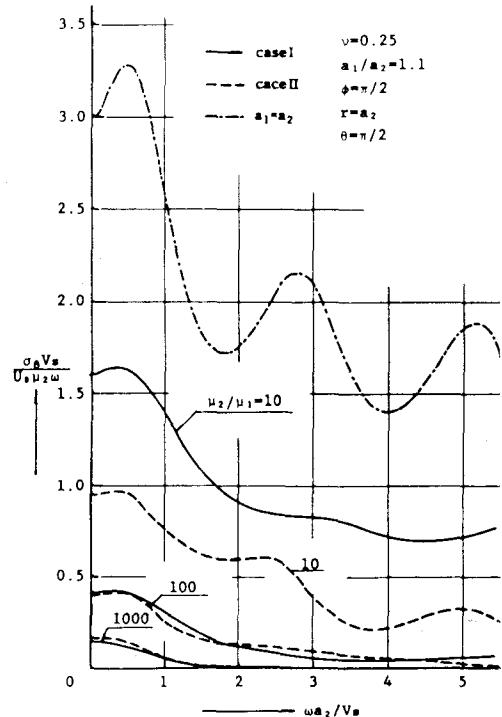


図-4 角速度と円筒内面の動的応力集中係数 (σ_θ) の関係 (弾性定数比が変化する場合)

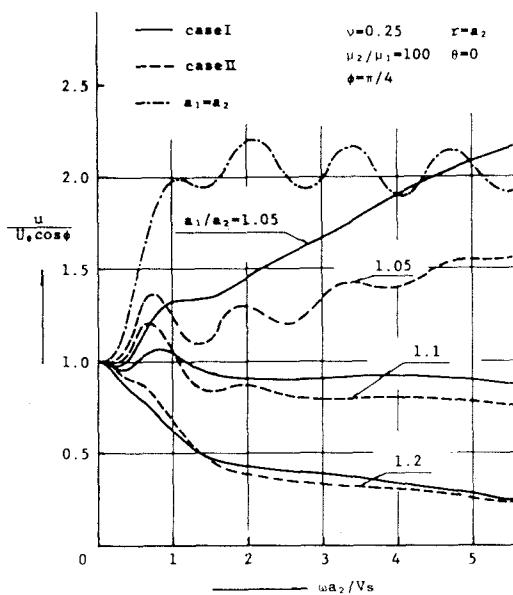


図-5 角速度と半径方向変位の応答倍率の関係（肉厚が変化する場合）

軸方向応力の値を図-8～11に示した。円筒内面の半径方向変位は図-8に示したように、Case I ではポアソン比によってあまり変化しないが、 $\omega = 1.7$ でポアソン比の値による傾向が逆転している。Case II でもそれ程大きな変化はないが、Case I よりは大きく ω の全体にわたってポアソン比の小さなものの程大きい。

図-9、10は、円孔面と円筒内面の円周方向応力を示しているが、円孔面の応力集中係数は、Case I ではポアソン比によってかなり変化し、 $\nu = 0.05$ のときはほとんど零であり、 $\nu = 0.45$ では $\omega a_2 / V_s = 2.5$ で最大となり 1 を越えている。しかし Case I では全体としてそれ程大きくなないので対し、Case II ではポアソン比の変化に対してはそれ程変化しないが、全体として Case I に比べ大きくなっている。一方円筒の内面の応力集中係数は、この場合、Case I, II ともポアソン比によってそれ程変化せず、値も小さい。

図-11は、円孔面の軸方向応力を、図-9と同じように示したものである。円孔面の軸方向応力の応力集中係数は、Case I, II ともポアソン比によって変化しポアソン比の大きなもの程、大きな値となり、図-9と同じように ω の小さな範囲では Case II の方が Case I より大きな値を示している。

以上、3種の条件について考察したが、中空円孔の場合との比較を行ってみると、円筒内面の半径方向変位（円孔面でもほぼ同じ）は、円筒の剛性が小さい場合には中空円孔より大きくなることがある（図-2, 5 参照）が、剛性の大きなものでは ω の増加とともに中空円孔より小さくなっている。また、円孔面の円周

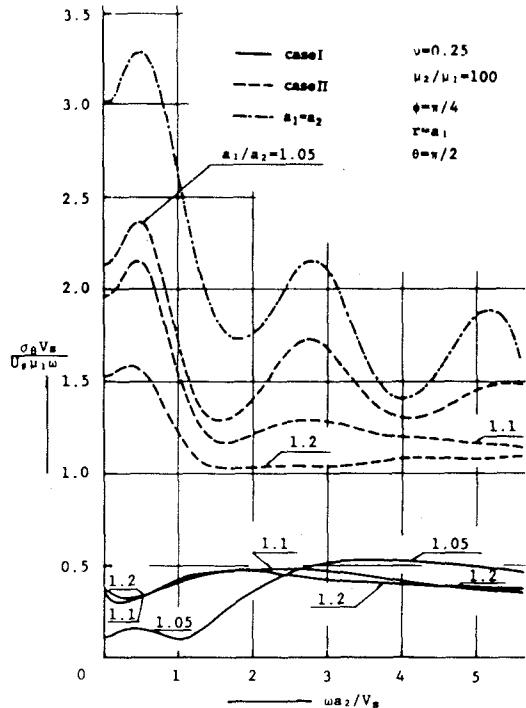


図-6 角速度と円孔面の動的応力集中係数 (σ_θ) の関係（肉厚が変化する場合）

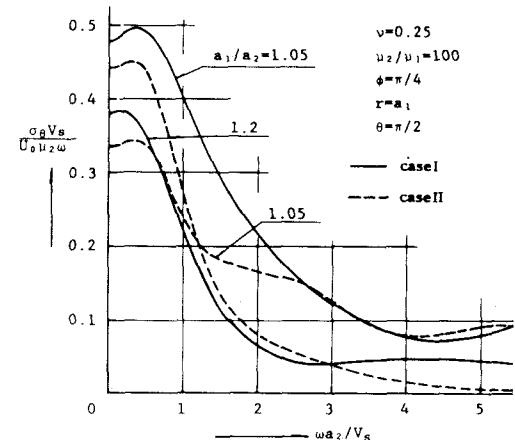


図-7 角速度と円筒内面の動的応力集中係数 (σ_θ) の関係（肉厚が変化する場合）

方向応力の応力集中係数は、境界面で変位・応力が連続な場合は、中空円孔よりかなり小さく、応力集中は起らないし、境界面にせん断力が存在しない場合でも、中空円孔の円孔面の値に比べると小さく、応力集中の程度が円筒の存在により減少することがわかる（図一3、6参照、ただし、図一3の中空円孔の値は、円孔面から $0.1a_2$ の位置の値であり、円孔面の値は図一6に示してある）。

5.まとめ

入射せん断波を受ける弾性体中のある厚肉円筒の動的応答問題を取り扱い、若干の数値解析を行ない、結果を考察したが、このことから次のようなことが明らかとなった。

- 1) 円筒の半径方向変位は、円筒と弾性体の剛性比 μ_2/μ_1 が 100 より大きいときはかなり小さくなるが、剛性比が 10 程度の場合は中空円孔の場合より大きくなり、特に境界面で変位・応力が連続な（Case I）の方が大きくなる。
- 2) 円筒との接触面の弾性体の周方向応力集中係数は、接触面にせん断力が存在しないとした Case II の時の方が大きいが、それでも中空円孔の場合より小さく、円筒の存在によりひずみが制約されている。
- 3) 円筒内面の周方向応力集中係数は、円筒の弾性係数が大きくなるにしたがい急激に減少するが、応力の大きさは増加し、入射波動によって生ずる応力の大きな部分を円筒が負担している。

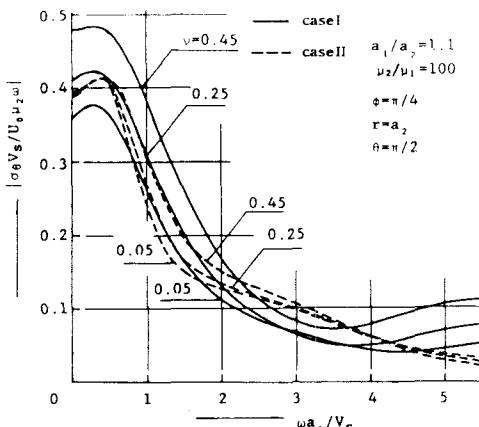


図-10 角速度と円孔内面の動的応力集中係数 (σ_θ) の関係 (ポアソン比が変化する場合)

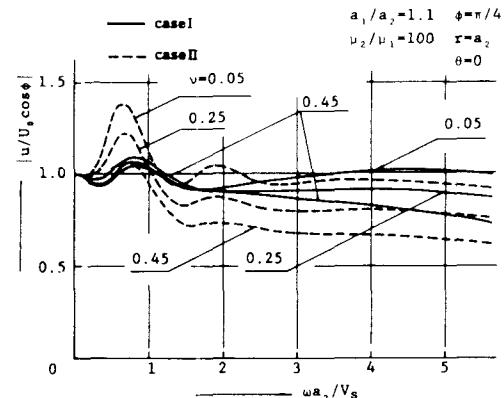


図-8 角速度と半径方向変位の応答倍率の関係 (ポアソン比が変化する場合)

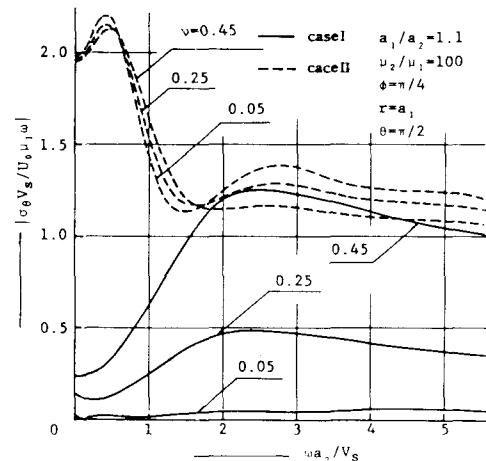


図-9 角速度と円孔面の動的応力集中係数 (σ_θ) の関係 (ポアソン比が変化する場合)

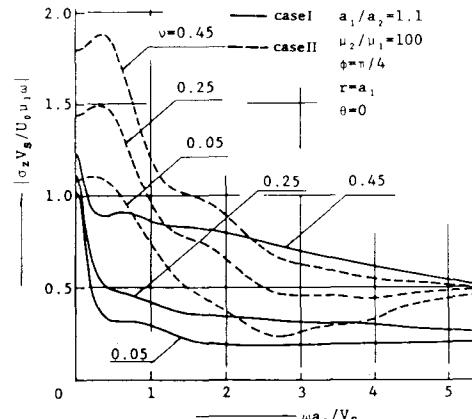


図-11 角速度と円孔面の動的応力集中係数 (σ_z) の関係 (ポアソン比が変化する場合)

- 4) ポアソン比による影響はあまり大きくないが、円孔面の軸方向応力に一番大きく表われている。
 - 5) 境界面の違いによる影響は、円孔面の周方向応力において特に著しく、傾向は全く逆である。
- 以上、この種の問題の基礎的なものとして定常入射せん断波に対する検討を行なったが、今後 Ricker waveletなどを用いた過渡的応答解析を行ない検討を重ねていく予定である。
- 尚、本論の数値計算は、北海道大学大型計算機センターの計算機を用いて計算を行なったものである。

参考文献

- 1) Pao, Y.H. : Dynamical Stress Concentration in an Elastic Plate, J. Appl. Mech., Vol.29, pp.299~315, 1962
- 2) Cheng, S.L. and Jahanshahi, A. : On Dynamic Stress Concentration Around a Discontinuity, J. Appl. Mech., Vol.34, pp.385~391, 1967
- 3) Baron, M.L. and Parnes, R. : Displacements and Velocities Produced by the Diffraction of a Pressure Wave by a Cylindrical Cavity in an Elastic Medium, J. Appl. Mech., Vol.29, pp.385~395, 1962
- 4) Mow, C.C. and McCabe, W.L. : Dynamic Stresses in an Elastic Cylinder, J. Eng. Mech. Div. Proc. A.S.C.E., Vol.89, No.EM3, pp.21~41, 1963
- 5) Mow, C.C. and Mente, L.J. : Dynamic Stresses and Displacements Around Cylindrical Discontinuities Due to Plane Harmonic Shear Waves, J. Appl. Mech., Vol.30, pp.598~604, 1963
- 6) Gauer, U. : Dynamic Stress Concentration in an Elastic Half Space with a Semi-Circular Cavity Excited by SH Waves, Int. J. Solids Structures, Vol.13, pp.675~683, 1977
- 7) 丹羽義次, 北原道弘, 山崎幹夫: SH波による半無限地盤上の非均質突起物の共振現象の解析, 第31回応用力学連合講演会講演論文抄録集, pp.139~140, 1981
- 8) 丹羽義次, 北原道弘, 山本正昭: 半無限弾性体中の空洞群周辺の動的応答解析, 土木学会第36回年次学術講演会講演概要集第1部, pp.531~532, 1981
- 9) V.W. Lee and M.D. Trifunac : Response of Tunnels to Incipient SH-Waves, J. EM. Div. Proc., A.S.C.E., Vol.105, pp.643~658, 1979
- 10) T. Balendra et al : Dynamic Response of twin Circular Tunnels due to Incident SH-Waves, Earth. Eng. Struct. Dynamics, Vol.12, pp.181~201, 1984
- 11) 鵜飼恵三, 山口柏樹: 埋設管の動的地盤ばね定数に関する理論的考察, 土質工学会論文報告集, Vol.19, No.4, pp.93~102, 1979
- 12) 平井弘義, 佐武正雄: 斜め入射のせん断波を受ける円形トンネル周辺の応力解析, 土木学会第34回年次学術講演会講演概要集, 第1部, pp.493~494, 1979
- 13) 能町純雄, 松岡健一, 坂下正幸: 弾性媒体中にある厚肉円筒を伝わる弾性波について, 土木学会論文報告集, 第293号, pp.1~8, 1980
- 14) Nomachi, S.G., Matsuoka, K.G., Kishi, N. and Oshima, T. : Elastic Waves of Cylinder in an Elastic Medium, Proc. the 4th A.S.C.E. EMD Specialty Conference, pp.407~410, 1983