

影響因子を考慮した平行線ケーブルの疲れ強さ解析

FATIGUE ANALYSIS OF PARALLEL WIRE STRAND CABLE UNDER CONSIDERATION OF INFLUENCING FACTORS

松川昭夫* 亀井正博** 福井義典*** 佐々木佳男****

by AKIO MATSUKAWA, MASAHIRO KAMEI, YOSHINORI FUKUI and YOSHIO SASAKI

Parallel wire strands and HiAm anchor system having high fatigue strength are being increasingly used in major cable stayed structures. An adequate formulation of fatigue resistance of such cable strand is presented. Wire length, wire diameter, the number of wires and minimum stress are adopted as the important factors influencing fatigue strength of parallel wire strand and the effect of each factor is determined by both experimental and analytical methods.

1. まえがき

ケーブルに関する技術の進歩にともない、吊橋、斜張橋およびニールセン橋などの吊構造橋梁が急速に発展し、かつ、長大化が可能となった。これら橋梁のケーブルの設計にあたっては、静的強さはもとより、疲れ強さ、2次応力、疲労に有利な定着形式および防錆などの諸問題について種々検討がなされている。なかでも疲労に関する問題については、近年の交通荷重および頻度などの増大に伴って、道路橋においても重要な設計項目の1つとして取り上げられている。

このような背景から、ケーブルの素線およびストランドなどに関する疲労試験が、我が国はもとより諸外国においても数多く行われ、貴重な資料が蓄積されつつある。しかし、これらの試験はそれぞれの試験条件が異なるため、得られた結果もその試験固有のものとなり、普遍性に欠ける点のあることは否めない。試験装置および方法などの差異に関する問題はあるが、ケーブルの素線長さ、素線径、素線数および最小応力などの差異によっても、試験結果はかなり異なったものとなっている。つまり、これらの条件が、ケーブルの疲れ強さに影響を与える諸因子であることが推察される。したがって、橋梁に使用されるケーブルの疲れ強さを、これらの影響因子を考慮して解析的に推定できれば、設計に有効に利用することができると考えられる。

* 大阪市土木局 橋梁課 課長 ⑤530 大阪市北区梅田1丁目2番 2-500号
** 大阪市土木局 橋梁課 主査 ⑤530 大阪市北区梅田1丁目2番 2-500号
*** 工博(株)神戸製鋼所 試作実験センター 次席研究員 ⑥660 尼崎市道意町6丁目32番
**** (株)神戸製鋼所 機械研究所 要素技術センター ⑥651 神戸市中央区脇浜町1丁目3-18番

そこで本文では、疲労に関して有利な平行線ケーブルおよびHiAm定着形式などを対象として、疲れ強さに影響を与える上述の諸因子を抽出し、個々の因子について解析的に、また、実験的に影響度評価を試みた。さらに、これらの因子をパラメーターとして、任意の条件に基づくケーブルの疲れ強さを求める方法についても検討を加えたので以下に述べる。

2. 疲れ強さに影響を及ぼす因子の整理と考察

平行線ケーブルの疲れ強さに影響を及ぼす因子を大別すると、図-1のようである。ただし、この中には定着部の影響は考慮されていない。つまり、ケーブルの疲れ強さは平行線部で決まるものとして、これらの因子を全て考慮して、疲れ強さを導くことは困難である。そこで本文では、ケーブルの設計者の立場から、ケーブルは入念に管理された条件のもとで製作され、一定品質のものが供給されるものとして、ケーブルの疲れ強さが設計条件によってどのように変化するのかについて検討することにした。したがって、今回採用した影響因子は、素線長さ、素線径、素線本数および最小応力である。その

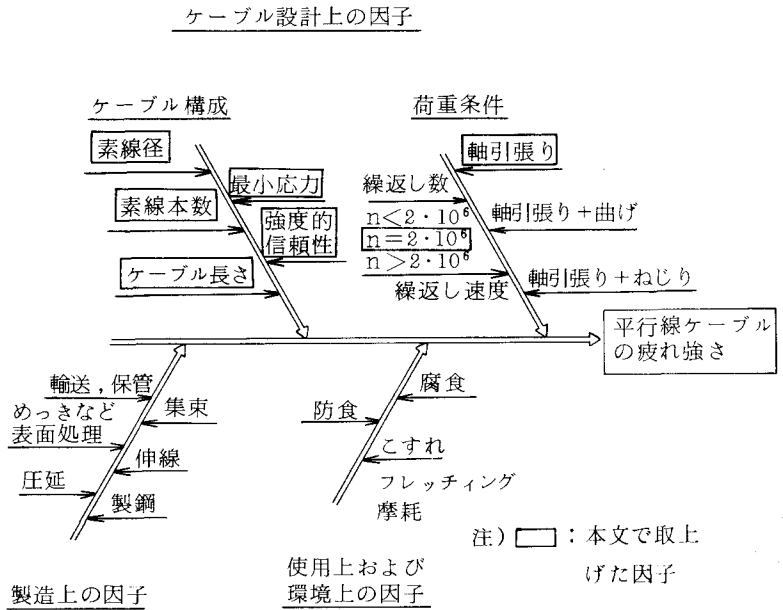


図-1 平行線ケーブルの疲れ強さの特性要因図

外に、疲労試験結果から疲れ強さを求める際に確率論的に評価する必要があるので信頼度も一つの因子と考えた。なお、繰返し効果については、未だ疲労試験が完了していないため、 2×10^6 回一定とした。

以下に上述の5つの因子について考察を加える。

a) 素線長さの効果

伊藤、小林はアルミ材の回転曲げ疲れ強さに及ぼす長さの効果について研究し、長さが長くなるにつれて回転曲げ疲れ強さが低下することを明らかにしている¹⁾。ケーブル素線の長さ効果に関しては Birkenmaier が、試験片長さを変えた疲労試験結果を統計的に整理し、試験片長さが長くなるにつれて疲れ強さが低くなることを明らかにしている²⁾。また、Andrä は材料各部の疲れ強さはある統計的な分布関数にしたがってばらつき、最も弱い個所の疲れ強さで材料全体の疲れ強さが決まると仮定して、長さ効果を理論的に推定している³⁾。このように素線長さが長くなるにつれて、回転曲げ、軸引張り、いずれの条件においても疲れ強さは低下するものと考えられる。

b) 素線本数の効果

素線本数が多くなると疲れ強さは低下するといわれている。Birkenmaier はケーブル素線の疲れ強さと

HiAmケーブルのそれとの関係について式(1)を提案しているが²⁾、その根拠は必ずしも明確ではない。

$$\Delta\sigma_{\text{tendon}} = \Delta\sigma_{\text{wire}}^{-14} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 $\Delta\sigma_{\text{tendon}}$; HiAmケーブルの疲労許容応力範囲 (kgf/mm²)

$\Delta\sigma_{\text{wire}}$; ケーブル素線の 2×10^6 回繰返しにおける

破壊確率 5%の疲労応力範囲 (kgf/mm²)

素線本数効果の定量的な把握については、今後も検討を加えていく必要があると考えられるが、さしあたって本文では素線本数の効果を素線の長さに変換して評価することにした。つまり、素線本数をMとし、ケーブルの長さをLとすれば、長さ効果においてM・Lで評価することになる。

c) 最小応力効果

ケーブル素線の疲れ強さについての最小応力、つまりは平均応力の効果は、(疲れ強さ) / (引張り強さ)の比が一般鋼材に比べて低いのでそれほど大きくはないと考えられている。しかしながら、DIN 1073⁴⁾では、公称引張強度 $\beta_N = 150 \text{ kgf/mm}^2$ の時、平行線ケーブルの許容応力度 $zul \sigma_0$ を

$$zul \sigma_0 = 25 / (1 - 0.895 \kappa) \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 $\kappa = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$, $\sigma_{\max}$; 最小および最大応力

としており、最小応力の効果が含まれている。

d) 素線径の効果

素線径の効果について述べられた論文は見あたらないようである。一般鋼材では軸引張り下において試験片の径の効果はあらわれにくいと言われているが、高強度材であるケーブル素線においては、素線径が大きくなると破壊の起点を含む表面積が広がるため、素線径が大きくなるにつれて疲れ強さは若干低下するのではないかと推察される。現在、一般に供されているケーブル素線径としては、5 mmと7 mmが主であることから今回の線径の対象としては、この2種類とした。

e) 信頼度効果

疲労試験結果はS-N曲線にまとめられて設計に使用されるが、一般的に信頼度としては、95~99%の値がとられることが多い。いずれにしても、任意の信頼度に対する平行線ケーブルの疲れ強さを求めることが必要である。

以上述べたこれらの諸因子による効果は、疲労試験を行うことにより評価することにした。ただし、長さ効果については、かなり長いケーブル素線の疲労試験を行う必要があり、負荷による伸びが大きく、繰返し速度が遅くなるので実験的に求めるためには長期間を要する。そこで本文では、長さ効果の確認については極値統計論に基づいて検討することにした。

3. 素線本数および長さ効果の評価

(1) 極値統計論による連続体強度の検討

m個の独立した測定値の内xが最大値である確率 $\Phi_m(x)$ は式(3)のように表される。

$$\Phi_m(x) = F^m(x) \quad \text{----- (3)}$$

また、m個の独立した測定値の内、最小のものがxより小さい確率、すなわち最小値の確率 ${}_1\Phi_m(x)$ は式(4)で表される。

$${}_1\Phi_m(x) = 1 - [1 - F(x)]^m \quad \text{----- (4)}$$

さらに、最大値および最小値の確率密度関数は、

$$\varphi_m(x) = m \cdot F^{m-1}(x) \cdot f(x) \quad \text{----- (5)}$$

$${}_1\varphi_m(x) = m \cdot [1 - F(x)]^{m-1} \cdot f(x) \quad \text{-----} \quad (6)$$

となる。極値のモード $\widetilde{x}_m$, $\widetilde{x}_1$ はそれぞれ式 (5) および式 (6) をそれぞれ微分することによって求めることができ、

$$m-1 = -[\{f'(x)/f^2(x)\} \cdot F(x)]_{x=\widetilde{x}_m} \quad \text{-----} \quad (7)$$

$$m-1 = [\{f'(x)/f^2(x)\} \cdot \{1-F(x)\}]_{x=\widetilde{x}_1} \quad \text{-----} \quad (8)$$

となる。

a) 最大値分布からの検討 ⁵⁾

いま測定値は式 (9) で表される標準正規分布に従うものとする。

$$f(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \cdot \exp(-x^2/2) \quad \text{-----} \quad (9)$$

また、この時累積分布関数は式 (10) となる。

$$F(x) = \int_{-\infty}^x (1/\sqrt{2\pi}) \cdot \exp(-x^2/2) dx \quad \text{-----} \quad (10)$$

測定値が正規分布の時の極値のモードの誘導法は文献 5) に詳細に述べられているが、ここではその概略の手順を示す。まず、

$$f'(x)/f(x) = d \ln f(x)/dx = -x \quad \text{-----} \quad (11)$$

から、式 (7) は、

$$m-1 = \widetilde{x}_m \cdot F(x)/f(x) \quad \text{-----} \quad (12)$$

となる。また、 x の大きい値に対しては次の関係が成り立つ。

$$1-F(x) = f(x) \cdot (1-x^{-2} + 3x^{-4} - 15x^{-6} + \dots) / x \quad \text{-----} \quad (13)$$

そこで、式 (13) を式 (12) に代入することにより、次式が得られる。

$$m-1 = \widetilde{x}_m / f(x) - (1 - \widetilde{x}_m^{-2} + 3\widetilde{x}_m^{-4} - 15\widetilde{x}_m^{-6} + \dots) \quad \text{-----} \quad (14)$$

$\widetilde{x}_m^2$ 以上の高次の項が無視できるものとして、結局 x のモードは式 (15) もしくは式 (16) として表される。

$$\widetilde{x} = \sqrt{2 \cdot \ln(m/\sqrt{2\pi})} \simeq \sqrt{2 \cdot \ln(0.4m)} \quad \text{-----} \quad (15)$$

$$\ln \widetilde{x} = (1/2) \cdot \ln 2 + (1/2) \cdot \ln \ln(0.4m) \quad \text{-----} \quad (16)$$

x をケーブル素線の単位長さの間に存在する欠陥の大きさと考え、ケーブル素線の疲れ強さ σ_{wc} は製造条件や素線径が同じ場合、式 (17) で表されるものとする。

$$\sigma_{wc} = C_1 / \sqrt{x} \quad \text{-----} \quad (17)$$

ここに、 C_1 ; 定数

L を基準長さとしてケーブル素線の長さを

$$L = m \cdot L_0 \quad \text{-----} \quad (18)$$

とすると、ケーブル素線の疲れ強さ σ_{wc} は次の一般的な形になる。

$$\ln \sigma_{wc} = K_1 - K_2 \cdot \ln \ln(K_3 \cdot L) \quad \text{-----} \quad (19)$$

ここに、 K_1 , K_2 および K_3 ; 定数

したがって、極値統計論の最大値分布によると、ケーブル素線の疲れ強さ σ_{wc} の対数 $\log \sigma_{wc}$ は、ケーブルの素線長さ L の 2 重対数 $\log(\log L)$ に比例して低下することになる。

b) 最小値分布からの検討

測定値の分布は、a) 項同様標準正規分布に従うと仮定し、式(8)と式(11)より、

$$m-1 = -\{1-F(x)\}/f(x) \cdot \tilde{x}_1 \quad (20)$$

となる。さらに、式(20)に式(13)を代入することにより

$$m-1 = -(1-\tilde{x}_1^{-2} + 3\tilde{x}_1^{-4} - 15\tilde{x}_1^{-6} + \dots) \quad (21)$$

となる。ここで、 $\tilde{x}_1^{-4}$ 以上の高次の項を無視するとモードは次のように求まる。

$$m = \tilde{x}_1^{-2} \quad (22)$$

式(22)において $\tilde{x}_1$ をケーブル素線単位長さ当りの疲れ強さの最低値と考え、ケーブル素線の疲れ強さ σ_{wc} はその最低値に相当すると考える。また、ケーブル素線の全長を式(18)によって表すと、式(22)からケーブル素線の疲れ強さは、

$$\ln \sigma_{wc} = (1/2) \cdot \ln L_0 - (1/2) \cdot \ln L \quad (23)$$

となる。式(23)を一般的な形に書改めると式(24)になる。

$$\ln \sigma_{wc} = K_4 - K_5 \cdot \ln L \quad (24)$$

ここで、 K_4 および K_5 ; 定数

a) 項および b) 項で行なわれた検討の結果、ケーブル素線の疲れ強さ σ_{wc} の対数 $\log \sigma_{wc}$ は、ケーブル素線全長 L の2重対数 $\log(\log L)$ または対数 $\log L$ に比例して低下することになる。

(2) シミュレーションによる連続体強度の検討

a) シミュレーションによる強度分布の評価

基準長さ L_0 のケーブル素線の疲れ強さは、式(9)に示す標準正規分布の確率密度関数に従うものとし、長さ $m \cdot L_0$ (m ; 倍数、 L_0 ; 基準長さ)のケーブル素線の強度は m 個の基準長さ L_0 を持った素線の内、最も低い強度を持ったものの強度

に一致すると仮定する。つまり、 $m \cdot L_0$ 表-1 シミュレーション結果による倍数別強度推定値

の長さを持ったケーブル素線の強度分布は、正規乱数から任意に m 回抽出し、その m 個の値の内の最小値の分布に一致すると考える。以上の連続体強度の考えかたをもとに正規乱数を発生させシミュレーションを行った。このようにして求めた倍数 m に対する強度の平均値および標準偏差を表-1に示す。

倍 数 m			1	10	100	1000
標準偏差 σ			1.000	0.583	0.380	0.265
強度 推定 値 r^*	50.0%	$k=0.000$	0.000	-1.483	-2.457	-3.095
	90.0	$k=1.282$	-1.282	-2.226	-2.944	-3.435
	95.0	$k=1.645$	-1.645	-2.440	-3.082	-3.531
	97.5	$k=1.960$	-1.960	-2.626	-3.203	-3.614
	99.0	$k=2.326$	-2.326	-2.839	-3.341	-3.711
	99.9	$k=3.090$	-3.090	-3.285	-3.631	-3.914

b) シミュレーション結果の検討

注) %の値は片側信頼度を示す。

3の(1)項で述べた最小値分布の式(6)は測定値が標準正規分布する場合、次式で表される。

$$g(x) = (m/\sqrt{2\pi}) \cdot e^{-x^2/2} \cdot \{(1/\sqrt{2\pi}) \cdot \int_x^\infty e^{-y^2/2} dy\}^{m-1} \quad (25)$$

表-2 強度の平均および標準偏差

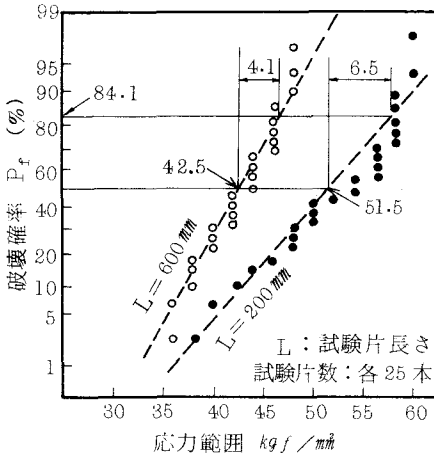


図-2 試験片長さによる疲れ強さの変化
ただし、繰返し数； 2×10^6 回

倍数 m	平 均 $\bar{x}^*$	標準偏差 σ
1	-0.0000	1.0000
2	-0.5642	0.8257
3	-0.8463	0.7480
4	-1.0294	0.7012
5	-1.1630	0.6690
6	-1.2672	0.6449
7	-1.3522	0.6260
8	-1.4236	0.6107
9	-1.4850	0.5978
10	-1.5388	0.5868
⋮	⋮	⋮
50	-2.2491	0.4645

$m=50$ までの $g(x)$ の倍数に対する母平均および標準偏差を表-2に示す⁶⁾。この結果は表-1に示すシミュレーションの計算結果と良く一致している。Birkenmaier は長さ 200mmおよび 600mmのケーブル素線を用いて、最大 2×10^6 回繰返し数までの疲労試験を行い、図-2に示す結果を得ている⁷⁾。

図から両試験片の疲れ特性は次のように求められる。

$$200 \text{ mm 試験片} ; \mu_1 = 51.5 \text{ kgf/mm}^2, \sigma_1 = 6.5 \text{ kgf/mm}^2$$

$$600 \text{ mm 試験片} ; \mu_2 = 42.5 \text{ kgf/mm}^2, \sigma_2 = 4.1 \text{ kgf/mm}^2$$

ここに、 μ_1, μ_2 ; 疲れ強さの平均値 σ_1, σ_2 ; 疲れ強さの標準偏差

長さ 200mmを基準として上述の結果を正規化すると、

$$\bar{\mu} = (\mu_2 - \mu_1) / \sigma_1 = (42.5 - 51.5) / 6.5 = -1.385$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_2 / \sigma_1 = 4.1 / 6.5 = 0.631$$

となり、表-2に示す倍数 $m=7$ (-1.352, 0.626)に近い。また、ケーブル長さを定着部前面間の距離とすれば、文献7)の図からつかみ部の長さは 62.5 mmと読みとれるので、素線の長さの倍数は 200mm試験片を基準にしたとき、 $m=6.33 \{ (600 - 62.5 \times 2) / (200 - 62.5 \times 2) \}$ となり、極値統計論から求められる倍数とほぼ一致する。このように、実験結果から得られた平均値および標準偏差の2つの統計量が理論値と良く一致することは、長さ変化による疲れ強さの変化が極値統計論に基づいて整理できることを示しており、特に m が大きくなった場合、シミュレーション手法は有効な手段である。

c) 長さ効果の表示法

極値統計論に基づく、ケーブル素線の疲れ強さ σ_{wc} と素線長さ L との関係は、式(26)あるいは式(27)のように表示できる。

$$\log \sigma_{wc} = h_1(\log L) \quad \dots \dots \dots (26)$$

$$\log \sigma_{wc} = h_2[\log(\log L)] \quad \text{-----} \quad (27)$$

ここに、 h_1, h_2 ; 線形作用素

図-3 にシミュレーションの結果に基づいて信頼度 α 別に推定値 f^* と倍数 m との関係を $\log(-f^*) - \log m$ の座標系にプロットしたものを、また、図-4 には、 $\log(-f^*) - \log(\log m)$ の座標系にプロットした結果を示す。図から分るように、 $\log(-f^*) - \log m$ の座標系よりも $\log(-f^*) - \log(\log m)$ の 2 重対数の座標系の方が直線性が良く、さらに後者においては信頼度 $\alpha=0.95 \sim 0.99$ の間で良い直線関係が得られる。そこで、ケーブル素線の長さ効果は、疲れ強さの対数を長さの 2 重対数に対してプロットして基準となる直線関係を定め、任意の信頼度に対しては基準線の値に係数を乗ずることにより近似的に求めることができると考えた。

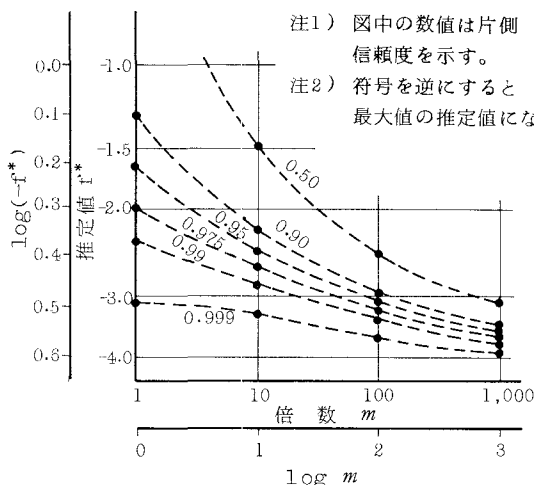


図-3 $\log(-f^*)$ と $\log m$ との関係

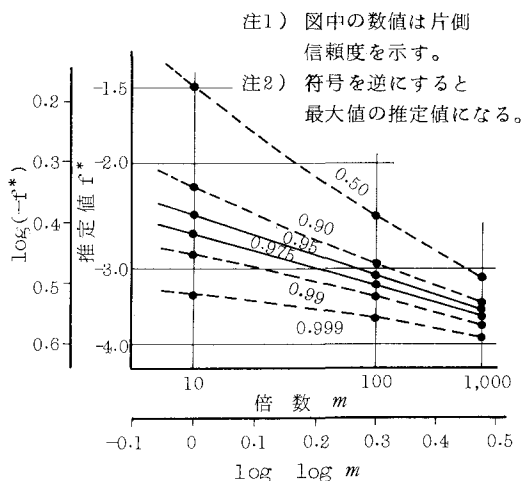


図-4 $\log(-f^*)$ と $\log \log m$ との関係

4. 最小応力効果の評価

一般に鋼材の疲れ強さの許容応力範囲を決める場合は、図-5 に示すような方法がとられている。図-6 に DIN 1073 に規定されている平行線ケーブルの許容応力範囲を示したが、許容応力線 AB を延長した平均応力軸との交点 C の応力は、公称引張強度 $\beta_N = 150 \text{ kgf/mm}^2$ の時、 238 kgf/mm^2 となる。つまり DIN 1073 においては真破断力 $\sigma_T = 238 \text{ kgf/mm}^2$ を前提にして疲れ強さの許容応力範囲が定められていると推定される。これは、一般的な許容応力を定める手法であるが、この手法によってケーブル素線の疲れ強さの許容応力を定めるためには、次の 3 点が明らかにされなければならない。

- 1) 最小応力効果の評価法
- 2) ケーブル素線の真破断力
- 3) 長さによる真破断力の変化

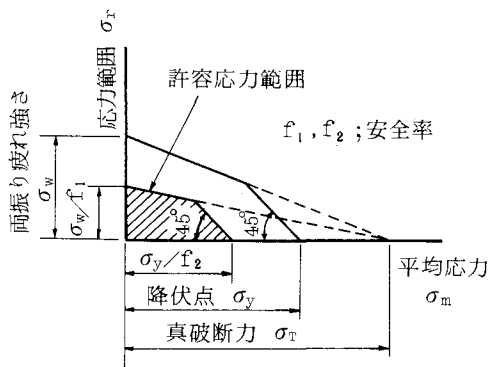


図-5 一般的な許容応力範囲の決め方

(1) 最小応力効果の評価

ケーブル素線のような高強度材においても一般鋼材と同様、耐久限度線図によって最小応力の効果が評価できるものとする、図-7に示すように各実験点は式(28)によって完全片振り応力条件における応力範囲 σ_0 に換算することができる。例えば、図-7の実験点A($\sigma_{\max 1}$, $\sigma_{\min 1}$)およびB($\sigma_{\max 2}$, $\sigma_{\min 2}$)は同一の応力範囲 σ_0 となるので、疲れ強さとしては同等と考えられる。以後、この式(28)で表わされる σ_0 の値を基準応力範囲とよぶ。

$$\sigma_0 = \{\sigma_T / (\sigma_T - \sigma_{\min})\} \cdot \sigma_r \quad (28)$$

ここに、 $\sigma_r = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$

$\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$; 最大および最小応力, σ_T ; 真破断力
基準応力範囲 σ_0 を用いると、異なる最小応力で行われた疲労試験結果も共通した疲れ特性値に換算することができる。DIN 1073においては、基準応力範囲 σ_0 を25 kgf/mm²とし、 $\beta_N = 150$ kgf/mm²の時、 $\sigma_T = 238$ kgf/mm²となるので、許容応力範囲 σ_r ($= \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$)は式(29)で定められているものと考えられる。

$$\sigma_r = \{(238 - \sigma_{\min}) / 238\} \cdot 25 \quad (29)$$

以上より、実験的に σ_0 の適正値が求められたなら、平行線ケーブルの最小応力を考慮した疲れ強さが一義的に定められることになる。

(2) ケーブル素線の真破断力

図-8に線径5.12 mm、長さ200 mmおよび1000 mmのケーブル素線について測定した真破断力のヒストグラムを示す。図は、破断荷重Pを破断後に測定した最小断面面積(A_m)で除した値で表示された真破断力 $\sigma_{T0} = (P / A_m)$ および図-9に示すくびれ部の応力分布の不均一さを考慮した式(30)で求められた真破断力 $\sigma_{z\max}$ を示している⁹⁾。

$$\sigma_{z\max} = 2\{(2b+a)/(4b+a)\} \cdot \sigma_{T0} \quad (30)$$

ここに、 $\sigma_{T0} = P / \pi a^2$, a および b ; 図-9に示す寸法

求められた σ_{T0} の値は250~270 kgf/mm²、また $\sigma_{z\max}$ は310~320 kgf/mm²で σ_{T0} の値より約10%高い。 σ_{T0} および $\sigma_{z\max}$ いずれの値も、200 mm試験片よりも1000 mm試験片の値の方が、若干高い値を示しているが、疲れ強さとは違って静的強度に関しては、実験条件の差異や断面のばらつきなどの方が影響が大きく、長さ効果は現れにくいものと考えられる。

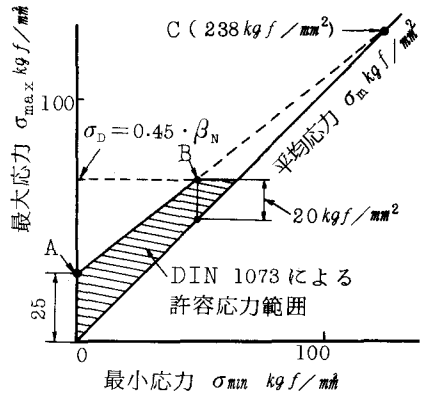


図-6 DIN 1073 における平行線ケーブルの許容応力範囲

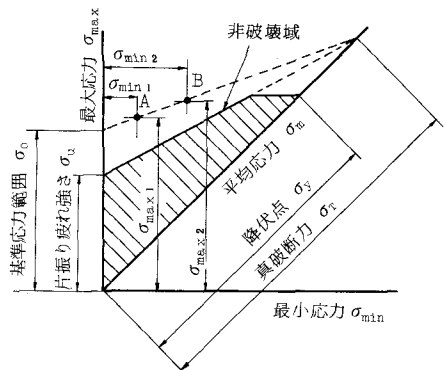


図-7 基準応力範囲 σ_0 の説明

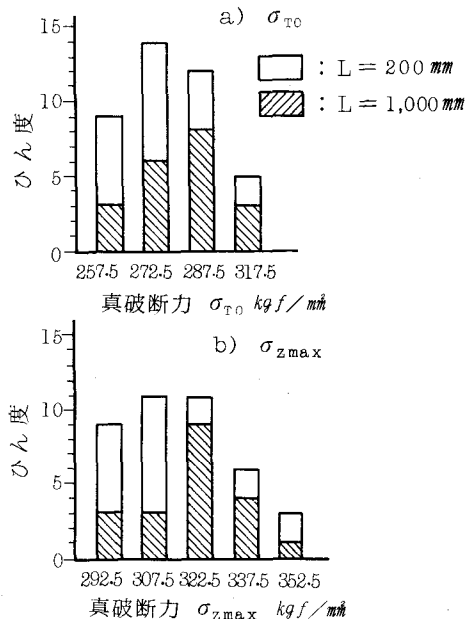


図-8 真破断応力 σ_{T0} および $\sigma_{z\max}$ のヒストグラム

図-6に示す耐久限度線図において平均応力軸上の点Cに真破断力がとられるのは便宜的手法であって、必要なことは図-10に示すように実製品の真破断力よりも低い値に査定することによって、許容応力範囲に余裕をもたせることである。ここでは実測値から若干低めに丸めた値として $\sigma_r = 250$ kgf/mm²を採用することにした。

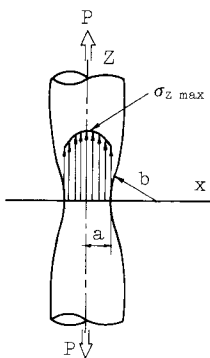


図-9

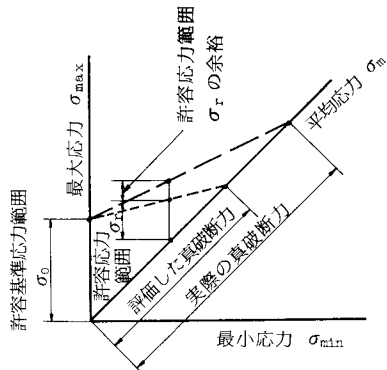


図-10 許容応力範囲 σ_r の変化

図-11は、図-8に示した真破断力がワイブル分布するものとして、確率が

くびれ部の応力分布

紙にプロットしたものである。これから、 σ_{zmax} が250 kgf/mm²の値以下となる確率は0.5%以下と小さく、以後の検討において真破断力に250 kgf/mm²の値を用いても大きな不都合はないと考えた。基準応力範囲は次式で表される。

$$\sigma_0 = \{250 / (250 - \sigma_{min})\} \cdot \sigma_r \quad \text{-----} \quad (31)$$

実際に線径5.12mmケーブル素線で、 $\sigma_{min} = 10$ kgf/mm²および25 kgf/mm²で行った疲労試験結果を図-12および図-13に示す。図-12は、各応力範囲に対する繰返し数ならびに、 2×10^6 回繰返し数における疲れ強さがワイブル分布に従うものとして各信頼度50%，95%，99%点を結んだものである。図-12(a)の縦軸は応力範囲 σ_r で、(b)は式(31)によって基準応力範囲 σ_0 に変換してある。図-12(b)から基準応力範囲で整理することにより同一のS-N曲線で表せることがわかる。また、図-13(a)は応力範囲 $\sigma_r = 60$ kgf/mm²の時の繰返し数をワイブル確率紙にプロットしたもので、(b)は $\sigma_{min} = 10$ kgf/mm²に対しては $\sigma_r = 65$ kgf/mm²の実験結果を、 $\sigma_{min} = 25$ kgf/mm²に対しては $\sigma_r = 60$ kgf/mm²

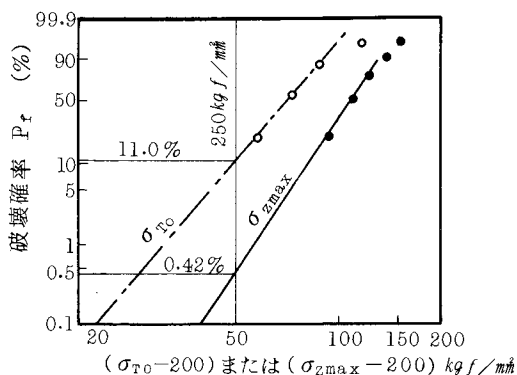
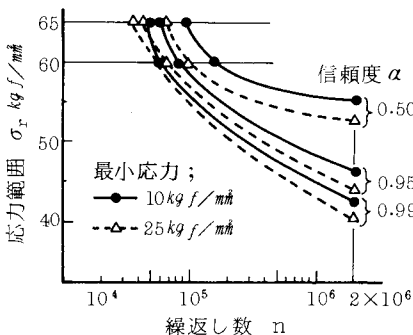


図-11 真破断力 σ_{T0} および σ_{zmax} のワイブル解析

の実験結果を基準応力範囲に変換してプロットしたものである。それぞれ、式(31)によって基準応力範囲に換算すると $\sigma_0 = 67.7$ kgf/mm²と66.7 kgf/mm²とになりほぼ等しくなるので、実験結果はワイブル確率紙上では同一の直線上に載っている。以上より、最小応力の効果は、式(31)によって評価できることが確認できる。

a) 応力範囲 σ_r による整理



b) 基準応力範囲 σ_0 による整理

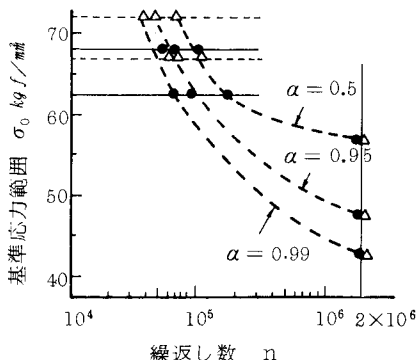


図-12 σ_r および σ_0 で整理したS-N線図

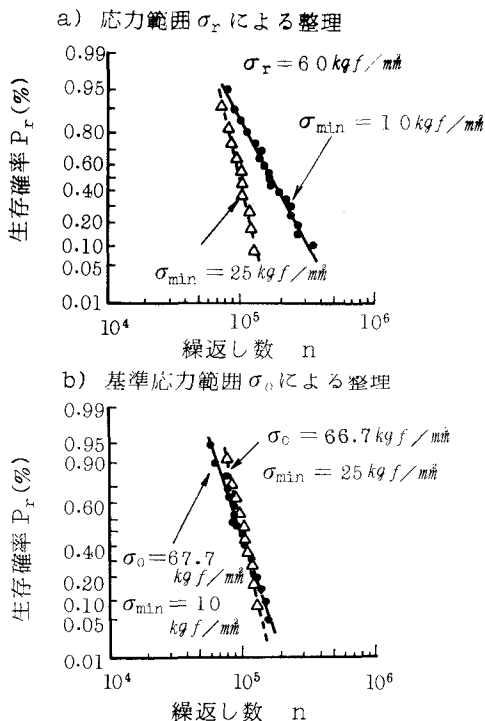


図-13 σ_r および σ_0 で整理した有限寿命における疲れ強さの解析

5. HiAm ケーブルの疲れ強さ推定式の提案

前章までの疲れ強さに影響を及ぼす因子についての検討は、平行線ケーブルの疲れ強さに定着部が影響を及ぼさないという前提のもとで行われたものである。このような条件をほぼ満たす定着方法の1つにHiAm定着形式がある。以下では、ケーブル素線およびHiAmケーブルの疲労試験を実施し、その結果をもとに各パラメータの効果を数値的に定め、平行線ケーブルの疲れ強さを実際に求める手順について述べる。現在までのところ、疲労試験が完全には終了していないため、繰返し効果のパラメータに対しては 2×10^6 回繰返し数一定とした。

(1) ケーブルの疲労試験

a) 素線の疲労試験

表-3に疲労試験に用いた $\phi 5.12$ 亜鉛めっき鋼線の化学成分および機械的性質などを示す。ケーブル素線の供試体は製造ロットの異なる10チャ

表-3 亜鉛めっき鋼線の化学成分および機械的性質

a) 化学成分

単位：%

化学成分	C	Si	Mn	P	S	Cu
規格値	0.75 ~0.80	0.12 ~0.32	0.60 ~0.90	<0.025	<0.025	<0.2

b) 機械的性質

項目	規格値
線径 mm	5.12±0.06 7.0±0.08
引張強さ kgf/mm ²	160 ~ 180
0.7%耐力 kgf/mm ²	118 以上
伸び %	4.0%(GL=250mm)
めっき付着量	300 g/m ² 以上
めっき線径増大 (平均において)	0.12 mm 以下 0.14 mm 以下

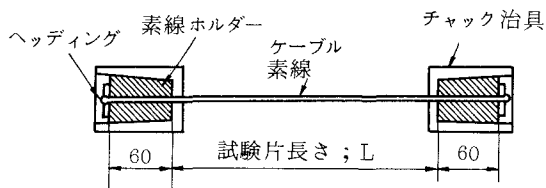


図-14 素線の疲労試験体

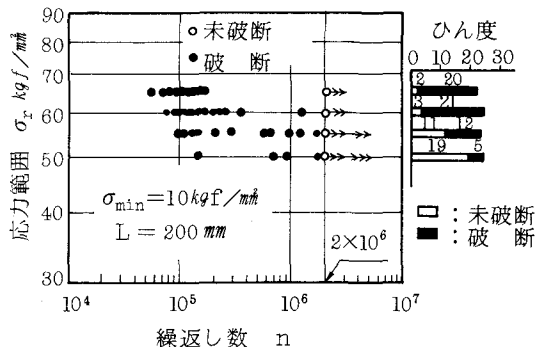


図-15 $\phi 5.12$ 亜鉛めっき鋼線の疲労試験結果

表-4 2×10^6 回疲れ強さのワイブルパラメータ

試験片長さ(L)	mm	200	500
形状パラメータ(m)		12.8	12.7
尺度パラメータ($\hat{\eta}$)	kgf/mm ²	59.8	58.4
$\alpha=0.95$ における σ_0	kgf/mm ²	47.4	46.2
$\alpha=0.99$ における σ_0	kgf/mm ²	41.8	40.7

ージから採取し、図-14に示すようにチャック間隔 L が200mmおよび500mmになるよう調整して製作した。疲労試験は最小応力10 kgf/mm²の軸引張り条件で、繰返し速度は約10~20Hzで行った。図-15は $L=200$ mmの疲労試験結果をS-N線図にプロットしたものである。 $L=200$ mmの時の応力範囲は $\sigma_r=65, 60, 55, 50$ kgf/mm²の4段階で、 $L=500$ mmの時は $\sigma_r=65, 60, 55, 50, 45$ kgf/mm²の5段階である。 2×10^6 回繰返しにおけるケーブル素線の破断確率がワイブル分布に従うものとする図-16のようになる。図では式(31)を用いて基準応力範囲 σ_0 に換算してある。また、図から求められた形状(m)および尺度($\hat{\eta}$)の各パラメータならびに信頼度 $\alpha=0.95, 0.99$ に対するそれぞれの基準応力範囲の値を表-4に示した。

b) HiAmケーブルの疲労試験

表-5に今回行った $\phi 5.12$ HiAm ケーブルおよび $\phi 7.0$ HiAmケーブルの疲れ試験の条件を示す。使用したケーブル素線の諸性質は表-3に示したものと同一である。

(2) HiAmケーブルの疲れ強さ

a) $\phi 5.12$ HiAm ケーブルの疲れ強さ推定式

2×10^6 回繰返し数における疲れ強さにワイブル分布を仮定すると、基準応力範囲 σ_0 と信頼度 α との関係は式(32)で表される。

$$\sigma_0 = \exp \left[(1/m) \cdot \ln \ln (1/\alpha) + \ln \hat{\eta} \right] \quad \text{-----} \quad (32)$$

式(32)の m および $\hat{\eta}$ に表-4中に示す値を代入すると、素線長さ200mmおよび500mmの 2×10^6 回繰返し数における疲れ強さは、それぞれ式(33)、(34)で表される。

$$\text{素線長さ } 200\text{mm} \text{ の場合: } \sigma_0 = \exp \left[(1/12.8) \cdot \ln \ln (1/\alpha) + \ln 59.8 \right] \quad \text{-----} \quad (33)$$

$$\text{素線長さ } 500\text{mm} \text{ の場合: } \sigma_0 = \exp \left[(1/12.7) \cdot \ln \ln (1/\alpha) + \ln 58.4 \right] \quad \text{-----} \quad (34)$$

また、素線長さ200mmにおいて、信頼度 $\alpha=0.95$ と $\alpha=0.99$ の時の基準応力範囲の対数の比(γ)を信頼度係数と呼び、

$$\gamma = \log \sigma_0 \left(\alpha=0.99, L=0.2 \right) / \log \sigma_0 \left(\alpha=0.95, L=0.2 \right) = 0.967 \quad \text{-----} \quad (35)$$

で表す。

表-5 HiAm163,127 および37の疲労試験条件

項 目	試 験 条 件		
ケーブルの形式	HiAm 163	HiAm 127	HiAm 37
線 径 × 長 さ	$\phi 7.0\text{mm}$ $\times 2.86\text{m}$	同 左	$\phi 5.12\text{mm}$ $\times 1.6\text{m}$
繰 返 し 速 度	0.7~1.7Hz	1.7~2.0Hz	2.5Hz

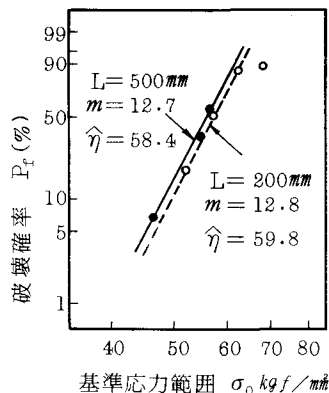
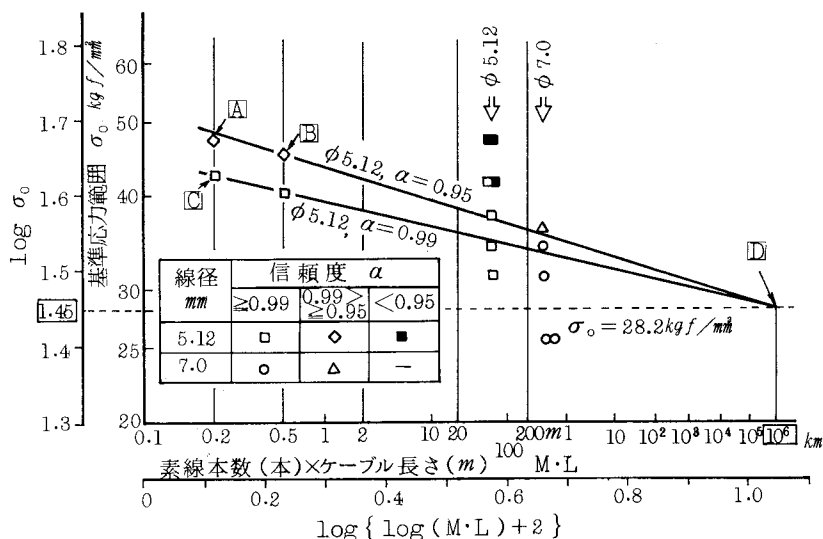


図-16 素線の 2×10^6 回疲れ強さのワイブル解析

図一17は縦軸に基準応力範囲 σ_0 の対数をとリ、横軸に素線本数 $\times$ ケーブル長さ($M \cdot L$)の値の2重対数目盛をとったもので、図中にはケーブル素線 $L = 200\text{mm}$, 500mm それぞれの信頼度 $\alpha = 0.95, 0.99$ についての点がプロットしてある。今回行ったHiAmケーブルの実験結果についても疲れ強さがワイブル分布に従うものとして、破断率から求めた破壊確率の値 β を1%以下、1%から5%以下ならびに5%を超える場合の3種に分けて、図では信頼度で表示している。ただし、 β が1%以下の実験結果には未破断のものも含まれている。信頼度と破壊確率との間には $\alpha = 1 - \beta$ の関係がある。素線長さの2重対数と基準応力範囲の対数とが直線関係になるという3の(2)のc)の結果から、 $L = 200\text{mm}$ の $\alpha = 0.95$ の点Aと $L = 500\text{mm}$ の同じく $\alpha = 0.95$ の点Bを結び、また、HiAmケーブルの実験結果を考慮してこれを延長した線を基準線とした。

次に、任意の信頼度に対する $\log \sigma_0 \sim \log (\log m)$ 線を求める手順について説明する。 $L = 200\text{mm}$ における $\alpha = 0.99$ の時の基準応力範囲は、表-4より $\sigma_0 = 41.8\text{ kgf/mm}^2$ である。この点をCとする。

信頼度 $\alpha = 0.99$ の $\alpha = 0.95$ に対する減少分 $\Delta \sigma_0$ は 5.6 kgf/mm^2 となる。ここで、基準長さ 200mm に対して $2 \times 10^3\text{mm}$ (倍数 $m = 10$)、 $20 \times 10^3\text{mm}$ ($m = 100$)および $200 \times 10^3\text{mm}$ ($m = 1000$)の時の $\Delta \sigma_0$ は表-1に示したシミュレーション結果の標準偏差に比例して変動するものと仮定する。つまり、 $m = 10$ では $\sigma = 0.583$ なので、 $\Delta \sigma_0 = 5.6 \times 0.583 = 3.26\text{ kgf/mm}^2$ だけ減少分があることになる。



図一17 $\phi 5.12$ HiAmケーブルの疲れ強さ推定式

ることになる。これを図上にプロットし、直線で結ぶと次第に $\alpha = 0.95$ の基準線に近づき点Dで交差する直線として求まる。この点の基準応力範囲は、 28.2 kgf/mm^2 で、 $M \cdot L$ は 10^6 km となる。理論的には交差しないが、適用範囲を $M \cdot L = 1,000\text{ km}$ 程度までとすれば実用的には充分である。一般に、HiAmケーブルの疲れ強さを 25 kgf/mm^2 程度にとっていることが多いが、この結果から見れば最小応力効果を考慮したとしても、ほぼ妥当なものと思われる。

先に最大値分布の考えによって求めた式(19)は

$$\log \sigma_{wc} - K_1/2.302 + K_2 \log 2.302 = -K_2 \log \{ \log (K_3 L) \} \quad (36)$$

と書き換えることができる。また、 $L = L_s$ において、 $\sigma_{wc} = \sigma_s$ とすると、

$$\log \sigma_s - K_1/2.302 + K_2 \log 2.302 = -K_2 \log \{ \log (K_3 L_s) \} \quad (37)$$

であるから、式(36)および式(37)から次式が得られる。

$$\log \sigma_{wc} - \log \sigma_s = -K_2 (\log \log (K_3 L) - \log \log (K_3 L_s)) \quad (38)$$

ここで、式(38)において、 L および $L_s \gg K_3$ とすると、近似的に式(39)が求まる。

$$\log \sigma_{wc} - \log \sigma_s = -K_2 (\log \log L - \log \log L_s) \quad (39)$$

つまり、ケーブルの疲れ強さは、点($\log \log L_s, \log \sigma_s$)を通り、勾配 $-K_2$ を持った直線で表すことができる。以上より、信頼度 $\alpha=0.95$ の疲れ強さは次のようになる。

$$\log \sigma_0 \left(\begin{matrix} \alpha=0.95 \\ \phi=5.12 \end{matrix} \right) - 1.45 = -0.244[\log\{\log(M \cdot L) + 2\} - \log 11] \quad \text{-----} \quad (40)$$

ただし、 $0.2 \text{ m} < M \cdot L < 1\,000 \times 10^3 \text{ m}$

同様に、 $\alpha=0.99$ の時は、 $\log \log$ の前の係数を -0.184 とすればよい。さらに、任意の最小応力 $\sigma_{\min}$ に対する疲れ強さ $\sigma_{r(\alpha=0.95)}$ は次のように求めることができる。

$$\sigma_{r(\alpha=0.95)} \left(\begin{matrix} \alpha=0.95 \\ \phi=5.12 \end{matrix} \right) = \{ (250 - \sigma_{\min}) / 250 \} \cdot \sigma_0 \left(\begin{matrix} \alpha=0.95 \\ \phi=5.12 \end{matrix} \right) \quad \text{-----} \quad (41)$$

もちろん、任意の信頼度に対する疲れ強さ $\sigma_{r(\alpha)}$ についても式(40)、(41)と同様にして求めることができる。

b) $\phi 7.0$ HiAmケーブルの疲れ強さ推定式

$\phi 7.0$ の素線については現在、疲労試験を実施中で、未だデータが十分そろっていないので線径による効果は求められていない。図-18は過去に実施された $\phi 7.0$ HiAmケーブルの実験結果を信頼度 α のランクで示している⁹⁾。ここでは、図中に示すように $\phi 7.0$ HiAm 127の破壊確率5%点Eと長さが長くなると線径効果が相対的に低下すると考えて交点Dを結ぶ直線を引き、これを $\phi 7.0$ HiAmケーブルの信頼度 $\alpha = 0.95$ における基準線と仮定した。また、この直線が $M \cdot L = 0.2 \text{ m}$ と交わる点をFとする。得られた直線を式(39)と同様に表わすと式(42)が求まる。

$$\log \sigma_0 \left(\begin{matrix} \alpha=0.95 \\ \phi=7 \end{matrix} \right) - 1.45 = -0.227[\log\{\log(M \cdot L) + 2\} - \log 11] \quad \text{-----} \quad (42)$$

いずれにしても、疲労試験のデータをそろえ、これらの点を確認して行く予定である。信頼度 $\alpha=0.99$ については、 $\phi 5.12$ の時の信頼度係数 $r = 0.967$ が $\phi 7.0$ の時にも適用できるものと仮定して点Fから $\sigma_0^{\alpha=0.99} = 0.2$ を求めると 40.3 kgf/mm^2 となる。この点をGとし点Dと結べば $\phi 7.0$ のHiAmケーブルの信頼度 $\alpha=0.99$ の線が求まることになる。

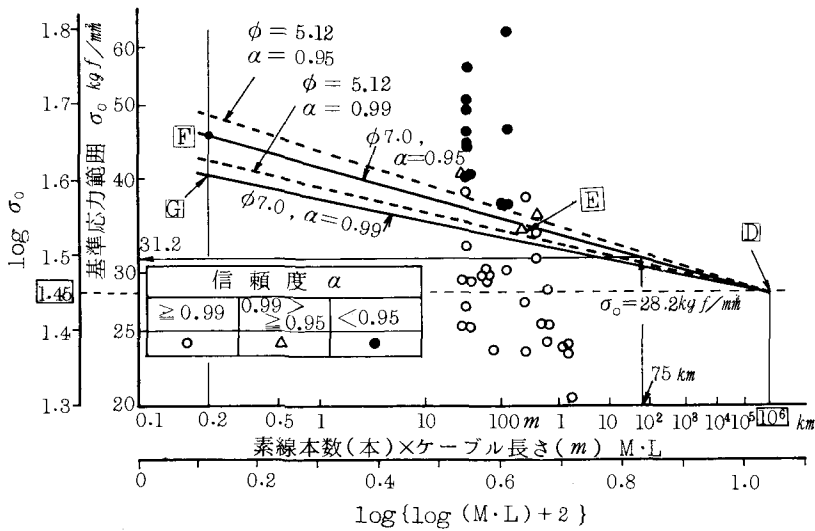


図-18 $\phi 7.0$ HiAmケーブルの疲れ強さ推定式

一例として中央径間 500m, 最上段ケーブルの長さが $L = 250\text{m}$ で $\phi 7.0\text{HiAm301}$ を有する斜張橋のケーブルについて疲れ強さを求めてみる。

素線本数 $\times$ 長さは, $M \cdot L = 75\text{km}$ となり, 信頼度 $\alpha = 0.95$ とすると図-18 から $\sigma_0 = 31.2 \text{ kgf/mm}^2$ と求まる。死荷重応力 $\sigma_D = 43.3 \text{ kgf/mm}^2$ を最小応力とすれば, 式(31)から疲れ強さは,

$$\sigma_{r,a} = \{ (250 - 43.3) / 250 \} \times 31.2 = 25.8 \text{ kgf/mm}^2$$

となる。

ここで言う疲れ強さとは, 一定応力範囲が 2×10^6 回繰返すという前提に立っている。

6. あとがき

以上述べたように, 繰返し数 2×10^6 回として, ケーブルの設計に関連した素線長さ, 素線径, 素線本数, 最小応力の4つの影響因子および信頼度を考慮した平行線ケーブルの疲れ強さについて, 実験的ならびに解析的に検討を加えた。しかし, 橋梁構造物における疲労に関する問題については, あくまで活荷重の量および頻度などとの関連において検討すべきであることは言うまでもない。これには, 大きな応力範囲が低い頻度で, また, 小さい応力範囲が高い頻度で生ずる, すなわち, 有限寿命域から無限寿命域までを網羅した S-N 曲線が必要となる。さらには疲労限の存在についても確認しなければならない。これらについては, 一連の計画に基づいた疲労試験を継続中であり, その結果を待って別の機会に報告する予定である。本文がこの種の問題に少しでも参考となれば幸いである。なお, 本検討を進めるにあたり, HiAm ケーブルに関する供試体の提供および疲労試験などに御協力いただいた神鋼鋼線工業株式会社に深く感謝する次第である。

参考文献

- 1) 伊藤, 小林: 日立評論, 45 - 12, 1963.
- 2) M. Birkenmaier, R. Narayanan: IABSE COLLOQUIUM LAUSANNE, 1982.
- 3) W. Andrä, R. Saul: Die Bautechnik, 56 - 4, 1979.
- 4) DIN 1073, 1974.
- 5) 河田他監訳, E. J. Gumbel: 極値統計学, 生産技術センター新社
- 6) 島田: 信頼性と寿命試験, 日科技連, 1981.
- 7) M. Birkenmaier: IABSE Proceedings P-30/80, May 1980.
- 8) 益田, 室田: 工業塑性力学, 養賢堂, 1967.
- 9) 例えば, 田中, 原口: 土木学会年次学術講演会, I - 56, 1979.