

都市高速道路高架橋における  
ラーメン橋脚の信頼性解析  
RELIABILITY ANALYSIS OF RIGID-FRAME PIERS  
ON URBAN EXPRESSWAY BRIDGES

白木渡 ・ 高岡宜善 ・ 松保重之 ・ 山本克之

By Wataru SHIRAKI, Nobuyoshi TAKAOKA, Shigeyuki MATSUHO and Katsuyuki YAMAMOTO

In this study, a reliability analysis of reinforced concrete rigid-frame piers on urban expressway bridges is made. The pier is considered to have doubly reinforced rectangular section and to be subjected to random vehicular loads and wind loads throughout superstructure. The failure of pier is assumed to be occurred at the beam part. The probability of failure of pier is evaluated by computing the probability that the maximum bending moment at the beam part of pier become larger than the ultimate resisting moment of the beam part. The randomness of the ultimate resisting moment is characterized by the yield strength of steel and the cylinder strength of concrete. In numerical examples, the effect of such parameters as the coefficients of variation of material strengths, area of steel and dimensions of section on the probability of failure of pier are shown.

1. まえがき

我国における都市高速道路は、そのほとんどが高架橋でできており、都市中心部の交通量の多い所をビルの谷間をぬうように建設されている。したがって、それを支える橋脚を設計する際には、その大きさ、形、建設位置に細心の注意をはらうことはもちろん、その安全性・信頼性に対する十分な検討が必要である。また、高架橋が二重三重に立体交差するようなことも多く、橋脚の高さがかなり高くなるので、考慮すべき荷重についても上部構造からの死・活荷重の他に風による荷重の評価が重要になってくる。そして、一般にこれらの荷重は不規則変量であると考えられる。

以上のような点を考慮して、ここでは不規則な活荷重および風荷重の作用を受ける都市高速道路の高架橋を支える橋脚の橋軸直角方向に関する信頼性解析を行なうことにする。対象としては、実際にもよく用いられている鉄筋コンクリート製ラーメン橋脚を考える。そして、そのはり部と柱部は、それぞれ一定の剛度を有するものとして、剛比および部材長のみをパラメータとして規定する。

まず、橋脚に作用する外力としては、渋滞時における活荷重、上部構造の死荷重および上部構造に作用する風荷重の3つが同時に作用する場合を考える。これらのうち、活荷重と風荷重は不規則変量としてとり扱

---

|      |    |                |          |                               |
|------|----|----------------|----------|-------------------------------|
| *    | 工博 | 鳥取大学助教授        | 工学部土木工学科 | (〒680 鳥取市湖山町南4-101)           |
| **   | 工博 | 鳥取大学 教授        | 工学部土木工学科 | (〒680 鳥取市湖山町南4-101)           |
| ***  | 工修 | 舞鶴高専 助手        | 土木工学科    | (〒625 舞鶴市白屋234)               |
| **** | 工修 | 総合技術コンサルタント(株) |          | (〒101 東京都千代田区神田1-15-16, 東光ビル) |

うことにし、上部構造の死荷重は確定量とする。そして、モデル化された荷重による断面力は曲げモーメントのみに注目して弾性解析により評価する。

つぎに、コンクリート強度および鉄筋の強度のみを不規則変量として、鉄筋コンクリート断面の抵抗力についてモデル化を行なう。

その後にラーメン橋脚の信頼性解析を行なう。その際、鉄筋コンクリート製ラーメン橋脚の破壊をいかにとらえるかということが問題となる。一般に、曲げを受ける不静定構造物は過大な荷重によって部分的に断面の降伏を生じて、直ちに全体的な破壊には至らない。すなわち、降伏を生じた断面に塑性ヒンジを形成することによって曲げモーメントを再分配し、さらに大きな外力に耐えることができる。そして、さらに外力が加われば、最終的には崩壊機構を形成して安定を失うという破壊過程をたどる<sup>1)</sup>。外力および強度がともに不規則な量として規定される場合には、上記の崩壊機構について幾通りものモードを考える必要がある。しかし、破壊モード間には一般に相関があり<sup>2), 3)</sup>、問題は著しく複雑化する。鉄筋コンクリートの不静定構造物も、塑性ヒンジの形成によりさらに大きな外力に抵抗できるが、塑性ヒンジとなった部分は断面に大きなひび割れが生じ、通常の状態でのような耐荷力を設計上で考慮に入れることができない<sup>2)</sup>。

このような背景を考慮しつつ、ここに行なう信頼性解析においては簡単のため次のような前提を設ける。まず、ラーメンの崩壊機構は「はり形式」に限定されるとし、さらにはり部の1断面の破壊によって同時にこの崩壊機構に移行するものとする。このように考えれば、ラーメンの破壊ははり部の断面の破壊のみに支配される。さらに、構造物に生ずる断面力は弾性解析により求めることができ、しかも個々の外力の大きさのみに依存し、その線形和で与えられるものとする。また、断面は材料強度の実現値のみによって決定される固有の終局耐力を有しているものとし、外力とは独立であるとする。このような仮定に基づき断面の破壊すなわちラーメンの破壊を、「外力の実現値と構造寸法のみによって確定する断面力が、材料強度の実現値と断面の寸法のみによって確定する固有の耐荷力を上まわること」と定義する。以上のような仮定は、現段階において地震荷重を考慮しない場合のコンクリート製ラーメン橋脚の解析上妥当な仮定であると考えられる。

このような破壊の生ずる確率を、先に述べた外力については2個、強度についても2個の合計4個の確率変量によって定式化した後、それらを用いて行った二、三の数値計算例を示し、若干の考察を行なう。

## 2. ラーメン橋脚に作用する荷重のモデル化

ラーメン橋脚のはり部に作用する外力としては、上部構造の支点反力を主目的に考えなければならない。ここでは、この支点反力を生じせしめる要素として上部構造に作用する活荷重と風荷重ならびに上部構造の死荷重を取り上げる。

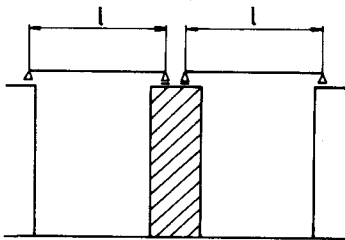


Fig. 1 Rigid-frame Pier Supporting  
Two Simple Girders

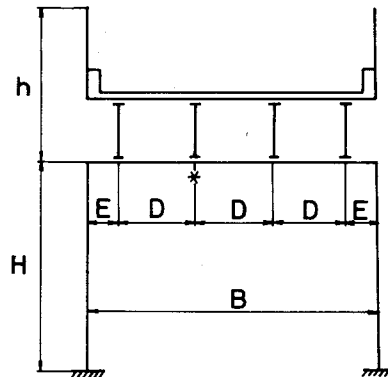


Fig. 2 Model of Section of Elevated Bridge

Fig. 1 に示すような等しい支間長  $l$  を有する 2 つの単純支持形式の上部構造を支持するラーメン橋脚（斜線部分）について考える。そして、Fig. 2 に示すように高架橋の橋軸直角方向の断面をモデル化する。この図においては、 $H$  はラーメンの高さ、 $B$  はラーメンの幅、 $E$  および  $D$  は上部反力を支持する位置、すなわちラーメンに対する載荷位置を示す。また、 $h$  は上部構造の主桁高に床版厚、遮音壁などを加えた高さで、風を受ける面積を明確に規定するために導入する。以上の寸法に加え道路幅は 2 車線、主桁の支持位置は 4 点ということを仮定して、ラーメンに作用する外力をモデル化する。

#### (1) 活荷重および上部構造の死荷重による支点反力の評価

著者らは、これまで道路橋における渋滞時活荷重を不規則分布荷重としてモデル化することを提案し<sup>4)</sup>、最近実施された阪神高速道路公団活荷重実態調査結果<sup>5)</sup>に基づいて、すでに 1 車線あたりの荷重強度を規定し報告している<sup>6), 7)</sup>。これを用いてまず支間長  $l$  なる単純桁の 1 車線あたりの渋滞時活荷重による支点反力として、 $\tilde{P}_L$  という不規則変数を次のように定義する。

$$\tilde{P}_L = \int_0^l G_P(s) \tilde{q}(s) ds \quad (1)$$

ここに、 $G_P(s)$  は単純桁の支点反力に関する影響関数であり、次式のように与えられる。

$$G_P(s) = 1 - \frac{s}{l} \quad (2)$$

式 (1) のように不規則関数の積分として与えられる  $\tilde{P}_L$  の確率特性値、すなわち期待値  $\bar{P}_L$  および分散  $D_{P_L}$  は、不規則関数の相関理論<sup>8)</sup>により次式 (3)、(4) のように表すことができる。

$$\bar{P}_L = \bar{q} \int_0^l \left(1 - \frac{s}{l}\right) ds = \frac{\bar{q}}{2} l^2 \quad (3)$$

$$D_{P_L} = \int_0^l \int_0^l G_P(s_1) G_P(s_2) K_q(s_1, s_2) ds_1 ds_2 \quad (4)$$

ここに、 $\bar{q}$ 、 $K_q(s_1, s_2)$  は、それぞれ不規則分布荷重  $\tilde{q}(x)$  の期待値および自己相関関数である。そして、この  $K_q(s_1, s_2)$  は、先に報告した結果にもとづき、次の形で書くことができる<sup>6), 7)</sup>。

$$K_q(s_1, s_2) = D_q \exp\{-\alpha |s_1 - s_2|\} \quad (5)$$

ここに、 $D_q$  は  $\tilde{q}(x)$  の分散で、 $\alpha$  はその自己相関関数の減衰定数である。式 (4) に式 (2) および式 (5) を代入し積分を行なう。このとき積分領域を Fig. 3 に示すように分割する必要があることに注意すれば、次式を得る。

$$D_{P_L} = \int_0^l \int_0^{s_2} \left(1 - \frac{s_1}{l}\right) \left(1 - \frac{s_2}{l}\right) D_q \exp\{-\alpha (s_2 - s_1)\} ds_1 ds_2$$

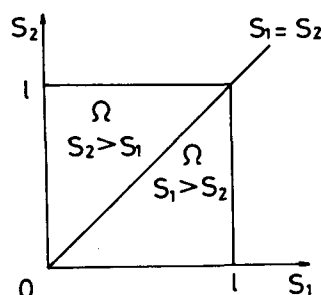


Fig. 3 Division of the Domain of Integration of Eq. (6)

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^l \int_{s_2}^l \left(1 - \frac{s_1}{l}\right) \left(1 - \frac{s_2}{l}\right) D_q \exp\{-\alpha(s_1 - s_2)\} ds_1 ds_2 \\
 & = \frac{D_q}{\alpha} \left\{ \frac{2}{3}l - \frac{1}{\alpha} + \frac{2}{l^3 \alpha^3} - \frac{2}{l \alpha^2} \left(1 + \frac{1}{l \alpha}\right) \exp(-\alpha l) \right\} \quad (6)
 \end{aligned}$$

また、不規則変数  $\tilde{P}_L$  の分布関数の形状は、不規則分布荷重の2次までの確率特性値だけでは導くことはできない。そこで、先の論文<sup>6),7)</sup>で不規則分布荷重  $\tilde{q}(x)$  の確率特性値を求める際に用いたシミュレーション手法により支点反力のシミュレーションを行った。このシミュレーションにより得られた支点反力の頻度分布の一例をFig. 4のヒストグラムに示す。この図に合せて示す曲線は、極値I型の確率分布関数である。この分布関数の適合性については裾部など未知な点もあるが、ここでは単純桁の支点反力は極値I型分布にあてはまるとして、この分布関数を活荷重による支点反力の分布として用いることにする。すなわち、 $\tilde{P}_L$  の分布関数を  $F_{P_L}(r)$  とすれば

$$F_{P_L}(r) = \exp\left[-\exp\left\{-\alpha_{P_L}(r - u_{P_L})\right\}\right] \quad (7)$$

ここに、 $\alpha_{P_L}$ 、 $u_{P_L}$  は極値I型分布の特性値であり、 $\tilde{P}_L$  の期待値  $\bar{P}_L$  および分散  $D_{P_L}$  を用いて次のように与えられる。

$$\alpha_{P_L} = \frac{\pi}{\sqrt{6 D_{P_L}}} \quad , \quad u_{P_L} = \bar{P}_L - \frac{0.5772}{\alpha_{P_L}}$$

つづいて、上部構造の死荷重について検討する。具体的な道路断面を与えていないので、桁などの体積にそれぞれの単位体積重量を乗じて死荷重を算出することはできない。そこで、主桁のスパン長に依じて、死荷重反力  $P_D$  は活荷重反力  $\tilde{P}_L$  のある実現値に対する比によって確定量として与えることにした。この比については、経験的に次の式が示されている<sup>9)</sup>。

$$P_D = \frac{1}{0.8} L_n \quad (\text{ただし、主桁支間長 } l = 40\text{m の場合})$$

ここに、 $D_n$  は死荷重の公称値、 $L_n$  は活荷重の公称値である。この関係を活荷重による支点反力と死荷重による支点反力の関係としてそのまま用いることにし、活荷重反力の公称値として  $(\bar{P}_L + 2\sqrt{D_{P_L}})$  という値を用いて、死荷重反力  $P_D$  を次のようにおいた。

$$P_D = \frac{1}{0.8} (\bar{P}_L + 2\sqrt{D_{P_L}})$$

以上、一方の橋桁の1車線あたりの荷重によって生ずる支点反力を活荷重分  $\tilde{P}_L$  (不規則変量) と死荷重分  $P_D$  (確定量) に分けてモデル化した。ラーメンの支持すべき全反力はこの  $(\tilde{P}_L + P_D)$  なる量の4倍

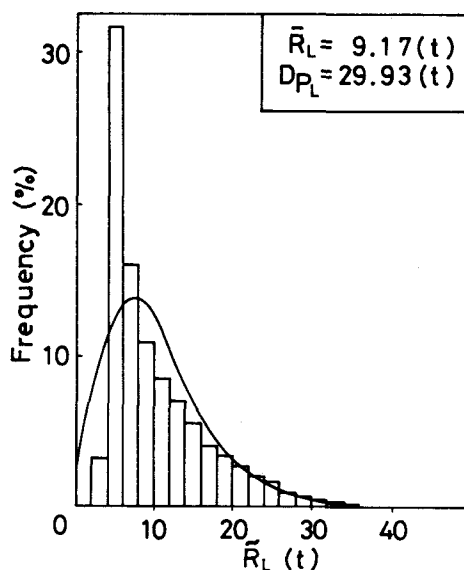


Fig. 4 Probabilistic Distribution of Support Reaction  $\tilde{R}_L$

(車線数  $2 \times$  両側の橋) であると考えて、さらに解析上簡単のためこの合力を Fig. 5 に示すように 4 点で均等に配分して支持するという大胆な仮定を設ける。そうすると、ラーメンには  $\tilde{P}$  という不規則変数で表される 4 つの集中荷重が作用すると考えることができる。すなわち、

$$\tilde{P} = (P_D + \tilde{P}_L) \times 4 \times \frac{1}{4} = P_D + \tilde{P}_L$$

この  $\tilde{P}$  の確率特性値は、 $\bar{P}_L$  および  $D_{PL}$  を用い、さらに  $P_D$  は定数であることに注意すれば、

$$\bar{P} = P_D + \bar{P}_L, \quad D_P = D_{PL} \quad (8)$$

ここに、 $\bar{P}$  および  $D_P$  は  $\tilde{P}$  の期待値、分散である。また、 $\tilde{P}$  の確率分布関数は  $\tilde{P}_L$  の分布関数すなわち式 (7) を用いて次のように決定できる。

$$P_P(r) = \exp \left[ -\exp \left\{ -\alpha_P (r - u_P) \right\} \right]$$

ここに、 $\alpha_P = \pi / \sqrt{6 D_P}$  ,  $u_P = \bar{P} - 0.5772 / \alpha_P$  である。また、 $\tilde{P}$  の確率密度関数  $f_P(r)$  は次式となる。

$$f_P(r) = \alpha_P \exp \left[ -\alpha_P (r - u_P) - \exp \left\{ -\alpha_P (r - u_P) \right\} \right] \quad (9)$$

## (2) 風荷重のモデル化

風荷重の基本的な特性値は、単位幅 (橋軸方向単位長さ) あたりの水平方向の分布荷重強度、すなわち速度圧  $q_W$  であり文献(9)によれば、次のように規定できる。

$$\left. \begin{aligned} q_W &= \rho V^2 C_D \nu_2 / 2 \quad [\text{kg/m}] \\ V &= V_{10} \cdot \nu_1 (z/10)^{\alpha_0} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここに、 $\rho$  : 空気密度  $[\text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}^4]$  ;  $C_D$  : 抗力係数 ;  $\nu_2$  : 並列橋効果 ;  $V$  : 設計風速  $[\text{m/sec}]$  ;  $\nu_1$  : 水平方向補正 ;  $z$  : 対象構造物の高さ方向の座標  $[\text{m}]$  ;  $\alpha_0$  : 高さ補正 ;  $V_{10}$  : 基本設計風速  $[\text{m/sec}]$  である。 $V_{10}$  の基本設計風速としては「年最大10分間風速」を用いることができ、これは極値 I 型分布に従う確率量としてモデル化する。そうすると、式 (10) に示す速度圧は、Fig. 6 に示すような高さ  $z$  のべき乗に比例する量として規定することができる。その比例定数には  $V_{10}$  という確率変数が含まれるので、 $q_W$  もまた確率量となる。ここでは、下部構造に作用する風荷重は、上部構造に作用する風荷重に比べ、その受風面積比からも無視できるとし、さらに Fig. 6 に示す上部構造の上端と下端の速度圧  $q_{W1}$  と  $q_{W2}$  を用いて、その間には直線で近似することにした。速度圧  $q_{W1}$  と  $q_{W2}$  に対応する

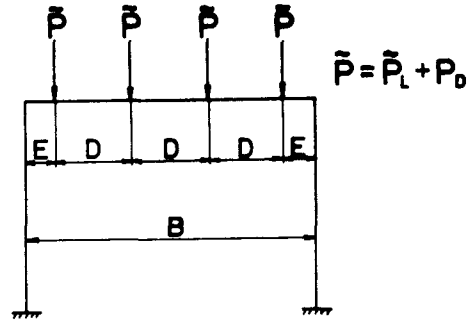


Fig. 5 Support Reaction  $\tilde{P} = \tilde{P}_L + P_D$  Subjected to Rigid-Frame Pier

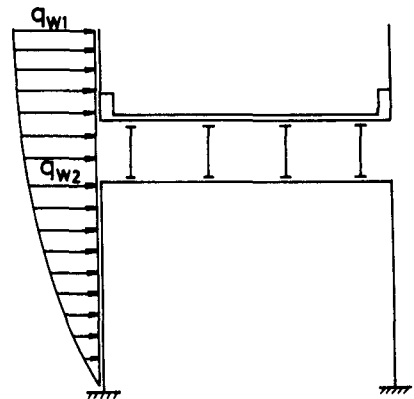


Fig. 6 Wind Load Subjected to Elevated Bridge

設計風速をそれぞれ  $v_1$ ,  $v_2$  とすれば、式 (10) より

$$v_1 = V_{10} \cdot v_1 \cdot \left( \frac{H+h}{10} \right)^{\alpha_0}, \quad v_2 = V_{10} \cdot v_1 \cdot \left( \frac{H}{10} \right)^{\alpha_0}$$

ここに、 $H$  はラーメン橋脚の高さ、 $h$  はその上からはかる風を受ける上部構造の高さであり、それぞれ Fig. 2 に示すとおりである。また、これらと式 (10) を用いて  $q_{w1}$  と  $q_{w2}$  を次のように表すことができる。

$$q_{w1} = \frac{1}{2} \rho v_1^2 C_D v_2, \quad q_{w2} = \frac{1}{2} \rho v_2^2 C_D v_2 \quad (11)$$

つぎに、Fig. 1 に斜線で示すラーメン橋脚に作用する風荷重の受風面積  $S_W$  は、次のとおりとする。

$$S_W = h \left( \frac{l}{2} + \frac{l}{2} \right) = h \cdot l \quad (12)$$

ここに、 $l$  は Fig. 1 に示す上部構造の橋軸方向の長さである。すなわち、左右の橋の風荷重の半分ずつを、橋脚が支持すると考える。したがって、Fig. 7 (a) に示すように風荷重を集中荷重  $\tilde{W}$  によって近似するとすれば、 $\tilde{W}$  の評価式としては、

$$\tilde{W} = \frac{1}{2} (q_{w1} + q_{w2}) S_W = \frac{1}{2} (q_{w1} + q_{w2}) h l \quad (13)$$

そして、その作用位置  $h'$  は、台形に仮定された分布荷重の図心の高さであり、次式で与えられる。

$$h' = \frac{\left\{ \left( \frac{1}{2} q_{w1} h \right) \frac{2}{3} h + \left( \frac{1}{2} q_{w2} h \right) \frac{1}{3} h \right\} l}{\tilde{W}} \quad (14)$$

ただし、 $h'$  は Fig. 7 (a) に示すようにラーメン橋脚の上端よりはかる。いま、 $q_{w1}$ ,  $q_{w2}$  および  $\tilde{W}$  は式 (7) ~ (13) より明らかなように  $V_{10}$  の関数であり、 $V_{10}$  が確率変数であることより、 $h'$  もまた確率変数であるが、ここではその変動は極めて小さいと考えられるので、 $V_{10}$  の期待値より式 (10) ~ 式 (13) によって与えられる  $h'$  を用いることにし、これを確定量として取り扱うことにする。

以上のモデル化に基づき、 $\tilde{W}$  の確率分布関数とその特性値を求める。式 (11) および式 (13) より  $\tilde{W}$  は年最大10分間風速  $V_{10}$  の2乗に比例すると見ることができる。すなわち、

$$\tilde{W} = \frac{1}{4} \rho C_D v_1^2 v_2 h \left\{ \left( \frac{H+h}{10} \right)^{2\alpha_0} + \left( \frac{H}{10} \right)^{2\alpha_0} \right\} l V_{10}^2 = A \cdot V_{10}^2 \quad (15)$$

ここに、 $A$  は定数である。また、 $V_{10}$  の分布関数  $F_{V_{10}}(v_{10})$  は、次のように表すことができる。

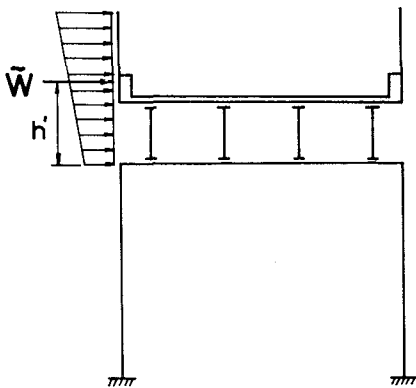
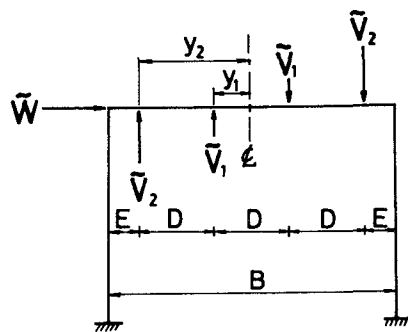


Fig. 7 (a) Model of Wind Load Subjected to Superstructure



(b) Model of Wind Load Subjected to Rigid-Frame Pier throughout Superstructure

$$F_{V_{10}}(v_{10}) = \exp\left\{-\exp\left(\frac{\alpha_W - v_{10}}{\beta_W}\right)\right\} \quad (16)$$

ここに、 $\alpha_W$  と  $\beta_W$  は、分布関数の特性値であり、 $V_{10}$  の期待値  $\bar{V}_{10}$  および分散  $D_{V_{10}}$  あるいは標準偏差  $\sigma_{V_{10}}$  を用いて次のように表される。

$$\alpha_W = \bar{V}_{10} - 0.5772\beta_W \quad [m/sec], \quad \beta_W = (\sqrt{6} \sigma_{V_{10}}) / \pi \quad [m/sec]$$

式 (16) の分布関数および式 (15) より  $\tilde{W}$  の分布関数  $F_W(w)$  を次のように導くことができる。 $w$  を  $\tilde{W}$  の実現値とし、 $v'_{10} = \sqrt{w/A}$ 、 $v''_{10} = -\sqrt{w/A}$  とすれば、

$$\begin{aligned} F_W(w) &= P[\tilde{W} < w] = P[V_{10} < v'_{10}] - P[V_{10} < v''_{10}] \\ &= F_{V_{10}}(\sqrt{w/A}) - F_{V_{10}}(-\sqrt{w/A}) \end{aligned}$$

すなわち、式 (16) の関係より

$$F_W(w) = \exp\left\{-\exp\left(\frac{\alpha_W - \sqrt{w/A}}{\beta_W}\right)\right\} - \exp\left\{-\exp\left(\frac{\alpha_W + \sqrt{w/A}}{\beta_W}\right)\right\} \quad (17)$$

また、確率密度関数  $f_W(w)$  は、上式より次のように与えられる。

$$\begin{aligned} f_W(w) &= \frac{1}{2\beta_W\sqrt{Aw}} \left[ \exp\left\{\frac{\alpha_W - \sqrt{w/A}}{\beta_W}\right\} - \exp\left\{\frac{\alpha_W + \sqrt{w/A}}{\beta_W}\right\} \right] \\ &\quad + \exp\left\{\frac{\alpha_W + \sqrt{w/A}}{\beta_W}\right\} - \exp\left\{\frac{\alpha_W - \sqrt{w/A}}{\beta_W}\right\} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

さらに、この集中荷重によってラーメンに加えられる荷重を、Fig. 7 (b) に示すような位置に作用する水平力  $\tilde{W}$  と 2 組の偶力  $\tilde{V}_1$  および  $\tilde{V}_2$  におきかえてモデル化する<sup>11)</sup>。 $\tilde{V}_1$ 、 $\tilde{V}_2$  は  $\tilde{W}$  の関数として次式のように与えられる。

$$\tilde{V}_1 = \frac{\tilde{M}_W}{I} y_1, \quad \tilde{V}_2 = \frac{\tilde{M}_W}{I} y_2$$

ここに、 $y_1 = D/2$ ； $y_2 = 3D/2$ ； $I = 2(y_1^2 + y_2^2) = 5D^2$ ； $\tilde{M}_W = h'\tilde{W}$  である。

### (3) 曲げモーメントの評価

まえがきで述べたように、本研究においては構造物の曲げモーメントは弾性解析によって評価する。ここでは、Fig. 5 および Fig. 7 (b) に示すようにモデル化した荷重を同時に受けるラーメン構造物の曲げモーメントを Fig. 2 に示す寸法のラーメンについて評価する。はり部の 1 点を着目点として選べば、その点の曲げモーメント  $\tilde{M}$  は 2 つの独立な不規則変数  $\tilde{W}$  と  $\tilde{P}$  の関数として、次の形で表すことができる。

$$\tilde{M} = \varphi(\tilde{P}, \tilde{W}) \quad (19)$$

このように、注目点の曲げモーメントもまた不規則変数となる。いま、 $\tilde{P}$  と  $\tilde{W}$  の確率密度関数は、式 (9) および式 (18) のように既知であるから、 $\tilde{M}$  の確率密度関数  $f_M(m)$  は、これらを用いてたたみ込み積分によって、次のように決定することができる。

$$f_M(m) = \int_0^\infty f_W(w) f_P\left\{\varphi^{-1}(m, w)\right\} \left| \frac{\partial \varphi^{-1}(m, w)}{\partial m} \right| dw \quad (20)$$

ここに、 $\varphi^{-1}(\tilde{M}, \tilde{W})$  は、式 (19) に示す関数  $\varphi(\tilde{P}, \tilde{W})$  の  $\tilde{P}$  に関する逆関数である。

### 3. ラーメン橋脚のはり部の強度解析

先に述べたように、ラーメン橋脚の破壊ははり部において生じるものとし、はり部の強度解析を行なう。ただし、はり部は長方形断面を有する複鉄筋コンクリートはりであると考え、部材の強度の不規則性を構成する要因としては、鉄筋およびコンクリートの材料強度のばらつきの2つのみを考え、寸法のばらつき、応力-ひずみ関係におけるばらつき、施工時のばらつきなどは考慮しないことにする。

Fig. 8 に示すような曲げのみを受ける複鉄筋コンクリート断面を考える。この図において、 $A_s$  および  $A'_s$  はそれぞれ引張側および圧縮側の鉄筋の断面積、 $d$  および  $d'$  はそれぞれ圧縮縁から引張側および圧縮側の鉄筋の図心までの距離で、 $d$  は有効高さと呼ばれる。 $b$  は断面の幅である。

ここでは、複鉄筋長方形ばりの強度を断面の終局抵抗モーメント  $\tilde{M}_u$  によって規定する。一般に、曲げを受けて終局状態に達した複鉄筋長方形ばりは、次の4つの相異なる破壊形式のいずれかで破壊する。

- (I) 圧縮鉄筋の降伏を伴う引張破壊の場合
- (II) 圧縮鉄筋の降伏を伴わない引張破壊の場合
- (III) 圧縮鉄筋の降伏を伴う圧縮破壊の場合
- (IV) 圧縮鉄筋の降伏を伴わない圧縮破壊の場合

ここでは、簡単のためにはり部材断面の破壊は必ず上記 (I) の形式で生ずるものと仮定し、その場合の終局抵抗モーメント  $M_u$  は、Hognestad の理論より与えられる次式によるものとした<sup>(12),(13)</sup>。

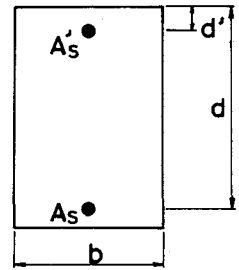


Fig. 8 Doubly Reinforced Section

$$M_u = \left\{ k_1 k_3 f_c k_{uI} \left( 1 - \frac{1}{2} k_1 k_{uI} \right) + f_y p' (1 - \delta) \right\} b d^2 \quad (21)$$

ここに、

$$k_{uI} = \frac{f_y (p - p')}{k_1 k_3 f_c}$$

$f_y$  : 鉄筋の降伏点強度； $f_c$  : コンクリートの円柱供試体の圧縮強度； $k_1$  : コンクリートの平均応力度とコンクリートの最大応力度との比； $k_3$  : コンクリートの最大応力度と円柱供試体の圧縮強度との比； $\delta = d'/d$  : 深さ比； $p = A_s / (b d)$ ； $p' = A'_s / (b d)$  である。

上式 (21) において、鉄筋の降伏点強度およびコンクリートの円柱供試体の圧縮強度という2変数が不規則変数  $\tilde{f}_y$ 、 $\tilde{f}_c$  であれば、終局抵抗モーメントもまた不規則変数  $\tilde{M}_u$  となる。

いま、式 (21) によって与えられる  $\tilde{M}_u$  を  $\tilde{f}_y$ 、 $\tilde{f}_c$  の関数として次の形に書くことにする。

$$\tilde{M}_u = \psi(\tilde{f}_c, \tilde{f}_y) \quad (22)$$

また、 $\tilde{f}_y$ 、 $\tilde{f}_c$  は正規分布に従う不規則変数であると仮定し、それぞれの期待値および標準偏差を  $\bar{f}_y$ 、 $\bar{f}_c$ ； $\sigma_{f_y}$ 、 $\sigma_{f_c}$  とする。さらに、式 (22) を線形近似理論によって  $\tilde{f}_c$  と  $\tilde{f}_y$  の特定の実現値  $f_c^*$ 、 $f_y^*$  のまわりに展開すれば、 $\tilde{M}_u$  もまた正規確率変量に近似することができ、その確率特性値および確率密度関数を推定することができる。式 (22) を線形化点  $f_c^*$ 、 $f_y^*$  のまわりに展開すれば

$$\tilde{M}_u = \psi(f_c^*, f_y^*) + (\tilde{f}_c - f_c^*) \frac{\partial \psi}{\partial f_c} \bigg|_{\substack{\tilde{f}_c = f_c^* \\ \tilde{f}_y = f_y^*}} + (\tilde{f}_y - f_y^*) \frac{\partial \psi}{\partial f_y} \bigg|_{\substack{\tilde{f}_c = f_c^* \\ \tilde{f}_y = f_y^*}} \quad (23)$$

$$\text{ここで, } \psi(f_c^*, f_y^*) = K_1, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{f}_c} \bigg|_{\substack{\tilde{f}_c = f_c^* \\ \tilde{f}_y = f_y^*}} = K_2, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{f}_y} \bigg|_{\substack{\tilde{f}_c = f_c^* \\ \tilde{f}_y = f_y^*}} = K_3$$

とおき、これらは定数であることに注意すれば、 $\tilde{M}_u$ の確率特性値は

$$\bar{M}_u = K_1 + (\bar{f}_c - f_c^*)K_2 + (\bar{f}_y - f_y^*)K_3 \quad (24)$$

$$D_{M_u} = K_2^2 \sigma_{f_c}^2 + K_3^2 \sigma_{f_y}^2 \quad (25)$$

ここに、 $\bar{M}_u$ および $D_{M_u}$ はそれぞれ $\tilde{M}_u$ の期待値と分散である。そして、これらの特性値を用いて正規確率変量 $\tilde{M}_u$ の確率密度関数 $f_{M_u}(m_u)$ を次のように書くことができる。

$$f_{M_u}(m_u) = \phi\left(\frac{m_u - \bar{M}_u}{\sigma_{M_u}}\right), \quad \sigma_{M_u} = \sqrt{D_{M_u}} \quad (26)$$

ここに、 $\phi(x)$ は標準正規確率密度関数で、次の形で表される。

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (27)$$

#### 4. ラーメン橋脚の信頼度の評価

まえがきで述べたように、ラーメン橋脚の破壊確率としては、はり部の断面力とはり部材断面の強度のみに支配される破壊確率を評価する。

求めようとする破壊確率 $Q$ は、注目断面の曲げモーメント $\tilde{M}$ とその断面における耐力 $\tilde{M}_u$ の同時確率密度 $f_{MM_u}(m, m_u)$ が与えられれば、これを用いて次のように表すことができる。

$$Q = \iint_{\Omega^*} f_{MM_u}(m, m_u) dm_u dm \quad (28)$$

ここに、積分領域 $\Omega^*$ は破壊領域と呼ばれ、Fig. 9に示す $M, M_u$ 座標平面内の影をつけた部分で表される。また、 $f_{MM_u}(m, m_u)$ は、同座標平面上に曲面をなしていると考えられ、その概念図を等高線状に示した。

いま、 $\tilde{M}$ と $\tilde{M}_u$ とはたがいに独立な不規則変数であると見なすことにすれば、同時確率密度関数 $f_{MM_u}(m, m_u)$ は、個々の確率密度関数の積で与えられる。すなわち、

$$f_{MM_u}(m, m_u) = f_M(m) \cdot f_{M_u}(m_u) \quad (29)$$

この式に式(26)の関係を代入すれば次式となる。

$$f_{MM_u}(m, m_u) = \phi\left(\frac{m_u - \bar{M}_u}{\sigma_{M_u}}\right) \cdot f_M(m)$$

さらに、これを式(28)に代入し、Fig. 9の積分領域に注意すれば内側の $m_u$ に関する積分は、次式で表される。

$$Q = \int_0^\infty \int_0^m \phi\left(\frac{m_u - \bar{M}_u}{\sigma_{M_u}}\right) \cdot f_M(m) dm_u dm$$

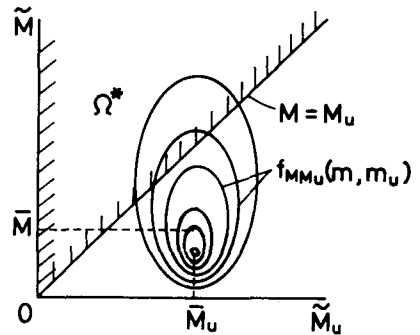


Fig. 9 Failure Domain  $\Omega^*$  and Joint Probability Density  $f_{MM_u}(m, m_u)$

$$= \int_0^{\infty} \left\{ \Phi \left( \frac{m - \bar{M}_u}{\sigma_{Mu}} \right) - \Phi \left( -\frac{\bar{M}_u}{\sigma_{Mu}} \right) \right\} f_M(m) dm \quad (30)$$

ここに、 $\Phi(u)$ は次式で定義される標準正規確率積分である。

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (31)$$

式(30)において、 $\{\}$ 中の第2項は、強度が負となる領域にその確率分布関数が裾をひいているというモデル化の矛盾から生じるものであるが、実際そのオーダーは第1項に比べて無視し得るほど小さいと考えられる。したがって、この項をゼロとおき、 $f_M(m)$ に式(20)の関係を代入すれば次式を得る。

$$Q = \int_0^{\infty} \Phi \left( \frac{m - \bar{M}_u}{\sigma_{Mu}} \right) \int_0^{\infty} f_W(w) f_P\{\varphi^{-1}(m, w)\} \left| \frac{\partial \varphi^{-1}(m, w)}{\partial m} \right| dw dm \quad (32)$$

この式により、ラーメン橋脚の破壊確率 $Q$ は、荷重と強度に関する既知の特性値によって完全に定式化された。

## 5. 数値計算例

Fig. 2に示す構造モデルに次の寸法を与え、さらにいくとおりかのはり部材断面を仮定して、数値計算を行なう。

|                   |                       |                     |          |
|-------------------|-----------------------|---------------------|----------|
| $H = 7.0\text{m}$ | : ラーメンの高さ             | $B = 9.7\text{m}$   | : ラーメンの幅 |
| $E = 1.0\text{m}$ | : ラーメン隅角部より桁位置までの距離   | $D = 2.533\text{m}$ | : 主桁間隔   |
| $h = 5.0\text{m}$ | : 主桁、床版、地覆、遮音壁などの高さの和 |                     |          |

その他の寸法としては

|                     |                                |
|---------------------|--------------------------------|
| $l = 40\text{m}$    | : 上部構造主桁支間長 (Fig. 1 参照)        |
| $h' = 2.61\text{m}$ | : 風荷重の集中荷重作用位置 (Fig. 7 (a) 参照) |

また、ラーメンのはり部と柱部の剛比 $K$ は、 $K = 2$ とする。

つぎに、荷重に関するデータとしては、先に発表した論文<sup>6), 7)</sup>においてモデル化した不規則分布荷重モデルより次の各値を用いた。

$$\bar{q} = 0.459 [t/m], \quad Dq = 0.406 [t^2/m^2], \quad \alpha = 0.316 [m^{-1}]$$

これらは、橋軸直角方向の次元を有していないが、モデルの意味からすると1車線あたりの荷重強度とすることができる。これらを式(3)および式(6)に代入すれば、 $\tilde{P}_L$ の確率特性値 $\bar{P}_L$ および $D_{P_L}$ は、

$$\bar{P}_L = 9.17 [t], \quad D_{P_L} = 29.93 [t^2]$$

となる。したがって、上部構造の死荷重による分をも考慮した支点反力 $\tilde{P}$ の期待値、分散は式(8)により、それぞれ次のようになる。

$$\bar{P} = 34.32 [t], \quad D_P = 29.93 [t^2]$$

また、風荷重に関するデータとしては、文献10)に基づいて仮定した構造物に対して、次の諸値を用いることにした。まず、「年最大10分間風速」 $V_{10}$ の確率特性値としては、

$$\bar{V}_{10} = 15.6 [m/sec], \quad \sigma_{V_{10}} = 5.014 [m/sec]$$

また、仮定した構造モデルに対する速度圧 $q_W$ を規定するパラメータとして、次の数値を用いる。

$$\rho = 0.125 [kg \cdot sec^2 / m^4], \quad C_D = 1.51, \quad \nu_1 = 1.5, \quad \nu_2 = 1.0, \quad \alpha_o = 0.25$$

そして、これらより式 (18) に用いるべき  $\tilde{W}$  の確率特性値として

$$A = 0.041 [t \cdot \text{sec}^2 / \text{m}^2], \quad \alpha_{\tilde{W}} = 13.34 [m / \text{sec}], \quad \beta_{\tilde{W}} = 3.91 [m / \text{sec}]$$

を得る。

このように、構造物の寸法と荷重の特性値が与えられれば、弾性解析による最大曲げモーメント  $\tilde{M}$  は Fig. 2 の \* 印をつけた集中荷重の作用位置に期待されることがわかる。よってこの点を注目断面に選ぶことにすれば、式 (19) に示す関数  $\varphi$  は、次のようになる。

$$\tilde{M} = \varphi(\tilde{P}, \tilde{W}) = C_1 \tilde{P} + C_2 \tilde{W} \quad (33)$$

ここに、

$$C_1 = \frac{-4(D^2 + 3DE + E^2)}{B(K+2)} + 2E + D, \quad C_2 = \frac{3KDH}{2B(6K+1)} + C_3$$

$$C_3 = \frac{h'}{10} \left\{ \frac{C_4}{B^2(1+6K)} - \frac{10DB^2(1+6K) + 2C_4}{B^3(1+6K)} + 3D \right\}$$

$$C_4 = -3E^2D' + 3ED'^2 - D''^2D''' + D''D'''^2, \quad D' = E + 3D, \quad D'' = E + D, \quad D''' = E + 2D$$

である。さらに、 $\varphi$  の  $\tilde{P}$  に関する逆関数は

$$\varphi^{-1}(\tilde{M}, \tilde{W}) = \tilde{P} = \frac{\tilde{M} - C_2 \tilde{W}}{C_1}$$

これより

$$\frac{\partial \varphi^{-1}}{\partial \tilde{M}} = \frac{1}{C_1}$$

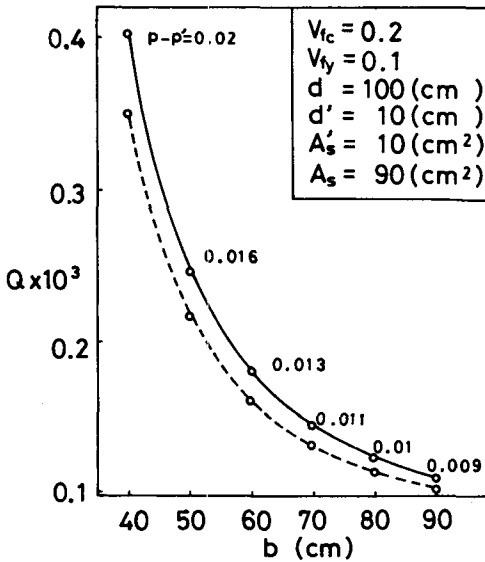


Fig. 10 Relationship between Probability of Failure  $Q$  and Width of Cross-Section of Pier  $b$

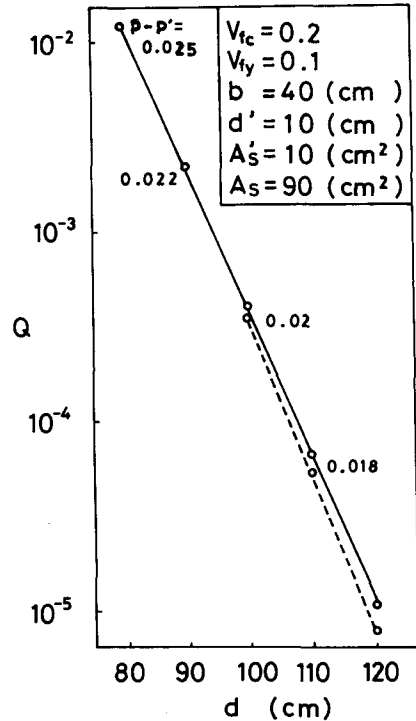


Fig. 11 Relationship between Probability of Failure  $Q$  and Effective Depth of Cross-section of Pier  $d$

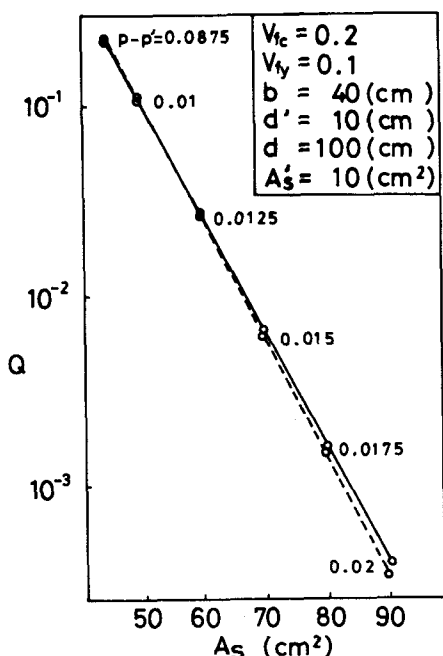


Fig. 1 2 Relationship between Probability of Failure  $Q$  and Area of Tension Steel  $A_s$

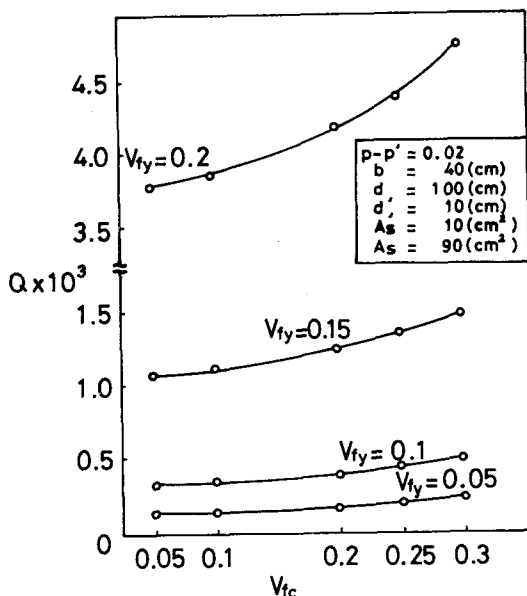


Fig. 1 3 Relationship between Probability of Failure  $Q$  and Coefficients of Variation of Concrete Cylinder Strength  $V$  and Strength of Reinforcement  $V$

一方、はり部材断面の終局抵抗モーメントに関するデータとしては、文献<sup>(3),(4)</sup>の例にならい、次のデータを与える。まず、コンクリート円柱供試体強度 $\bar{f}_c$ と鉄筋の降伏強度 $\bar{f}_y$ の期待値は、それぞれ $\bar{f}_c = 243 [\text{kg}/\text{cm}^2]$ 、 $\bar{f}_y = 3357 [\text{kg}/\text{cm}^2]$ とする。さらに、式 (21) に現れるコンクリートの応力分布に関する係数としては、 $k_1 = k_2 = 0.85$ を用いることにする。

以上示した各パラメータの値を用いて、式 (32) を計算し、鉄筋コンクリート部材の材料強度のバラツキと断面寸法あるいは鉄筋量と破壊確率の関係について調べた。

計算結果をFig. 1 0～Fig. 1 3に示す。これらの図は横軸に着目するパラメータをとり、縦軸に破壊確率 $Q$ をとっている。着目するパラメータ以外のパラメータは、それぞれ図中に記入してある値に固定した。なお、材料強度のバラツキは、変動係数で表すことにし、図中に示す $V_{fc}$ および $V_{fy}$ はそれぞれコンクリートの円柱供試体圧縮強度および鉄筋の降伏点強度の変動係数である。また、これらの図中において実線と破線の別は、部材強度の評価式を線形近似する時の展開点 ( $f_c^*$ ,  $f_y^*$ ) が異なるものである。実線は、式 (23) において、 $f_c^* = \bar{f}_c$ 、 $f_y^* = \bar{f}_y$  とおき、 $\bar{f}_c$  と  $\bar{f}_y$  の平均値まわりに展開して、線形近似した場合、破線は2次モーメント法<sup>(5)</sup>によって得られる設計点 (design point) のまわりに展開して線形近似した場合をそれぞれ表す。2次モーメント法の詳細は省略するが、ここにいう設計点とは、標準化空間において原点からの最短距離を与える破壊関数上の点で定義され、破壊にかかわりあいのある各パラメータの最も実現性の高い実現値の組合せを与える点と考えられる。

まず、Fig. 1 0～Fig. 1 2は、断面寸法あるいは鉄筋量の変化が、破壊確率 $Q$ におよぼす影響を示したものである。これらの図において、曲線上に記入している数字は、鉄筋比 $p - p'$ を参考のために示すものである。複鉄筋コンクリート断面に関するパラメータのうち、幅 $b$ 、有効高さ $d$ 、および引張鉄筋量 $A_s$ に関

するこれらのグラフを見れば、 $Q$ は各パラメータの単調減少関数であることがわかり、これらのパラメータの値を増加させることにより破壊確率を小さくすることができる。特に、有効高さ $d$ と引張鉄筋量 $A_s$ は、破壊確率に大きな影響を及ぼし、10～15%の増加により破壊確率を1オーダー小さくできるということがわかる。

つづいて、Fig. 13は、鉄筋の降伏点強度 $\tilde{f}_y$ とコンクリートの円柱供試体強度 $\tilde{f}_c$ の変動係数 $V_{f_y}$ および $V_{f_c}$ が、破壊確率 $Q$ に与える影響を示すものである。鉄筋の降伏による破壊を仮定した終局モーメント評価式による解析例であるから、特に $\tilde{f}_y$ のバラツキが小さい部分では $\tilde{f}_c$ のバラツキは破壊確率に影響が小さい。そして、 $\tilde{f}_y$ のバラツキは $\tilde{f}_c$ のバラツキがどの程度であっても破壊確率にかなり影響してくることがわかる。

なお、線形近似する点の選び方についてであるが、各図に共通して設計点まわりの展開による結果（破線）は、同一の断面に対して平均値まわりの展開の結果（実線）に比べて破壊確率が小さいという結果を与えていることがわかる。これは、設計点まわりに展開することにより終局耐力の期待値 $\bar{M}_u$ を大きく見積る傾向があることに起因すると考えられる。

## 6. あとがき

本研究においては都市高速道路高架橋を支える鉄筋コンクリート製ラーメン橋脚の信頼性解析について示したが、ここでは橋脚の設計を支配するといわれている地震荷重については全く考慮していない。これは、今回解析に用いたHDL委員会の調査資料は、上部構造に作用する活荷重と風荷重に重点が置かれたものであり、当該地域における地震荷重の確率モデルを作成できなかった点にある。これについては、今後の検討課題であると考えている。また、活荷重と風荷重の組合せ解析についても本来時間軸上における組合せ解析を行うべきであるが、ここでは簡単のため1日2回朝夕に発生する渋滞発生時に年最大風荷重が発生する場合を想定して橋脚の信頼性の評価を行っている。このようにして得られた結果はこのような状態が生起する確率を考慮していないので安全側の結果を与えると考えられるが、現行の設計示方書において組合せを考慮する際の状況に近いものと考えられる。このような問題点があり、また種々の仮定を含んだ結果ではあるが、本研究で得られた結果は、最近行われた都市高速道路における活荷重、風荷重の実態調査結果をできるだけ詳細に反映させたものである。ここで得た橋脚の破壊確率と部材断面に関する諸パラメータとの間の関係を示したような図を作成しておけば、従来の方法で任意に規定された破壊確率のもとでの都市高速道路橋における鉄筋コンクリート製ラーメン橋脚の設計が可能となるであろう。

最後に、本論文を作成するにあたり貴重な資料を提供していただいた阪神高速道路公団設計荷重（HDL）委員会関係各位に感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 池田尚治・小柳治・角田興史雄：新体系土木工学23 鉄筋コンクリートの力学，技報堂，pp.205～218，1982.
- 2) Tichy M. and Vorlicek M. : Statistical Theory of Concrete Structures, Academia-Prague, Czechoslovakia, pp.242～268, 1972.
- 3) 白石成人・古田均・中野正則：安全性指標の信頼性解析への適用に関する2，3の考察，土木学会論文報告集，第301号，pp.13～22，1980.
- 4) 高岡宜善・白木渡・松保重之：不規則関数論に基づく道路橋の空間領域での信頼性解析，土木学会論文報告集，第334号，pp.79～88，1983.

- 5) 阪神高速道路公団設計荷重 (HDL) 委員会: 活荷重分科会資料, 資料No.21号~69号.
- 6) 亀田弘行・藤野陽三・白木渡・古田均: 都市高速道路の荷重評価と設計基準の最適化に関する研究報告書, 阪神高速道路公団・(社) システム総合研究所, pp.34~107, 1984.
- 7) 山本克之・白木渡・松保重之・高岡宜善: 都市高速道路高架橋における渋滞時活荷重のモデル化, 土木学会第39回年次学術講演会講演概要集第1部, I-231, pp.461~462, 1984.
- 8) 高岡宜善: 工学のための応用不規則関数論, 共立出版, 1975.
- 9) 山田善一・家村浩和・河野健二・古川浩平・野田茂: 組合せ荷重下での土木構造物の信頼性評価と設計への適用に関する研究, 昭和56年度文部省科学研究費補助金 (一般研究C), pp.77.
- 10) 阪神高速道路公団設計荷重 (HDL) 委員会: 風荷重分科会資料要約, 資料No.3号.
- 11) 八千代エンジニアリング株式会社: ラーメン橋脚設計計算書, 1981.
- 12) 関・岡田・堤・北田・柳沼: 終局強度理論による鉄筋コンクリートばりの設計, 国民科学社, pp.19~35, 1975.
- 13) 高岡宜善・白木渡: 確率過程論による複鉄筋コンクリートばりの信頼性解析, 鳥取大学工学部研究報告, 第10巻第1号, pp.153~166, 1979.
- 14) Costello J.F. and Chu K.-han: Failure Probability of Reinforced Concrete Beams, Jour. of Struc. Div., ASCE, Vol.95, No.ST10, pp.2281-2304, 1969.
- 15) Christensen P.T. and Baker M.J.: Structural Reliability Theory and Its Applications, Springer-Verlag, 1982.