

自動車列のフローを考慮した活荷重の確率論的解析手法

STOCHASTIC ANALYSIS OF HIGHWAY BRIDGE LIVE LOADING FOR CONGESTED TRAFFIC FLOW

藤野陽三* 高田和彦**

By Yozo Fujino and Kazuhiko Takata

Using a stochastic processes theory, live loading on highway bridges is stochastically analyzed with inclusion of the effect of the congested traffic flow passing over bridges. It is found that the flow effect is significant in evaluating the maximum live load response (bending moment) and furthermore, that the conventional probabilistic methods underestimate it. Simple prediction of maximum live load response for a given traffic flow length does not agree with results by the Monte-Carlo simulation because of the non-Gaussian property of the process. It is shown that a transformation technique employed in this study is effective in predicting the extremes of the live load response process having the non-Gaussian property.

1. まえがき

道路橋上を自動車が通過すると桁断面には軸力・せん断力・曲げ・ねじり等が生ずるが、疲労を除けば供用期間内でのこれらの力の最大値統計量が通常問題となる。桁の断面力は道路橋上での自動車の位置の変化につれて変動するので、その最大値統計量を正しく評価するためには活荷重を時間的流れとしてとらえなければならない。特に都市内高架橋では通常の市中道路橋とは異なり、長い渋滞列の移動という荷重パターンが支配的になると考えられるので、活荷重の評価においては自動車列をフローとして考慮する必要がある。

たとえば、荷重列 $W(x)$ がある道路橋を通過したとすると、その時桁に発生する曲げモーメント $M(x)$ は図-1に示すような時系列となる。渋滞状態にある自動車列による断面力の評価には確率論的手法・モンテカルロ法・確率過程による方法など従来からさまざまな手法がとられてきたが、いずれにせよ次の手法をとっている。桁一杯に正常ランダムな自動車荷重を載せ、荷重満載による断面力の統計量を求め、それより注目点での断面力の累積確率分布 F を求める。これは図-1の瞬間値である $M_1, M_2, M_3, \dots$ が形成する母集団の統計分布 F を求めていることに相当する。つぎに、供用期間内で桁長に等しい長さの渋滞が N 回生じるとして断面力の最大値分布 F^N を決定し、これより活荷重を評価するという方法である。しかしなが

* Ph. D 東京大学助教授 工学部土木工学科 (〒113 東京都文京区本郷7丁目3番1号)

** 東京大学大学院 土木工学専門課程 (同上)

らこれらは信号停止あるいは事故などによるいわゆるブロック渋滞を対象とした考え方で、自動車列のフローの影響を無視している。実際に問題になるのは供用期間 T 、言い換えると供用期間内での渋滞 L での最大値 $M_{\max}$ であり、その累積分布 $F_{\max}$ である。従来の考え方では最大値分布 $F_{\max} = F^N$ （ここで $N = L/\ell$ ）が成り立つとして処理することになるが、果たしてこれにより最大曲げモーメントが正しくとらえられているか疑問がある。曲げモーメントの極大値は、重い大型自動車が桁中央付近を通過する時に発生する可能性が高い。従来の一回一回のシミュレーション渋滞により求まる F の統計量は、この可能性を適切に考慮していないことになる。つまり、 $M_1, M_2, M_3, \dots$ は供用期間内の最大値 $M_{\max}$ をとらえるには不十分な統計量であり、 $F_{\max} = F^N$ という近似は過小評価につながっている可能性が高い。

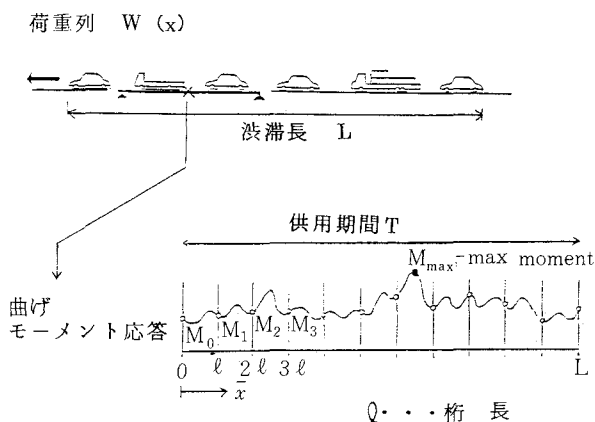


図-1 自動車列による曲げモーメント応答

これをふまえ、本研究では活荷重の荷重レベルとして一番厳しい渋滞状態を想定し、かつ活荷重を空間的流れをもつ確率過程量としてとらえて解析を進め、自動車列のフローの影響を調べる。^{1), 2)}

なおここでは、桁長はフローの影響が大きいと考えられる比較的長スパンとし、断面力はこれらの橋梁桁の設計を支配する曲げモーメントに限った。また渋滞状態を想定しているので動的効果は考慮していない。

2. フローを考慮したガウス過程自動車列による橋梁応答の最大値推定

2-1 定式化

この節では、フローの効果が断面力の評価にどの程度の影響を与えるかを調べる。

自動車列による荷重モデル $W(x)$ としては定常確率ガウス過程を仮定する。荷重列モデルとして定常ガウス過程とすることには後で述べるように問題があるが、確率過程論の種々の成果が利用できるという利点があり、またフローの影響をみるという目的においては本質的差異はないと考えられる。

荷重列 $W(x)$ が桁上を移動するとする。 $W^*(x)$ を平均値まわりの荷重列とすると

$$W^*(x) = W(x) - \bar{W} \quad (1)$$

対象とする橋梁の注目箇所における平均値まわりの曲げモーメント $M^*(x) = M(x) - \bar{M}$ は、その点における曲げモーメント影響線関数 $h_M(\tau)$ を用いて

$$M^*(x) = \int_{-\infty}^{\infty} W^*(x) h_M(x-\tau) d\tau \quad (2)$$

式(2)はいわゆるたたみ込み積分となっており、 $M^*(x)$ と $W^*(x)$ のそれぞれのパワースペクトル密度関数 $S_{M^*}(\omega)$ 、 $S_{W^*}(\omega)$ には次の関係式が成り立つ。

$$S_{M^*}(\omega) = |H_M(\omega)|^2 S_{W^*}(\omega) \quad (3)$$

ただし $H_M(\omega)$ は $h_M(x)$ のフーリエ変換で

$$H_M(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_M(x) e^{-i\omega x} dx \quad (4)$$

なお、 $S_{W^*}(\omega)$ は $W^*(x)$ の自己相関関数 $R_{W^*}(\tau)$ のフーリエ変換

$$S_{W^*}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{W^*}(\tau) e^{-i\omega \tau} d\tau \quad (5)$$

で求めることができる。

$M^*(x)$ のある区間 $[0, L^*]$ での最大値分布 $F_{\max}(y)$ の近似式にはいろいろあるが、Davenport³⁾ によりガウス過程の場合には

$$F_{\max}(y) = \exp(-\nu L^* e^{-\frac{y^2}{2}}) \quad (6)$$

ここで

$$y = \frac{M^*}{\sigma_M}, \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\sigma_M}{\sigma_M} \quad (7)$$

$$\sigma_M^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{M^*}(\omega) d\omega, \quad \sigma_M^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{M^*}(\omega) d\omega$$

と求められている。

L^* は自動車列が渋滞状態のままで移動できる距離で、自動車列の総渋滞長 L との関係は

$$L^* = L - \ell \quad \ell: \text{桁長} \quad (8)$$

これは渋滞長 L の荷重列の先頭が桁に乗りはじめても、そこから ℓ だけ進まなければ桁上は完全には渋滞状態にならないことを示している。式(8)を式(6)に代入すると

$$F_{\max}(y) = \exp\{-\nu(L - \ell) e^{-\frac{y^2}{2}}\} \quad (6')$$

式(6')によって荷重列のフローを考慮した最大値分布を評価することにする。

また一方、曲げモーメント過程 $M^*(x)$ の累積確率分布 $F(y)$ (ただし $y = M^* / \sigma_M$) はガウス過程の仮定より

$$F(y) = \int_{-\infty}^y \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (9)$$

従来⁴⁾ の考え方によれば最大値分布は個々の渋滞が独立と考えて式(9)を N ($N = L / \ell$) 乗したもので評価することになろう。すなわち

$$F^N(y) = \left\{ \int_{-\infty}^y \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \right\}^N \quad (10)$$

なお、桁は両端支持の単純桁とし、着目点は最大曲げモーメントが生じる可能性がもっとも高い桁中央とした。桁中央の曲げモーメント影響線関数 $h_M(x)$ ならびにそのフーリエ変換である $H_M(\omega)$ は桁中央を座標軸 x の原点とすると

$$h_M(x) = \begin{cases} \frac{\ell}{4} + \frac{x}{2} & -\frac{\ell}{2} \leq x < 0 \\ \frac{\ell}{4} - \frac{x}{2} & 0 \leq x \leq \frac{\ell}{2} \\ 0 & \frac{\ell}{2} < |x| \end{cases} \quad (11)$$

式 (4) より

$$H_M(\omega) = \frac{2}{\omega^2} \sin^2 \frac{\ell}{4} \omega \quad (12)$$

式 (5) の計算をするにあたり必要な自動車列の自己相関関数 $R_W^*(\tau)$ は、不規則関数論に基づく信頼性解析を展開している文献 5) に示されている

$$R_W^*(\tau) = \sigma^2 \exp(-\beta |\tau|) \quad (13)$$

を用いた。よって $S_M^*(\omega)$ は

$$S_M^*(\omega) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\omega^4} \sin^4 \frac{\ell}{4} \omega \times \frac{2 \times \beta \times \sigma^2}{\omega^2 + \beta^2} \quad (14)$$

これらを用いて式 (7) の ν (平均値アップクロッシング率) を求め (式 (25) 参照)、式 (6') により最大値の推定を行った。

2-2 計算例と考察

桁長 = 2.5 m での一回の渋滞による曲げモーメントの累積分布 $F(y)$ (ガウス分布)、ならびに $F^n(y)$ (式 (10))、そして式 (6') により求めたフローを考慮した最大値分布 $F_{\max}(y)$ を示したものが図-2である。 $F(y)$ の $y (=M^*/\sigma_M)$ は当然同じ累積確率の $F_{\max}(y)$ の y より小さい値を示す。 $F(y)$ を乗ずる回数 n を増してゆくと $F^n(y)$ は y の大きな方向 (曲げモーメントの大きな方向) に移動し、 $F_{\max}(y)$ に近づいてゆく。しかしながら $n=N$ すなわち L/ℓ になっても $F^n(y)$ と $F_{\max}(y)$ にはかなりの差があり、従来の考え $F_{\max}(y) = F^n(y)$ が成り立たないことがわかる。さらに n の値を大きくしてゆくと、 $F^n(y)$ と $F_{\max}(y)$ は累積確率の小さい方から重なる点が生じてくる。重なる点が存在する時の n の値を等価回数 N^* と呼ぶとすると、 N^*/N は図-2では 2.5 前後である。この値は、従来の考え方を使って曲げモーメントの最大値を推定する時には、考えられる渋滞長の 2.5 倍を考慮しなければならないことを示しており、従来の考え方は過小評価であることを示している。

N^*/N の値は桁長 ℓ や N の値によって変化し、全ての場合に従来の 2.5 倍の渋滞長を考えればよい

というわけにはいかない。図-3に $N=10$ の時の n に対する $F_{\max}(y)$ と $F^n(y)$ それぞれにおける平均 μ と分散 σ^2 の変化を示す。図より $\sigma_{F_{\max}}^2$ と $\sigma_{F^n}^2$ は n が比較的小さい値で一致するのに対し、 $\mu_{F_{\max}}$ と μ_{F^n} は n が大きく成らないと一致しない。このように n を適当に選んでも、 $F_{\max}(y)$ と $F^n(y)$ を完全には合

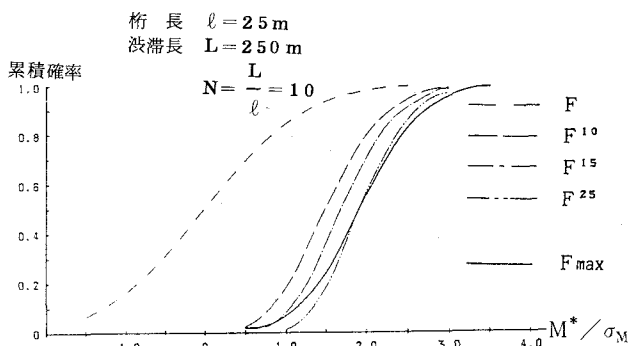


図-2 最大値分布に及ぼすフローの影響

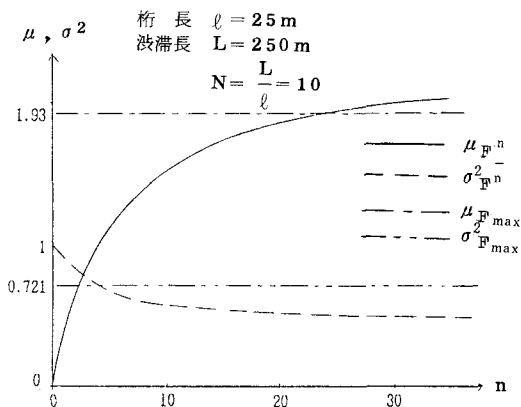


図-3 F^n と $F_{\max}$ の平均と標準偏差

ことができないことがわかる。

3. 実データを用いた確率過程モデルによる活荷重評価

前章より活荷重による曲げモーメント最大値の推定に、荷重列のフローの影響がかなりあることがわかった。このフローの効果を取り入れて最大値を評価する場合、計算機を用いたシミュレーションが最もフレキシブルで確実な方法ではあるが、いくつかの仮定により簡単に解析的な手法で評価できれば便利であり、また理論的興味もある。そこで、確率過程論を用いた曲げモーメントの最大値の評価を、実際の自動車荷重の諸値を使って試みた。同時に計算機によるシミュレーションも行い、これと比較し問題点を探った。

3-1 曲げモーメントの平均・分散・平均値アップクロッシングの推定

確率密度

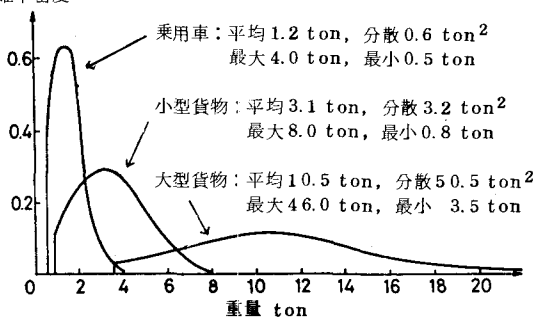


図-4 自動車重量分布⁴⁾

確率過程論によって曲げモーメントの最大値分布を求める場合は、まず最大値分布の母集団である曲げモーメント応答過程の統計量、つまり少なくともその平均・分散と平均値アップクロッシング率が評価できなければならない。ここではまず、車両荷重の統計量より曲げモーメント過程の平均・分散・平均値アップクロッシング率を求める。

自動車モデルは文献⁴⁾、⁵⁾で用いられている3種を使う。諸元を図-4・図-5・表-1に示す。

ℓ_{vi} 、 P_i 、 w_{vi} 、 σ_{vi} をそれぞれの車種の車長・混入率・平均車重・標準偏差とし車両間隔を一定値 s と考えると、荷重の期待値(平均) $\bar{W}$ は

$$\bar{W} \equiv E[W(x)] = \frac{\sum_{i=1}^3 \omega_{vi} P_i}{\sum_{i=1}^3 \ell_{vi} P_i + s} \quad (15)$$

となり自動車モデルの諸元を代入して

$$\bar{W} = 0.6669 \text{ (t/m)} \quad (16)$$

車種(i)の前輪・後輪の軸重比を a_{i1} 、 a_{i2} とすると、前輪・後輪の軸重の二乗平均はそれぞれ $a_{i1}^2 \sigma_{vi}^2$ 、 $a_{i2}^2 \sigma_{vi}^2$ である。軸重を車長 ℓ_{vi} の半分に等分布荷重として載せたときの荷重の分散 σ_w^2 は

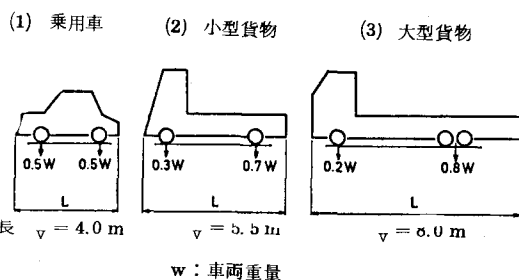


図-5 自動車の種類⁵⁾

表-1 車両間隔・載荷方法・自動車混入率⁵⁾

車両間隔	0.5 m (一定)
載荷方法	前後輪軸重比に分割後、 車両占有長の半分に 等分布荷重として載荷

車種	(1)	(2)	(3)
車両混入率	64%	20%	16%

$$\sigma_W^2 = \frac{\sum_{i=1}^s \left[\left\{ \frac{a_{i1}^2 \sigma_{Vi}^2}{\left(\frac{\ell v_i}{2}\right)^2} + \frac{a_{i2}^2 \sigma_{Vi}^2}{\left(\frac{\ell v_i}{2}\right)^2} \right\} \times \left(\frac{\ell v_i}{2}\right) \cdot p_i \right]}{\sum_{i=1}^s \ell v_i p_i + s} - \bar{W}^2 \quad (17)$$

となり自動車モデルの諸元を代入して

$$\sigma_W^2 = 0.6856 \text{ (t/m)}^2 \quad (18)$$

このモデルによる荷重列の平均と分散は発生させた自動車列を 1 m ずつ移動させるシミュレーション (回数 = 10^6) によると

$$\bar{W} = 0.6613 \text{ (t/m)}, \quad \sigma_W^2 = 0.6850 \text{ (t/m)}^2$$

であり、式 (16), (18) による値とよく一致することが確認される。

桁長 ℓ の桁上を平均 $\bar{W}$ の荷重列 $W(x)$ が通過する時、曲げモーメントの平均 $\bar{M}$ は、影響線関数 $h_M(x)$ を使って

$$\bar{M} = \bar{W} \int_{-\infty}^{\infty} h_M(\tau) d\tau \quad (19)$$

桁中央での曲げモーメントの期待値 $\bar{M}$ はよって

$$\bar{M} = \frac{\bar{W} \times \ell^2}{8} \quad (20)$$

また、桁中央での曲げモーメントの分散は次のようにして求めることができる。荷重の自己相関関数 $R_{W^*}(\tau)$ として

$$R_{W^*}(\tau) = \sigma_W^2 \exp(-\beta |\tau|) \quad (21)$$

を用いると、曲げモーメントのパワースペクトル密度関数は式 (13) と同じ形になり

$$S_{M^*}(\omega) = \frac{\sigma_W^2}{\pi} \cdot \frac{2}{\omega^4} \cdot \sin^4 \frac{\ell}{4} \omega \times \frac{2 \times \beta}{\omega^2 + \beta^2} \quad (22)$$

よって曲げモーメントの分散 σ_M^2 、微分過程の分散 $\sigma_{\dot{M}}^2$ 、平均値アップクロッシング率 ν はそれぞれ

$$\sigma_M^2 = \frac{\sigma_W^2}{\beta^4} \left(\frac{1}{2} e^{-\beta \ell} - 2 e^{-\frac{\beta \ell}{2}} + \frac{\beta^3 \ell^3}{24} - \frac{\beta \ell}{2} + \frac{3}{2} \right) \quad (23)$$

$$\sigma_{\dot{M}}^2 = \frac{\sigma_W^2}{\beta^2} \left(-\frac{1}{2} e^{-\beta \ell} + 2 e^{-\frac{\beta \ell}{2}} + \frac{\beta \ell}{2} + \frac{\beta \ell}{2} - \frac{3}{2} \right) \quad (24)$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{M}}}{\sigma_M} \quad (25)$$

また、別の自己相関関数を仮定し、もっと簡単な形で曲げモーメントの ν を表せないかと考えた。そこで式 (21) の代わりに自己相関関数 $R_{W^*}(\tau)$ として

$$R_{W^*}(\tau) = \begin{cases} \sigma_W^2 \left(1 - \frac{|\tau|}{b} \right) & |\tau| \leq b \\ 0 & |\tau| > b \end{cases} \quad (26)$$

を用いると

$$S_{W^*}(\omega) = \frac{\sigma_W^2}{\pi \cdot b} \frac{2}{\omega^2} \sin^2\left(\frac{b}{2}\omega\right) \quad (27)$$

曲げモーメントの分散 σ_M^2 , 微分過程の分散 σ_M^2 , 平均値アップクロスング率 ν は

$$\sigma_M^2 = \sigma_W^2 \left(\frac{\ell^3 b}{48} - \frac{\ell b^3}{48} + \frac{b^4}{80} \right) \quad (28)$$

$$\sigma_M = \sigma_W^2 \left(\frac{\ell b}{4} - \frac{b^2}{4} \right) \quad (29)$$

したがって

$$\nu = \frac{1}{\pi} \left(\frac{15\ell - 15b}{5\ell^3 - 5\ell b^2 + 3b^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

で与えられる。ここで b は指数型の自己相関関数と

$$\frac{1}{\sigma_W^2} \int_0^\infty |R_{W^*}(\tau)| d\tau \quad (31)$$

すなわち相関距離が等しくなるように決めた。

さらに、 $W^*(x)$ のパワースペクトル密度関数 $S_{W^*}(\omega)$ として

$$S_{W^*}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\sigma_W^2}{\pi \cdot b} \frac{2}{\omega^2} \sin^2\left(\frac{b}{2}\omega\right) = \frac{\sigma_W^2 \cdot b}{2\pi} \quad (32)$$

のホワイトノイズをもちいると、曲げモーメントの分散 σ_M^2 , 微分過程の分散 σ_M^2 , 平均値アップクロスング率 ν は

$$\sigma_M^2 = \sigma_W^2 b \frac{\ell^3}{48} \quad (33)$$

$$\sigma_M = \sigma_W^2 b \frac{\ell}{4} \quad (34)$$

したがって

$$\nu = \frac{\sqrt{3}}{\pi \ell} \quad (35)$$

と求まる。

表-2 曲げモーメントの平均値
(式 (20) とシミュレーション結果の比較)

ケース スパン	式 (20)	シミュレーション
25 m	5 2.1	5 2.7
50 m	2 0 8	2 1 1
75 m	4 6 9	4 7 4
100 m	8 3 4	8 4 2

単位 t・m

表-3 曲げモーメントの標準偏差
(式 (23) , (28) , (33) とシミュレーション結果の比較)

ケース スパン	式 (23)	式 (28)	式 (33)	シミュレーション
25 m	3 0.4	3 0.9	3 1.3	2 9.9
50 m	8 8.1	8 8.3	8 8.6	8 5.5
75 m	1 6 3	1 6 2	1 6 3	1 6 0
100 m	2 5 1	2 5 0	2 5 1	2 5 1

単位 t・m

β を文献 5) を参考にして $\beta = 0.45 \text{ m}^{-1}$ 、それより $b = 4.4 \text{ m}$ とし、曲げモーメント過程 $M(x)$ の式 (20) による M および式 (23) , (28) , (33) による σ_M と、計算機によるシミュレーション結果 (シミュレーション

ン回数 = 10^5) を桁長 $l = 25, 50, 75, 100 \text{ m}$ について示したのが表-2, 表-3である。また式(25), (30), (35)による ν を表-4に示した。 M, σ_M ともに理論による値とシミュレーション結果は近い値となる。特に σ_M と ν の評価においては上のいずれの自己相関関数を用いても大差がない。これは荷重の相関距離がただか4mあまりと桁長に対して短く、荷重の自己相関の形が曲げモーメントの統計量に与える影響が小さいためと考えられる。そこで以後荷重列を、計算が最も簡単となるホワイトノイズとして扱うこととする。

表-4 曲げモーメントの平均値アップクロッシング率
(式(25), (30), (35)の比較)

ケース スパン	式(25)	式(30)	式(35)
25m	0.0196	0.0203	0.0221
50m	0.0104	0.0106	0.0110
75m	0.00705	0.00714	0.00735
100m	0.00534	0.00540	0.00551

単位 (1/m)

3-2 実データを用いた活荷重評価

以上で確率過程論を用いる曲げモーメントの推定に必要な値はそろったことがわかった。以下では、これを使い全長Lの渋滞が移動載荷したときの橋梁の曲げモーメント最大値を評価し、かつシミュレーションによる結果と比較し検討する。

i) 確率過程論による推定とシミュレーションの結果

図-6に確率過程論による曲げモーメントの最大値の累積確率分布(式(6'))と、図-4, 図-5, 表-1のモデルに従ったシミュレーション結果の1例(シミュレーション回数 = 10^2)を示した。これより同じ累積確率に対する曲げモーメント最大値は、確率過程論によるものよりもシミュレーション結果の方が大きいことがわかる。この傾向は桁長・渋滞長に関係なくみられた。¹⁾

ii) 荷重の非ガウス性

Davenportの式は定常ガウス確率過程を仮定して導かれたものである。そこで曲げモーメント応答がガウス過程でないことが図-6における差の原因の1つとして考えられる。つまり曲げモーメントを引き起こす荷重列重の変動が、ガウス過程ではないということである。そこで荷重列重変動のガウス性への適合度を調べてみた。

自動車荷重のうち、1種によって生じる分布荷重の累積確率を $F_{W1}(w)$ 、その混入率を h_1 とすると荷重列全体での累積確率 $F_W(w)$ は

$$F_W(w) = \sum_{i=1}^n h_i F_{W_i}(w) \tag{36}$$

と表すことができる。今回用いた自動車が3種であり、それぞれの自動車で前輪軸重と後輪軸重の2種あることから $n = 6$ である。 h_i は荷重列に占める分布荷重(i)の総距離の割合で、車種(i)の混入率を p_i 、車長を l_i とすると

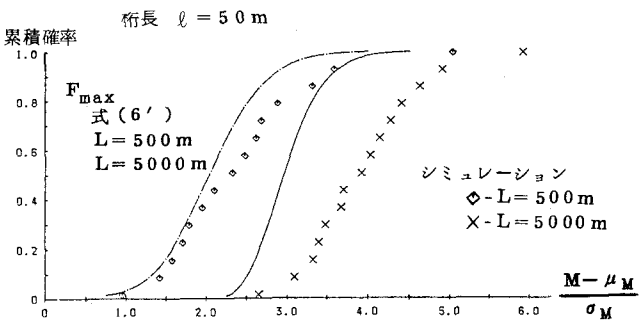


図-6 確率過程論とシミュレーションによる曲げモーメント最大値の計算結果の比較

$$h_i = \frac{\ell_i P_i}{2 \times \left\{ \sum_{i=1}^3 \ell_i P_i + s \right\}} \quad (37)$$

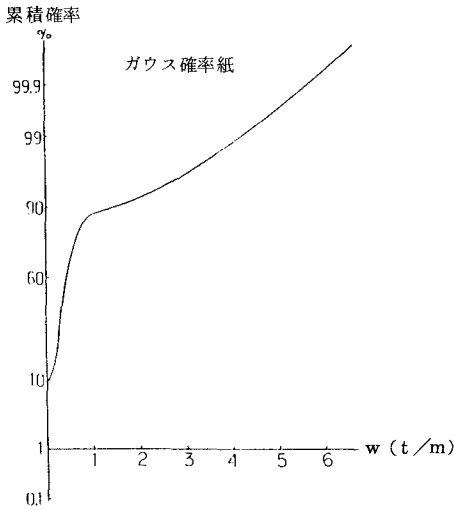


図-7 自動車列重分布

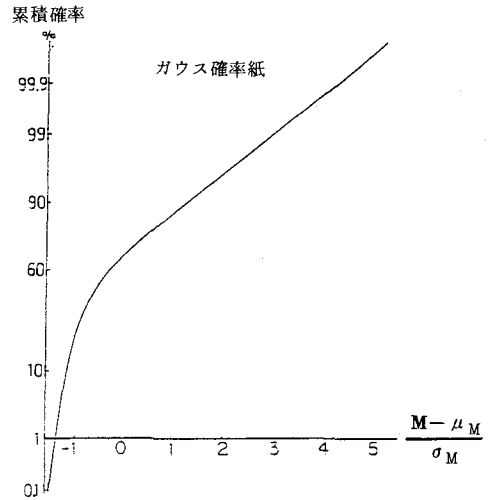


図-8 曲げモーメント分布

式 (36) で求まることで用いた荷重列の重量累積分布 $F_W(w)$ をガウス確率紙にかいたものが図-7である。ガウス分布から著しくかけ離れていることがわかる。また、曲げモーメント分布をコンピュータシミュレーション (回数 = 10^6) より求め、ガウス確率紙にあてはめてみた (図-8)。曲げモーメント分布もガウス分布からはずれ、これが図-6のずれの大きな原因と考えられた。事実、荷重列として大型車のみに限定し、車重分布としてガウス分布を用いた場合の曲げモーメントの最大値分布は図-9に示すように式 (6') にのり、シミュレーション結果 (回数 = 10^2) との一致がよいことがわかった。これは、式 (6') の精度がよいことも示している。

iii) 変換手法を用いた最大値分布の推定

曲げモーメント応答が非ガウス過程にもかかわらず、曲げモーメント分布としてガウス分布を仮定して最大値を理論的に推定する限り、シミュレーション結果とのずれを解消することができないと考えられる。そこで非ガウス分布をする曲げモーメント応答 y ($y = M^* / \sigma_M$) をガウス分布に変換して最大値を推定することを試みる。この変換関数を $G(y)$ 、 $G(y)$ によって変換された新しい過程を $z(x)$ とする。つまり

$$z(x) = G(y(x)) \quad (38)$$

この過程 $z(x)$ はガウス過程に近いと考えられ、したがって応答 $z(x)$ の最大値の推定には式 (6') を適用することができる。 $z(x)$ の最大値分布を $F_{Z:\max}$ とすると

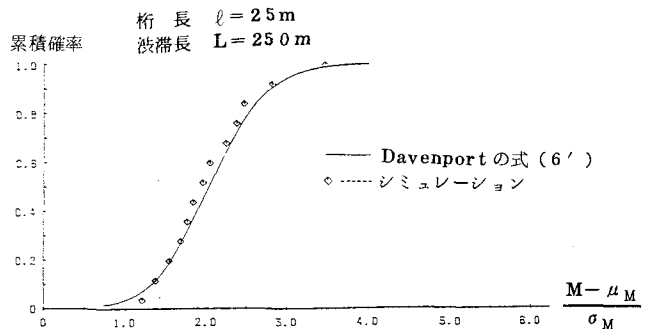


図-9 車重分布を正規分布とした時のシミュレーション結果と Davenport の式 (6') の比較

$$F_{z:\max}(z) = \exp(-\nu L^* e^{-\frac{z^2}{2}}) \quad (39)$$

曲げモーメント応答の最大値分布 $F_{y:\max}$ は式 (38) と式 (39) から

$$F_{y:\max}(y) = \exp(-\nu L^* e^{-\frac{G^2(y)}{2}}) \quad (40)$$

関数 $G(y)$ は曲げモーメント分布の累積確率 $F(y)$ と標準ガウス分布の累積確率 $\Phi(z)$ を用い

$$z = G(y) = \Phi^{-1}(F(y)) \quad (41)$$

とすれば $z(x)$ はガウス分布となる。ただし $F(y)$ を解析的に求めるのは難しいので、コンピュータシミュレーション (回数 = 10^6) によって求めた曲げモーメントの累積確率 $F(y)$ の表をつくり、式 (41) の変換を行うこととする。

曲げモーメント応答が定常確率過程の場合、 $f(x)$ を曲げモーメント分布の確率密度関数とすると、式 (6') の平均値アップクロッシング率 ν を

$$\nu = \frac{\sigma_M}{\sqrt{2\pi}} f(\bar{M}) \quad (42)$$

と近似することもできるが、^{6), 7)} $F(y)$ も $\Phi(z)$ も単調増加関数であり、式 (38) の $G(y)$ による変換は 1 対 1 対応である。曲げモーメント過程におけるピークは変換後の過程でもピークとなり、その数は同じである。したがって平均値アップクロッシング率に大きな変化はないと考えられる。事実、式 (35) を用いた ν と式 (42) を用いた ν の値の差は小さく、最終結果に及ぼす影響は小さいので、式 (35) で与えられる ν を用いることとする。

以上の変換操作をほどこすことによって求めた最大値分布 (式 (40)) と、シミュ

レーション結果を比較したものが図-10 である。図からわかるようにずれば解消しており、この操作が有効であることがわかる。

4. 結 論

以上の研究より次のことがわかった。

- (1) 荷重のフローを考慮しない従来の手法では、フローを考慮した場合と比較して活荷重による曲げモーメントをかなり過小評価している。
- (2) 車両の混入率・車両重量分布から渋滞列重の平均・分散を計算し、それより桁に生じる曲げモーメントの平均・分散をもとめた。そしてこれを使い、Davenport の式を用いて曲げモーメント最大値の評価を行った。しかし曲げモーメントが非ガウス過程のため、シミュレーション結果とはよい一致をみせない。
- (3) コンピュータシミュレーションによって求めた曲げモーメント分布の累積確率 $F(y)$ と標準ガウス分布の累積確率 $\Phi(z)$ を用い、 $G(y) = \Phi^{-1}(F(y))$ の変換を曲げモーメント応答過程にほどこすと、最大値推定式と

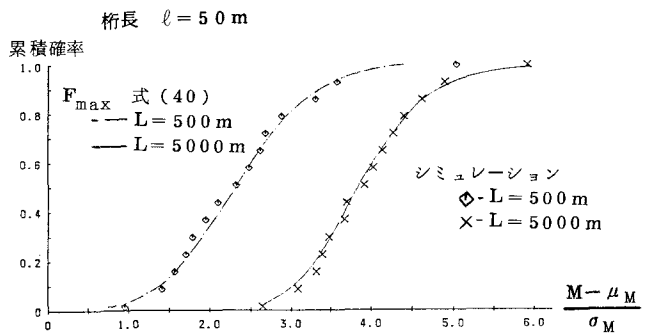


図-10 変換手法 (式 (40)) を用いた曲げモーメントの最大値分布とシミュレーション結果との比較

シミュレーション結果の最大値分布はほぼ一致する。

しかし、今回ここで提示した手法は、活荷重による曲げモーメント分布をコンピュータシミュレーションより求めており、最大値推定が全て解析的に行えたとは言えない。しかし、従来から広く行われているシミュレーションが容易なブロック渋滞の結果（活荷重による曲げモーメントの確率分布）を使って、自動車列のフローの効果を取り込んだ最大活荷重の推定が簡便に出来るようになったことは、一つの前進と考えている。曲げモーメントの確率分布も解析的に求め、最大値推定を全て解析的な形で行うことの可能性・限界性について理論的興味もあり、今後は是非探っていきたい。ただし現実には荷重モデルには混入率・車重分布・車両間隔・車長などさまざまなパラメータがあり、厳密にはいずれも確率量である。荷重移動により引き起こされる曲げモーメントの確率分布を解析的に求めるとすると、これらのパラメータを固定あるいは簡単化する必要がどうしても生じる。多くのパラメータを容易に取り込めるコンピュータシミュレーションの方が確率分布のすそ部の情報を得るには、計算量は多いが手法そのものは簡単ですぐれている。解析的手法とコンピュータシミュレーションの長所を組み合わせたハイブリット型ともいえる、今回ここで示した手法が最も実用的なのかもしれない。

本研究は科学研究費（試験研究 № 57850141，一般研究 № 59550299；代表：藤野陽三）ならびに阪神高速道路公団の補助を受けて行われたものである。研究を進めるにあたり、伊藤学教授（東京大学）からは貴重な助言をいただいた。ここに謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 藤野陽三：阪神高速道路公団，都市高速道路の荷重評価と設計規準の最適化に関する研究報告書，第2章，pp.4-33，1984. 3.
- 2) 高田和彦，藤野陽三，伊藤学：フローを考えた確率過程モデルによる橋梁の活荷重応答，第39回年次学術講演会講演概要集 第1部，pp.471-472，1984. 10.
- 3) Davenport, A. G. : Note on the Distribution of the Largest Value of Random Function with Application to Gust Loading, Proc. Inst. Civil Eng. Vol. 28, pp.187-196, 1964.
- 4) 藤野陽三・伊藤学・遠藤元一：シミュレーションに基づく道路橋設計活荷重の評価，土木学会論文報告集，第286号，pp.1-13，1979. 6.
- 5) 高岡宣善・白木漑・松保重之：不規則関数論に基づく道路橋の空間領域での信頼性解析，土木学会論文報告集，第334号，pp.79-88，1983. 6.
- 6) Gomes, L., Vickery, B. J. : On Prediction Extreme Wind Speeds from the Parent Distribution, Journal of Industrial Aerodynamics, Vol.2, No.1, pp.21-36, 1977.1
- 7) Grigoriu, M. : Crossings of Non-Gaussian Translation Processes, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.110, No.EM4, pp.610-620, 1984.4