

薄肉鋼製箱桁橋における中間ダイアフラムの 間隔と必要剛度の簡易決定法について

DETERMINATION OF REQUIRED SPACING AND STIFFNESS OF INTERMEDIATE
DIAPHRAGMS IN STEEL BOX GIRDER BRIDGES

依田 照彦* 平嶋 政治** 坂元 浩幸***

By Teruhiko YODA, Masaharu HIRASHIMA and Hiroyuki SAKAMOTO

The present paper is concerned with the determination of suitable spacing and required stiffness of intermediate diaphragms in steel box girder bridges, in which a parametric study based on Beam Analogy is used to facilitate design.

The results of the parametric study lead to a simple and versatile design procedure that designers can estimate the numbers of intermediate diaphragms and their stiffness that are required to limit not only distortional stresses but also the deformation of cross-section.

One of the feature of this paper is that spacing is determined according to allowable stress limit on the one hand and appropriateness of Beam Analogy on the other hand, depending on diaphragm stiffness.

1. まえがき

近年、土木構造物の大型化に伴い、橋梁の分野においても、曲げおよびねじり剛性に富んでいる鋼製箱桁が数多く使用されるようになってきた。鋼製箱桁に図-1のような分布荷重と集中荷重が偏心して作用している場合を考えると、偏心荷重は図-2のように曲げ荷重とねじり荷重とに分けられ、ねじり荷重はさらに純ねじり荷重とずり荷重とに分けられる。そこで、ずり荷重を受ける箱桁に注目すると、箱桁はその断面形状を保持し得ず、横断面は図-2のように変形し、それに伴い付加的な応力が生じる。それ故、従来より、薄肉鋼製箱桁橋には中間ダイアフラムが設けられ、断面形状の保持・断面変形に伴う付加的な応力の減少が計られている。中間ダイアフラム設置の目的には、以上の他に、製作・架設および付属物取付け上の必要性、荷重分散作用の促進などがある。

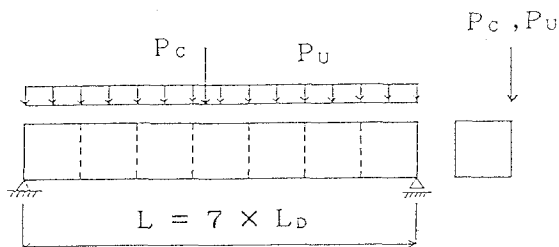


図-1 鋼製箱桁

* 工 博 早稲田大学助教授 理工学部土木工学科 (〒160 東京都新宿区大久保 3-4-1)
** 工 博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科 (〒160 東京都新宿区大久保 3-4-1)
*** 早稲田大学大学院 理工学研究科 建設工学専攻 (〒160 東京都新宿区大久保 3-4-1)

一方、鋼製箱桁の中間ダイアフラムの規定に関しては、鋼道路橋¹⁾と鋼鉄道橋²⁾について、それぞれ、

- (1) I形およびπ形のプレートガーダーの規定「中間対傾構は6mあるいはフランジ幅の30倍以内の間隔で設けること」を準用すること。

(鋼道路橋)

- (2) 上路プレートガーダーの場合は、腹板中心間隔の4倍以下、8m以下にダイアフラムを設けること。

(鋼鉄道橋)

がある程度であり、中間ダイアフラムの設計法の確立が急務となっている。

この中間ダイアフラムの設計に関する研究成果は数多く見られ、代表的なものとしては、Merrison報告³⁾、坂井・長井の提案⁴⁾、Heinsの提案⁵⁾、中井・村山の提案⁶⁾、小松・長井の提案⁷⁾などがある。特に、小松・長井は、BEFアナロジーに基づき、断面変形に伴う付加的そ

り応力度を箱桁の許容曲げ応力度の数%以内に抑えるという条件のもとに、中間ダイアフラムの間隔と剛度を同時に選択できる自由度の高い、合理的な設計法を提案しており、既往の坂井・長井のBEAMアナロジーに基づく提案式を保証したという点で評価できる。しかしながら、その設計過程は合理的かつ厳密と思われるものの、図や表などを使用するためやや煩雑であり、実用的立場からは若干簡便さに欠けるように思われる。

そこで、本報告では、坂井・長井の提案したBEAMアナロジーに基づき、設計条件としては、小松・長井の提案した、断面変形に伴う付加的そり応力度を許容値以下に抑えるという条件を利用し、さらに、断面変形角についても許容値以下に抑えるという条件を新たに加えた、中間ダイアフラムの間隔と剛度の簡易な算定法を提案する。この算定法は、設計者が実状に合わせて適切な中間ダイアフラム間隔を決定でき、中間ダイアフラム間隔から一意的に必要な剛度が算定できる点に特徴がある。ただし、ダイアフラム内部の応力および座屈防止法については、道路橋設計便覧等を参考にして検討することになる。

2. BEAMアナロジーによる実用近似計算

図-2のようなずり荷重により発生する断面変形角を V とすると、薄肉鋼製箱桁橋の断面変形に関する支配方程式は、箱桁を構成する板の曲げ剛性を無視することにより、次のように表わせる。

$$E I_{DW} V''' - p_v = 0 \quad (1)$$

ここに、 E はヤング率、 I_{DW} は断面変形に関するそり定数、 p_v は分布ずり荷重で、プライム()'は橋軸方向の座標に関する微分を表す。

式(1)の形は、はりの曲げに関する支配方程式と同じ形をしているため、この問題は図-3に示すようなバネ支承を有するはりの問題に置き換えられる。よって、図-3のようなモデルはBEAMアナロジーモ

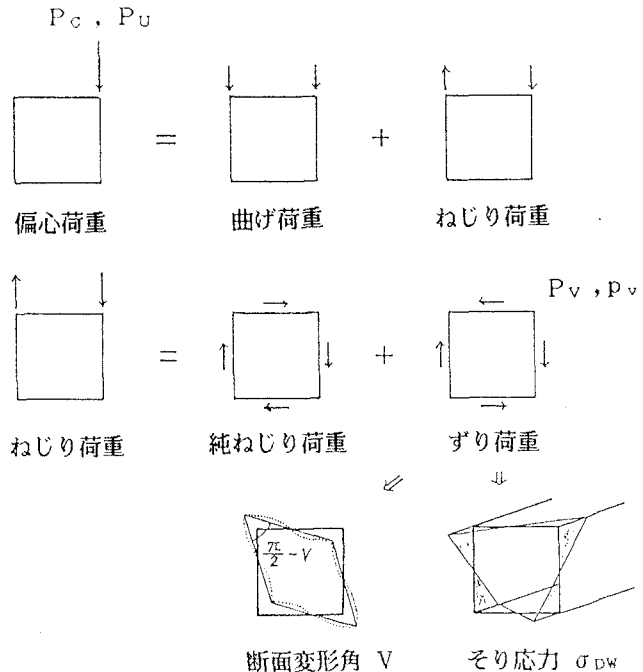


図-2 偏 心 荷 重 の 分 解

デルと呼ばれている（注1参照）。このモデルにおいて、断面変形角はたわみに対応し、中間ダイアフラムは断面変形に対しバネ支承の役割を果たしている。そこで、はりに生じる曲げモーメントをずり荷重によって生じる最大そりモーメントと対応させれば、断面変形に伴うそり応力度の最大値 σ_{DW} は、

$$\sigma_{DW} = (M_w / I_{DW}) \phi \quad (2)$$

と表わせる。ここに、 ϕ は断面変形に伴うそりモー

ードの最大値である。結局、式（2）のそり応力度は箱桁の隅角部のそり応力度を表わしている。

そこで、BEAMアナロジーの基礎式（1）、（2）を起点とし、坂井・長井の提案式で使用されている相関剛比⁴⁾

$$\gamma = K L_D^3 / E I_{DW} \quad (3)$$

を用いて、中間ダイアフラムの間隔と必要剛度を簡便かつ合理的に決定する方法を考察する。ただし、式（3）において、 L_D は中間ダイアフラムの間隔、 K は中間ダイアフラムの剛度である。例えば、ダイアフラムが充腹板形式のときは、ダイアフラムの剛度 K は、 $K = 4 \cdot G \cdot A \cdot t_D$ と表わされ、ここに、 G は鋼のせん断弾性係数、 A は閉断面部の板厚中心線で囲まれた部分の面積、 t_D はダイアフラムの板厚である。

集中ずり荷重 P_v 、分布ずり荷重 p_v により発生する最大そりモーメント M_w を無次元化し、相関剛比 γ の逆数との関係を求めると、中間ダイアフラムの枚数に応じて、図-4、5のような曲線群が得られる。ただし、最大そりモーメントの計算の際には、BEAMアナロジーモデルのはりの両端の境界条件を安全側を見込んで、そりを拘束せず（ $V = 0$ ）、そりモーメントを零（ $V''' = 0$ ）とし、絶対最大そりモーメントを計算し、その結果を最大そりモーメントとした。

これらの図において、断面変形に伴う最大そりモーメントは、中間ダイアフラム数を6枚以上にしたとしても、中間ダイアフラム数6枚の場合と同じ曲線上に乗るので、中間ダイアフラム数6枚以上を一本の曲線で代表させた。また、実橋のデータを基に、相関剛比 γ の変化する範囲を調べたところ、 $\gamma \geq 0.5$ という結果が得られたため、実用的設計を配慮し、集中ずり荷重による最大そりモーメント M_{wC} と、分布ずり荷重による最大そりモーメント M_{wD} をダイアフラム数が6枚以上の場合、次式のように近似する。

$$M_{wC} / (P_v L_D) = 0.19 \gamma^{-0.5} + 0.21 \quad (4)$$

注1) BEF アナロジー（Beam on elastic foundation）では、断面変形に関する支配方程式は

$$E I_{DW} V'''' + c V = p_v = 0 \quad (1)'$$

と表わされる³⁾。ここに、 c はウェブおよびフランジの板曲げの影響を考慮した定数であり、箱桁の場合には、 $c = 96 / (d_1 / E J_1 + d_2 / E J_2)$ （ d_1 : ウェブ幅、 d_2 : フランジ幅、 $E J_1$: ウェブの板曲げ剛性、 $E J_2$: フランジの板曲げ剛性）とかける。一般に、鋼製箱桁橋では、 $c V$ の項は他の項に比べて小さく無視するので、Beamアナロジーの式（1）が成立する³⁾。

付言するならば、曲線箱桁橋の場合にも、実用に供せられている薄肉鋼製箱桁橋であれば、Beamアナロジー式を出発点にして、本報告と同様な中間ダイアフラムの間隔と必要剛度の簡易決定法が有効であると思われる。

すなわち、曲線箱桁橋の断面変形に関する支配方程式は近似的に

$$E I_{DW} V'''' + c V + M_x / R = p_v = 0 \quad (1)''$$

とすることができ、ここに、 M_x は曲率面外の曲げモーメントであり、 R は曲率半径であるので、 M_x / R が他の項に比べて無視しうるオーダーであれば、Beamアナロジーの成立が保証される。

$$M_{wu}/(p_v L_D) = 0.28 \gamma^{-0.5} + 0.09 \quad (5)$$

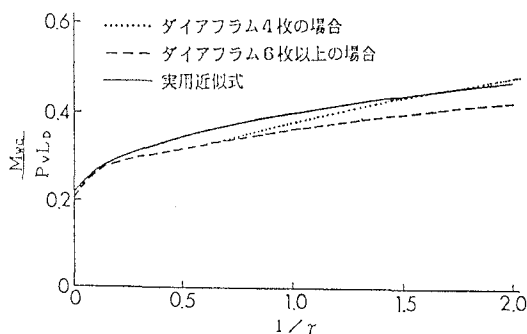


図-4 集中荷重による最大そりモーメント

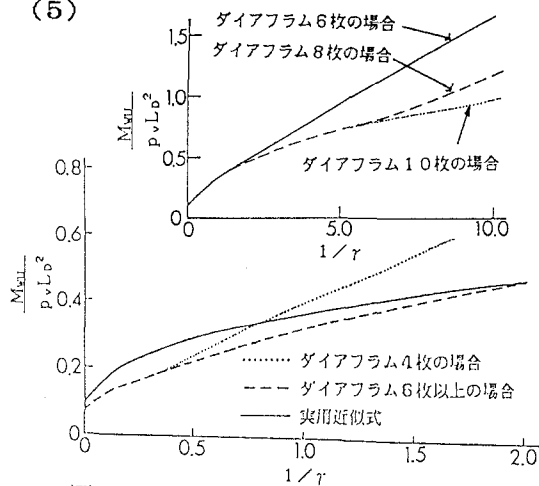


図-5 分布荷重による最大そりモーメント

式(2)、(4)、(5)を用いると、断面変形に伴う付加的そり応力度はダイアフラム数が6枚以上の場合、次式のようになる。

$$\sigma_{DW} = \{ (0.19 P_v L_D + 0.28 p_v L_D^2) \gamma^{-0.5} + (0.21 P_v L_D + 0.09 p_v L_D^2) \} \phi / I_{DW} \quad (6)$$

実際の設計では、このそり応力度をある許容値 σ_{DWal} 以下にしておき、

$$\sigma_{DWal} \geq \sigma_{DW} \quad (7)$$

を満たすように設計している。したがって、 $\sigma_{DW} = \sigma_{DWal}$ の限界状態における中間ダイアフラムの必要剛度は中間ダイアフラム間隔に依存する形で次式のように表わされる。⁽¹⁰⁾

$$K = \frac{E I_{DW}}{L_D} \left\{ \frac{(0.19 P_v + 0.28 p_v L_D) \phi}{\sigma_{DWal} I_{DW} - (0.21 P_v L_D + 0.09 p_v L_D^2) \phi} \right\}^2 \quad (8)$$

ここで、式(8)を眺めてみると、そり応力度を許容値 σ_{DWal} 以下に抑えつつ、中間ダイアフラム間隔を大きくしてゆくと、中間ダイアフラム剛度を無限大にした場合に、中間ダイアフラム間隔は最大となることになり、これ以上中間ダイアフラム間隔を大きくすると、そり応力が許容値 σ_{DWal} 以下に収まらないことになる。それ故、中間ダイアフラムの最大間隔は、ダイアフラム数6枚以上の場合、式(9)で与えられる。

$$L_{Dmax} = \frac{-0.21 P_v \phi + (0.044 P_v^2 \phi^2 + 0.36 p_v \phi \sigma_{DWal} I_{DW})^{0.5}}{0.18 p_v \phi} \quad (9)$$

また、図-5に示すとおり、 $\gamma < 0.5$ の場合には、ダイアフラム数によって、そりモーメントの無次元化した値が大きく変動し、上記の近似式では近似し得なくなる場合もある。そこで、 $\gamma = 0.5$ を一つの臨界点と考えて、このときの中間ダイアフラム間隔を L_{Dcr} とすれば式(6)より、

$$L_{Dcr} = \frac{-0.48 P_v \phi + (0.23 P_v^2 \phi^2 + 1.94 p_v \phi \sigma_{DWal} I_{DW})^{0.5}}{0.97 p_v \phi} \quad (10)$$

と表わされる。

臨界点以下である $L_D < L_{Dcr}$ の場合には、さらにダイアフラム剛度を低下させることも可能であるが、安全性と設計の簡便さのために、 $\gamma = 0.5$ として、必要剛度を次式で与え、一定値とした。

$$K_{cr} = 0.5 E I_{DW} / L_{Dcr}^3 \quad (11)$$

ここで、文献7)の斜張橋を例にとり、ダイアフラム間隔と剛度の関係を求めると、図-9のようになる。この図からわかるように、ダイアフラム数が少なくなると当然のことながら、必要剛度は大きくなる。そこで算定の簡易化という立場から中間ダイアフラム数が5枚以下の場合には、中間ダイアフラム数に応じて必要剛度を割り増す方法を採用する。例えば、中間ダイアフラム数が4枚の場合には、6枚以上の場合の実用

近似式から得られたKの値を6/4倍することになる。この計算方法で十分安全側であることは、数値計算により確認できた。

以上のことより、そり応力度を許容値以下に抑えるために必要な中間ダイアフラム間隔と必要剛度を実状に合わせて算定できる手法が明確になった。

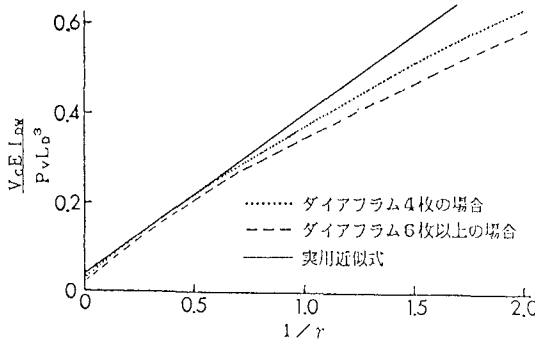


図-6 集中荷重による最大断面変形角

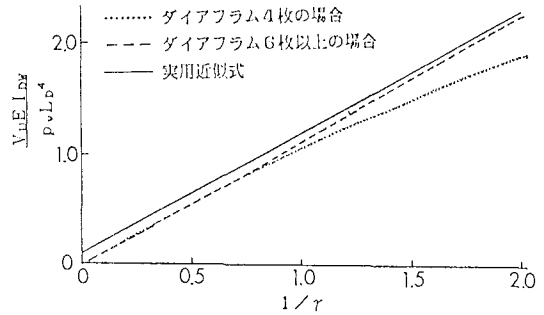


図-7 分布荷重による最大断面変形角

一方、断面変形角が大きくなりすぎると、箱桁本体の板曲げ応力の増大や過度の変形を誘起するので、断面変形角についても許容値を設定する必要があると思われる。そこで、許容断面変形角から中間ダイアフラムの必要剛度の算定式を誘導する。ここでも、B E A Mアナロジーに基づき、集中ずり荷重 P_v 、分布ずり荷重 p_v による最大断面変形角 V を計算すると、図-6、7のような曲線群が得られる。この場合においても、そりモーメントの計算のときと同様に中間ダイアフラムの数を6枚以上にすれば、実用的な設計の範囲では、最大断面変形角は6枚の式で代表できることがわかる。

したがって、集中荷重による最大断面変形角 V_c と分布ずり荷重による最大断面変形角 V_u を次式のように近似する。

$$V_c = P_v L_D^3 (0.36 r^{-0.5} + 0.04) / E I_{DW} \quad (12)$$

$$V_u = p_v L_D^4 (1.10 r^{-0.5} + 0.10) / E I_{DW} \quad (13)$$

ただし、式(12)、(13)はそりモーメントの場合と異なり、中間ダイアフラム数4枚の場合も含んでいる。

ここで、発生する断面変形角がある許容値 V_{a1} 以下になるようにする。すなわち、

$$V_{a1} \geq V_c + V_u \quad (14)$$

を満たすように決定する。ただし、許容断面変形角は上フランジ上面の平滑度に制限がある場合にはその値より算出し、箱桁本体の板曲げ応力をある程度以下に抑える場合には次式を用いて算出することになる。

$$V_{a1} = \{ (\sigma_{DBa1} / (7.2 E)) \} (d_1 / \delta_1^3 + d_2 / \delta_2^3) \delta^2 \quad (15)$$

ここに、 δ_1 :ウェブの板厚、 δ_2 :フランジの板厚、 δ は δ_1 と δ_2 の小さい方を採り、他の記号は注1)を参照されたい。

ここでも、 $V_c + V_u = V_{a1}$ の限界状態における中間ダイアフラムの必要剛度は、中間ダイアフラム間隔に依存する形で、式(12)、(13)、(14)より、次式で与えられる。

$$K_v = \frac{E I_{DW} (0.36 P_v + 1.1 p_v L_D)}{E I_{DW} V_{a1} - (0.04 P_v + 0.1 p_v L_D) L_D^3} \quad (16)$$

中間ダイアフラムの枚数が3枚以下の場合にも、式(12)、(13)で近似すれば十分安全側であることは数値計算で確認した。それ故、許容断面変形角に対する中間ダイアフラムの間隔および必要剛度の算定には、中間ダイアフラムの枚数に拘らず、式(16)を用いることとした。

3. 簡易算定法の提案

以上の結果を踏まえて、図-8のような中間ダイアフラムの必要剛度算定のフローチャートを提案する。

まず、そり定数 I_{DW} 、そりモードの最大値 ϕ 、ずり荷重 P_v 、 p_v 、許容そり応力度 σ_{DWal} 、許容板曲げ応力度 σ_{DBal} 、許容断面変形角 V_{al} を算定する。許容そり応力度 σ_{DWal} は、小松・長井の提案と同様箱桁の許容曲げ応力度の数%以内とし、許容板曲げ応力度もこれに準ずる。また、許容断面変形角は、箱桁の許容板曲げ応力度あるいはたわみの制限値より定める。これら諸定数より、最大ダイアフラム間隔 L_{Dmax} 、臨界ダイアフラム間隔 L_{Dcr} が一意的に算定される。そこで、設計者が、鋼製箱桁の製作時、架設時、運搬時などの諸条件を考慮して、設計上の中間ダイアフラム間隔 L_D を仮定する。一般的には

$$L_{Dcr} \leq L_D \leq L_{Dmax} \quad (17)$$

を満たすように、 L_D を決定するのが望ましい。

仮定した L_D より、式(8)あるいは式(11)を用いて必要剛度を算定し、中間ダイアフラムの枚数に応じて必要剛度の修正を行う。

次に、許容断面変形角の条件より、必要剛度 K_v を求める。そして、許容そり応力より求めた必要剛度と大小比較をし、 $K < K_v$ ならば L_D を仮定しなおすか、必要剛度として K_v を採用する。

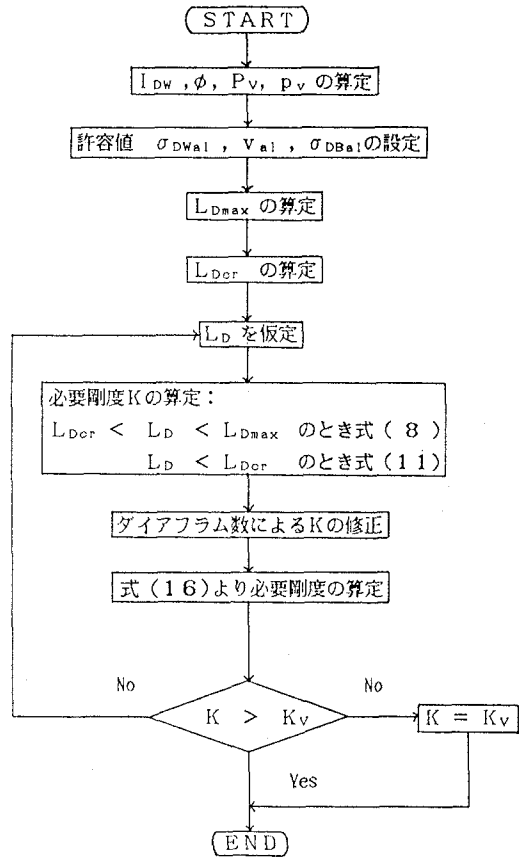


図-8 中間ダイアフラムの必要剛度算定のフローチャート

4. 必要剛度算定計算例

簡易算定法の妥当性の検討のために、斜張橋を例に採り、中間ダイアフラムの間隔と剛度を算定する。計算のための基礎データは文献7)より

$$\phi = 1.25 \times 10^5 \text{ cm}^6,$$

$$P_v = 167.6 \text{ t} \cdot \text{m} \text{ (1.642 MN} \cdot \text{m)},$$

を使用し、許容そり応力度 σ_{DWal} を

$$\sigma_{DWal} = 42 \text{ kg/cm}^2 \text{ (4.12 MN/m}^2\text{)}$$

と設定すれば、最大中間ダイアフラム間隔 L_{Dmax} は式(6)より

$$L_{Dmax} = 12.0 \text{ m}$$

となり、臨界状態における中間ダイアフラム間隔 L_{Dcr} は式(7)より

$$L_{Dcr} = 5.2 \text{ m}$$

となる。

そこで、諸条件を考慮して

$$L_D = 6.0 \text{ m}$$

$$I_{DW} = 1.64 \times 10^{13} \text{ cm}^6,$$

$$p_v = 1.06 \text{ t} \cdot \text{m/m} \text{ (98.59 MN} \cdot \text{m/m)}$$

と仮定する。その結果、式(8)より中間ダイアフラムの必要剛度Kは

$K = 1.413 \times 10^{11} \text{ kg} \cdot \text{m}$
と算定される。

ここで、本計算例について、中間ダイアフラム間隔 L_D と必要剛度Kの関係を図-9に示す。この図からわかるように、必要剛度Kは $L_{D\max}$ で無限大となり、 L_D の減少とともにKも減少し、 L_{Dcr} 以下で一定値となる。また、BEFアナロジーよりBEAMアナロジーの方が安全側にあり、BEAMアナロジーよりも本法の方が安全側にあることも確認できる。

一方、断面変形角の許容値 V_{ai} を

$$V_{ai} = 10^{-3} \text{ rad}$$

と設定すると、式(16)より、本計算例における中間ダイアフラム間隔 L_D と必要剛度

K_v の関係は図-10のようになる。この図より、断面変形角も許容値以下に収まっていることがわかる。

以上の結果と、厳密な取り扱いによる結果⁷⁾と比較したのが表-1である。この表からも、本法は簡易算定法とはいうものの、充分精度のよい値を与えることがわかる。また、既存の鋼製箱桁橋の場合について数

表-1 設計計算例

	文献7)	本法	本法
許容そり応力度 σ_{swai}	42 kg/cm ² (4.12 MN/m ²)	42 kg/cm ² (4.12 MN/m ²)	42 kg/cm ² (4.12 MN/m ²)
最大そり応力度 σ_{sw}	38.0 kg/cm ² (3.72 MN/m ²)	42.0 kg/cm ² (4.12 MN/m ²)	42.0 kg/cm ² (4.12 MN/m ²)
ダイアフラム間隔 L_D	6m	6m	10m
必要剛度 K	$1.156 \times 10^{11} \text{ kg cm}$ (11.33 GN m)	$1.413 \times 10^{11} \text{ kg cm}$ (13.85 GN m)	$9.754 \times 10^{11} \text{ kg cm}$ (95.59 GN m)
許容板曲げ応力 σ_{bai}		42 kg/cm ² (4.12 MN/m ²)	42 kg/cm ² (4.12 MN/m ²)
最大板曲げ応力 σ_{b}	2.8 kg/cm ² (2.74 MN/m ²)	3.8 kg/cm ² (3.72 MN/m ²)	1.9 kg/cm ² (1.86 MN/m ²)
許容断面変形角 V_{ai}		10^{-3} rad	10^{-3} rad
最大断面変形角 V	$10.01 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$13.90 \times 10^{-3} \text{ rad}$	$6.80 \times 10^{-3} \text{ rad}$

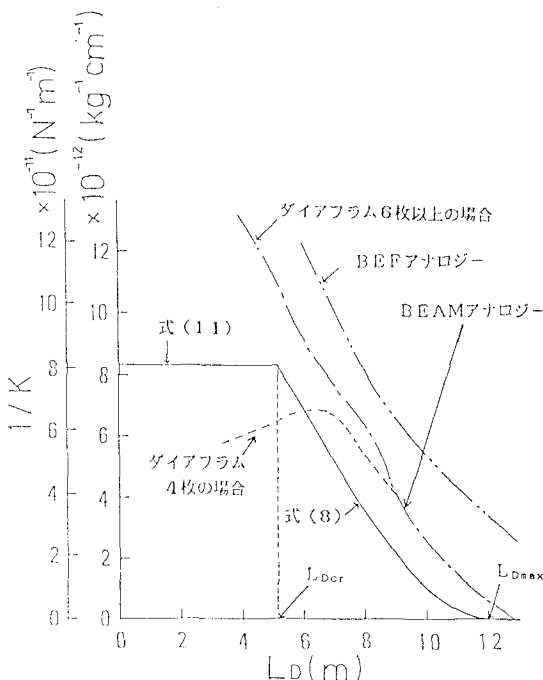


図-9 中間ダイアフラム間隔 L_D と必要剛度 K の関係

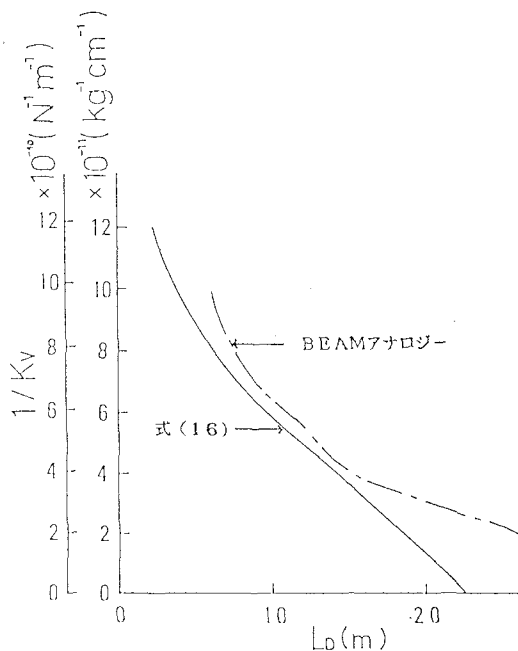


図-10 中間ダイアフラム間隔 L_D と必要剛度 K_v の関係

値計算を行ったところ、妥当な値が得られた。

5. あとがき

BEAMアナロジーに基づき、鋼製箱桁橋の中間ダイアフラム間隔と必要剛度の簡易な算定法を提案した。この算定法の特徴としては、第一に、設計者が実状に合わせて適切な中間ダイアフラム間隔を決定できる点、第二に、中間ダイアフラム間隔より必要剛度が一意的に求まる点、第三に、箱桁本体の板曲げ応力あるいは許容断面変形角からも必要剛度が求まり、断面変形角あるいは箱桁本体の板曲げ応力度に対するチェックができる点、などが挙げられる。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書、1980. 2.
- 2) 土木学会：国鉄建造物設計標準解説、1983. 4.
- 3) The Subcommittee of Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges : Interium Design and Workmanship Rules, Her Majesty's Stationary Office, 1973.
- 4) 坂井藤一・長井正嗣：鋼箱桁橋の中間ダイアフラム設計法に関する一試案、土木学会論文報告集、No. 261, pp. 21-34, 1977.
- 5) Heins, C.P: Box Girder Bridge Design - State of the Art, AISC Engineering Journal, Fourth Quarter, 1978.
- 6) 中井博・村山泰男：ダイアフラムを有する曲線箱桁のずり応力の解析と設計への応用、土木学会論文報告集、No. 309, pp. 25-39, 1981.
- 7) 小松定夫・長井正嗣：中間ダイアフラムの新しい設計法に関する研究、土木学会論文報告集、No. 326, pp. 51-62, 1982.
- 8) Wright, R.N, Abdel-Samad, S.R. and Robinson, A.R: BEF Analogy for Analysis of Box Girders, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, No. St7, July, 1968, pp. 1719-1743
- 9) Vlasov, V.Z (奥村敏恵他訳)：薄肉弾性ばりの理論、技報堂、1967.
- 10) T. Yoda, H. Shimizu and M. Hirashima : On the Simplified Design Method for Intermediate Diaphragms in Steel Box Girder Bridges Proc. of JSCE , 1-2 , 1984.