

梁—柱部材の設計公式に関する提案

A PROPOSAL ON THE DESIGN FORMULA FOR BEAM—COLUMN MEMBERS

依田 照彦* 薬師寺 洋輔**

by Teruhiko YODA and Yosuke YAKUSHIJI

The present paper deals with interaction formula for beam—columns adequately braced against lateral buckling and fully stiffened against local buckling, subjected to both axial compressive load and bending.

Numerical evaluation herein shows that the conventional interaction formula is too conservative, because it overestimates the effect of additional bending moments caused by displacements.

Hence, it is concluded that factor showing the effect of bending moment should be reduced and slight modification of the interaction formula should be made.

1. 序論

軸方向圧縮力と曲げモーメントを受ける部材を構成要素に持つ構造物の安定問題は、現実には線形固有値問題とはならず、非線形問題となる。このため、厳密に解析するには全体弾塑性有限変位解析が必要とされている。しかるに、設計段階において考慮すべき荷重の組合わせは相当数に達し、それらについて1つ1つ全体解析を行う事は事実上不可能であると思われる。従って、着目する部材を取りだして解析する方法がとられている。部材を取り出して解析する場合に問題となる最大のものは境界条件であろう。一般に複合非線形問題を扱う場合、取り出した部材の境界条件を正確に表わす事は非常に難しい。なぜならば構造物の内力は、部材の変形、塑性状態などにより変化し、着目する部材の非線形性がその

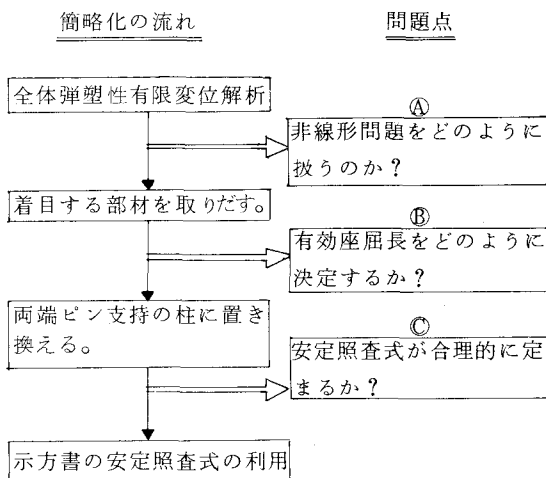


図1. 梁—柱部材の設計の問題点

* 工博 早稲田大学助教授 理工学部土木工学科 (〒160 東京都新宿区大久保3-4-1)
 ** 早稲田大学大学院理工学研究科 建設工学専攻 (〒160 東京都新宿区大久保3-4-1)

部材の境界条件に直接影響を及ぼすことになるからである(図1④部)。部材を取り出して安定照査を行う場合、有効座屈長の決め方が問題となる。現在では、①：固有値解析を用いて求める方法と、②：安定関数を用いて求める方法の2種類が存在する。両者とも座屈荷重を求め、その値により有効座屈長を求めることを基本としている。ところがこの場合、座屈荷重は図2上段の分岐点として求まるが、これは軸力のみが作用し、曲げモーメントと初期不整のない場合に相当する。しかし実際には初期不整は必ず存在し、曲げモーメントも作用することが多いので、荷重－変位曲線は図2下段の実線のようになり、分岐点は消え、弾塑性の屈服座屈現象となる。したがって、この種の問題に有効座屈長の概念を持ち込むことには多少の疑問が残る。しかし実際に設計できるという意味からすると、有効座屈長の概念は有用であると思われる(図1⑤部)。このような経緯により、最終的に

は有効座屈長を用いて両端ピン支持の柱に置き換えて解析することが一般的となっている^{1), 2)}。

本報告では、この取り出した梁－柱部材に関する現行の道路橋示方書²⁾(以下道示と略す)の安定照査式について若干の考察と提案を行った。

2. 梁－柱部材の安定照査式の検討事項

現行の道路橋示方書によれば、局部座屈と横倒れ座屈の生じない時、曲げモーメントが強軸まわりに両端に等しく作用する場合の安定照査式は次式のように表わされる²⁾。

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{ca}} + \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{bao}(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{ea}})} \leq 1 \quad (1)$$

ここに、 σ_c ：照査する断面に作用する軸方向力による圧縮応力度 (kg/cm^2)

σ_{bc} ：曲げモーメントによる曲げ圧縮応力度 (kg/cm^2)

σ_{bao} ：局部座屈を考慮しない許容曲げ圧縮応力度 (kg/cm^2)

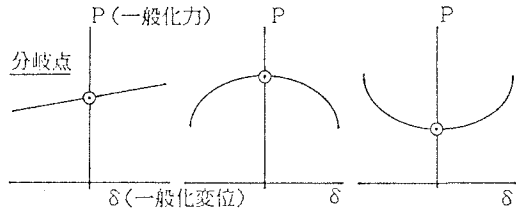
σ_{ea} ：許容オイラー座屈応力度 (kg/cm^2)

である。検討しやすくするため、式(1)を断面力表示で書き直すと、

$$\frac{\nu_c P}{P_{cr}} + \frac{\nu_b M}{M_o(1 - \frac{P}{P_e})} \leq 1 \quad (2)$$

が得られる³⁾。

初期不整・曲げモーメントなしの場合(分岐座屈)



実際の挙動(屈服座屈)

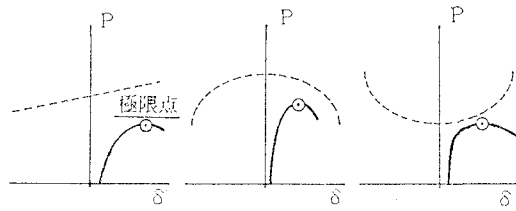


図2. 梁－柱の変形挙動

ここに、 P_{cr} ：圧縮力のみが作用する場合の座屈荷重 (kg)

M_0 ：降伏モーメント (kg・cm)

$P_e (= \pi^2 E I / \ell^2)$ ：オイラー座屈荷重 (kg)

ν_c, ν_b ：それぞれ圧縮および曲げに対する安全率

E ：ヤング率

I ：断面2次モーメント

ℓ ：部材長

である。

昭和48年の前道路橋示方書³⁾では、式(2)の $1/(1-\nu_c P/P_e)$ は曲げモーメントによるたわみ δ と軸方向圧縮力 P による付加曲げモーメント $P\delta$ の影響を考慮するための割増し係数の意味を持っているとしている。

そこで、いま、式(2)において安全率を除き、基本耐荷力表示として

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M}{\mu_u(1-\alpha \frac{P}{P_e})} \leq 1 \quad (3)$$

を考える。ここに、 P_u ：限界軸方向力 (kg) (道示では、 P_{cr})

μ_u ：限界モーメント (kg・cm) (道示では、 M_0)

α ：パラメータ (道示では 1.7)

である。

線形化有限変位理論に従うならば、付加曲げモーメントの影響を表わす割増し係数 $1/(1-\alpha \frac{P}{P_e})$ のパラメータの値としては、 $\alpha = \pi^2/8$ を用いるのが正しい。しかしながら、従来より $\alpha = \pi^2/8 \approx 1$ として設計公式を導出している。パラメータ α を 1 とすることは、 $\frac{\pi^2}{8} \approx 1.23$ であることから分るように、必ずしも安全側の近似ではない。それ故、現行の道示においては、実際の梁-柱部材では初期たわみ、残留応力などが存在するため付加曲げモーメントの影響は大きくなるであろうとの判断から、 $\alpha = \nu_c = 1.7$ を採用していると思われる。この観点に立てば、式(2)の ν_c は安全率と解釈できるのみならず、付加曲げモーメントの影響を表わすパラメータを $\alpha = 1.7$ にとったとの解釈も成り立つ⁵⁾。すなわち、現行の道示の梁-柱の安定照査式には、二通りの解釈がなされており、設計そのものは安全側の設計法であるため問題はないと思われるものの、不合理な点が見られる。そこで、本論文では付加曲げモーメントの影響を表わす割増し係数の意味を明確にすべく、 $\alpha = 1$ として良いかどうか、すなわち現行の道示の安定照査式(1)の σ_{ea} を σ_e (オイラー座屈応力度 $\sigma_e = 1.7 \sigma_{ea}$) に置き換えてよいかどうかを検討する。

さらに、現行の道示では、式(2)において圧縮力に対する座屈荷重として耐荷力の P_{cr} を用いているにもかかわらず、曲げモーメントの M_0 に降伏モーメント M_y を用いている。本論文で扱っているような横倒れの生じない断面では、 M_0 として全塑性モーメント M_p を用いても良いのではないかと考えられる^{6) 7)}。この点についても検討を加えることにした。

最後に、現行の道示の安定照査式には陽な形で変形の影響が入っていないので、限界状態においてどの程度の変形が生じているかを両端のたわみ角で調べてみた。

3. 解析方法及び解析モデル

(1) 解析方法

ここでは、幾何学的・材料的非線形問題を伝達マトリックス法を用いて解く。仮定は、1) 断面形状は不変



図3. 今回検討するモデル

である。2) 平面は保持される。3) せん断力による変形は無視する。である。幾何学的非線形解析では、二次の有限変位場を用いた非線形解析を利用している。材料非線形解析では任意の構成則が利用でき、除荷過程が考慮できるように配慮している。しかしながら、本論文では安全側であることを考慮して図4に示すような完全弾塑性体を採用し、除荷過程を考慮することにした。

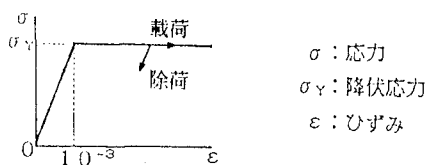


図4. 使用構成則

(2) 解析モデル

図5に示すような正方形箱形断面を持つ梁-柱部材を解析モデルとし、避けられない部材の初期曲がりとして中央点で $\ell/1000$ (ℓ : 部材長) のたわみを持つ正弦形のものを採用し、残留応力の分布としては図6に示すような2種類の残留応力分布を考慮した⁸⁾。また、細長比としては図7に示すような3ヶ所の値を選んだ。①と②の場合は、付加曲げモーメントの影響を調べるとい点からすれば、限界的な場合であり、③はその中間に属しているので、これら3種類の場合について解析を実施すれば、全体的な傾向は把握できると思われる。そこで、まず最初に、幾何学的非線形解析を軸方向圧縮力と曲げモーメントを受ける部材について行った。その結果を図8に示す。幾何学的非線形問題については本解析法の妥当性が検証できた。次に、初期不整(初期曲がりと残留応力)を考慮した場合の解析例として、初期不整の与え方の明確であるSchulzの計算した耐力力曲線⁸⁾との比較を考え、軸方向圧縮力のみによる計算を行った。図9から分るように、この場合にも解析法の妥当性を確認することができた。

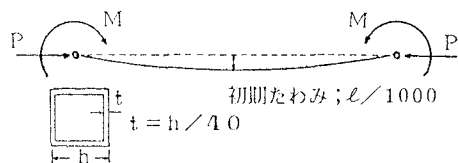


図5. 解析モデル

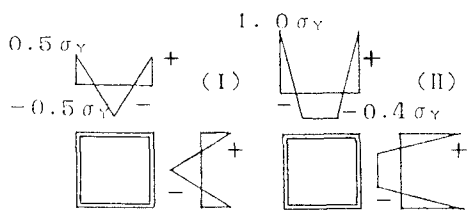


図6. 使用残留応力分布

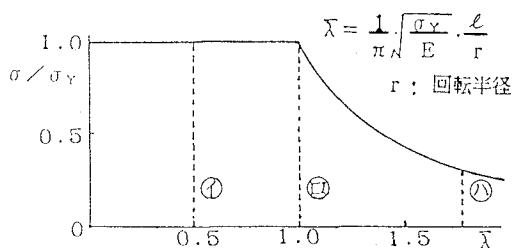


図7. 使用無次元化細長比

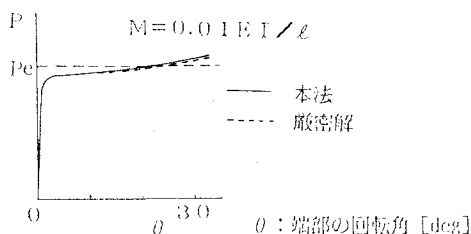


図8. 幾何学的非線形問題

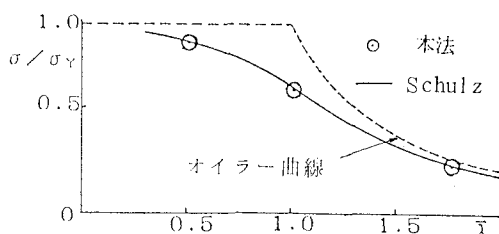


図9. 耐力力曲線

4. 結果及び考察

軸方向圧縮力と曲げモーメントを受ける部材の耐荷力に関する解析結果を図10～12に示す。図中、実線はMuとしてMpを、破線はMuとしてMyを用いた結果であり、Mpは全塑性モーメント、Myは外縁部が、降伏応力に達した時のモーメントである。また、 α の値としては、0, 1.0, 1.7を使用した。さらに変形量について検討するため、変形の大きい残留応力(Ⅱ)の方の図に座屈時の端部のたわみ角を示した。

○、△は数値計算結果であり、○は曲げモーメントを固定して軸方向圧縮力を増加させた場合であり、△は軸方向圧縮力を固定して曲げモーメントを増加させた場合である。結果を見る限り荷重の載荷の順序によって耐荷力に差は生じないようである。

図10～12を見ると、すべての場合において、 $\alpha = 1$ の破線すなわち

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M}{Mu(1-P/P_e)} \leq 1 \quad (4)$$

で安定の照査ができることがわかる。したがって、従来より使用されている耐荷力基準が確認されたことになる。その結果、付加曲げモーメントの影響を表す割増し係数として $1/(1-P/P_e)$ を用いて良く、割増し係数として $1/(1-1.7P/P_e)$ を解釈することには若干の無理があることがわかり、許容応力度設計法の表示に変換するときに割増し係数に安全率を考慮する必要がないことがわかる。

また、横倒れ座屈を伴わない梁の終局曲げモーメントMuには、全塑性モーメントMpを用いて良いこともわかる。

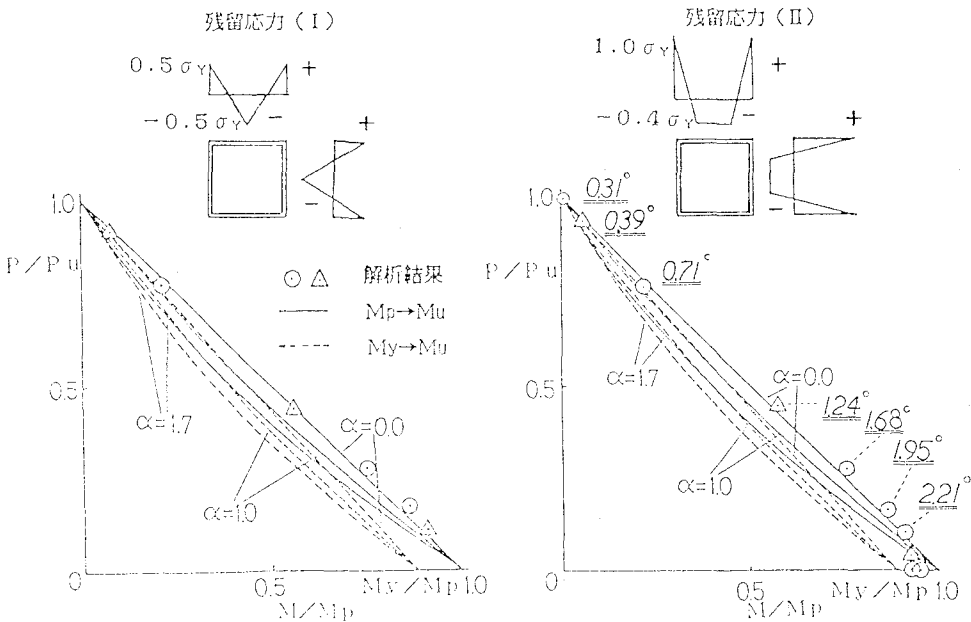


図10. 解析結果 ($\lambda = 0.501$)

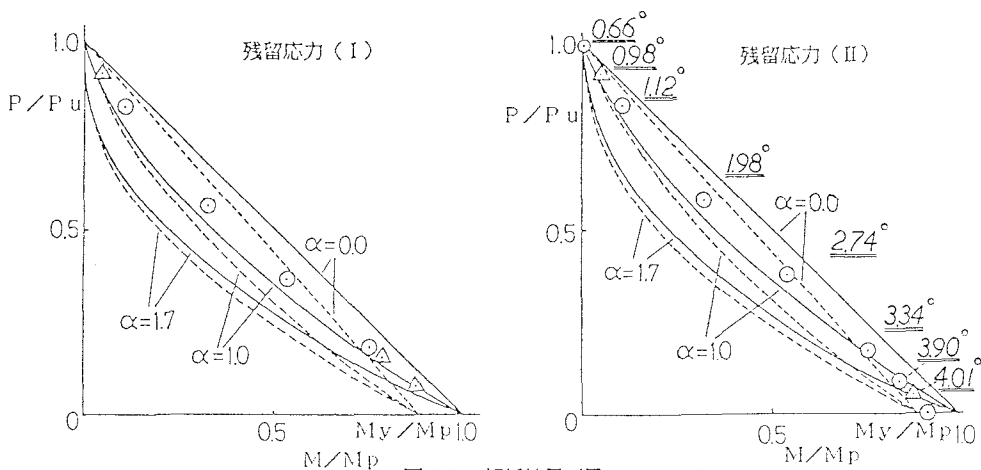


図1.1. 解析結果 ($\lambda = 1.01$)

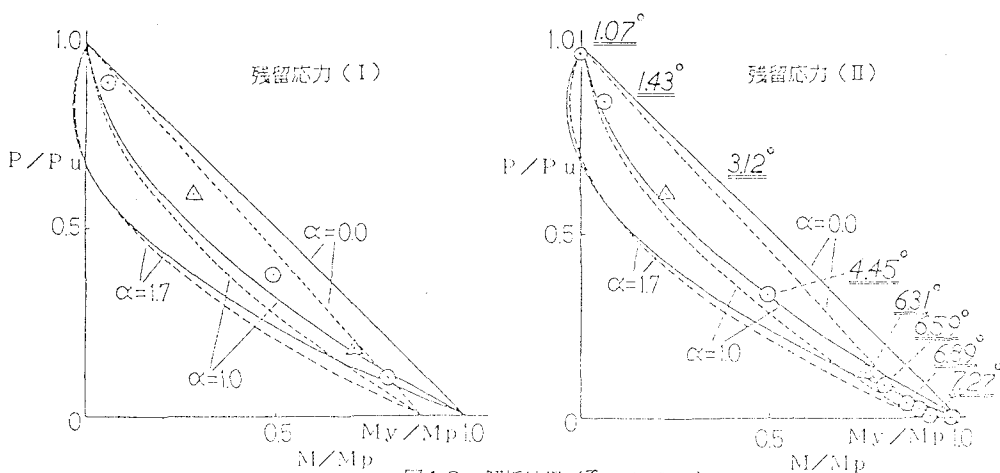


図1.2. 解析結果 ($\lambda = 1.77$)

さらに、図中に示した数字（端部のたわみ角）を見ると、その角度は大きく、 $\alpha = 1, Mu = Mp$ の実線を耐荷力曲線としたときに危険側となる角度は $3^\circ \sim 4^\circ$ であることがわかった。

以上の計算例は、限られた計算例であるので、この結果だけから一般論を論じられないが、従来より確認されている耐荷力公式(4)の解釈を明確にすれば、現行の道示の梁-柱部材の安定照査式として

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{ca}} + \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{bao}(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_e})} \leq 1 \quad (5)$$

を採用しても良いであろうことは容易にわかる。ここに σ_e はオイラー座屈応力度であり、 $\sigma_e = 1.7 \sigma_{ea} = \pi^2 E / (\ell/r)^2$ である。

5. 結論

本報告では、最も基本的な例である等断面で両端に等しいモーメントが作用する両端ピン支持の梁一柱についてのみ安定照査式の検討を行った。その結果、付加曲げモーメントの影響を表わすパラメータ α の値は1.0を採用しても安全であることがわかった。また、終局曲げモーメント M_u には全塑性モーメント M_p を用いても良いことがわかった。この結論は、今回使用した計算例以外の残留応力、断面（箱形断面及び横倒れ座屈のないI形断面）にも当てはまると考えられる。しかしながら、本論文では横倒れ座屈が生じない場合を前提としているので、ここでは現行の道示²⁾の安定照査式と改訂前の道示³⁾の安定照査式の間間的な安定照査式として、付加曲げモーメントの影響を表わす現行の割増し係数 $(1-\sigma_c/\sigma_{ea})^4$ を $(1-\sigma_c/\sigma_e)^4$ にすることを提案するにとどめる。

次に、端部のたわみ角について注目すると、図12に示したようにかなり大きな変形を生じていることがわかった。変形を押さえるための具体的な設計法についての問題は、変形が構造物全体にどのような影響（終局限界状態、使用限界状態）を与えるかということが明確にならない限り解決し難い。したがって本論文では、変形量に関する制限については結論を出さず、今後の課題とした。

参考文献

- 1) SSRC: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd ed., John Wiley & Sons, 1976.
- 2) 日本道路協会：道路橋示方書（Ⅰ共通編・Ⅱ鋼橋編）・同解説，1980.
- 3) 日本道路協会：道路橋示方書（Ⅰ共通編・Ⅱ鋼橋編）・同解説，1973.
- 4) Galambos, T.V. : Structural Member and Frames, Prentice - Hall Inc., 1968.
- 5) 西野文雄（代表）：鋼橋および鋼橋部材の非弾性不安定挙動と設計基準に関する研究，昭和57，58年度科学研究費補助金（総合研究(A)）研究成果報告書，1984.
- 6) BS5400 : Steel, Concrete and Composite Bridges, Part 3. Code of Practice for Design of Steel Bridges, 1982.
- 7) AASHTO : Standard Specifications for Highway Bridges, 12th ed. 1977.
- 8) 成岡昌夫・福本孝士・伊藤鉦一：ヨーロッパ鋼構造協会連合・Ⅷ委員会の鋼座屈曲線について JSSC, Vol. 6, No. 55, 1970.