

鋼柱の局部座屈と全体座屈の連成強度 推定のための一モデル解析

A SIMPLIFIED ANALYSIS OF STEEL COLUMN STRENGTH WITH LOCAL BUCKLING

長谷川彰夫* 安保秀範** 西野文雄***

By Akio HASEGAWA, Hidenori ABO and Fumio NISHINO

Although the interactive behavior of columns between the overall and local bucklings appears to be very much complicated from a purely theoretical standpoint, this paper presents a simplified analysis of steel column strength, reflecting a possible occurrence of local buckling of component plates. A well-known beam-column equation is used to evaluate the interactive strength of concern, in which the influence of local buckling is taken into consideration by means of an adequate incorporation of the effective width of plate components into the assessment of axial and flexural rigidity of columns. An iterative procedure is required to obtain the results in which the effective width varies, depending on the stresses caused by the axial load. The results are given in the form of the column strength curves with a parameter of plate stiffness, and then the design procedure is proposed. It is also discussed whether the use of thinner plates is appropriate or not in the design of steel columns.

1. まえがき

従来、鋼構造物の設計示方書における圧縮部材の設計では、構成板要素の幅厚比を制限することにより、局部座屈を許さないという条件のもとで、全体座屈に対する照査のみを行なっている場合が多い。ところが、最近、局部座屈を認めた上で、局部座屈と全体座屈の連成強度をもとに、圧縮部材の設計を考えようとする動きがある。わが国の道路橋示方書¹⁾では1980年2月に、また、米国の建築鋼構造に対するAISC示方書²⁾の補遺では、薄肉の冷間加工鋼構造に対するAISI示方書³⁾の規定をもとに、1969年からこの規定が設けられている。

この改訂の大きな理由としては、局部座屈が生じる幅厚比の大きい板要素を使用することによる経済的な設計の可能性が挙げられるが、現行の道路橋示方書及びAISCの連成強度式を用いる限り、局部座屈を認めても経済的な設計を期待することは難しい⁴⁾。しかし、一方で、その連成強度自身、力学的に十分検証されているとは言い難い。

* 工博、東京大学助教授、工学部土木工学科（東京都文京区）。

** 東京大学大学院学生 工学系研究科（東京都文京区）。

*** Ph.D, アジア工科大学副学長（タイ国バンコク市）。（東京大学より海外派遣）

そこで、本研究では、全体座屈と局部座屈の連成強度を求めるための一つのモデル解析を試み、これをもとにして耐荷力の設計式を提案する。このモデル解析では、柱としての全体座屈現象を Perry Robertson 公式と呼ばれる弾性梁一柱の理論解を用いながらも、いわゆる”等価初期たわみ”⁵⁾ という値を導入することにより残留応力などの初期不整の影響を評価に組み込み、一方、全体座屈に及ぼす局部座屈の影響を有効断面によって考慮した。また、このモデル解析による連成強度解と実験値、道路橋示方書及び AISC の連成強度式による強度を比較、検討する。

提案した設計式をもとに、正方形箱形断面柱の最適設計を行なうことにより、局部座屈の発生を許した設計が果たして経済的な設計につながるかどうかを検討する。

2. モデル解析

局部座屈が生じ得る板要素から成る、残留応力及び初期たわみなどの初期不整を有する柱を、板の有限変位を含め、弾塑性有限変位解析によって厳密に解析することは容易ではない。ところが、局部座屈が生じない柱の弾塑性有限変位解析は、必ずしも困難でなく、局部座屈の全体座屈に対する影響を有効断面により評価して柱の弾塑性有限変位解析を行なえば、局部座屈が生じる柱の挙動を追跡することは可能である^{6) 7)}。しかし、この場合でも、基本的には非弾性有限変位という複合非線形解析であり、数値計算上の困難は残る。

以上の理由から、本論文では、柱の全体座屈と局部座屈の連成強度を簡易な方法で求めるための一つのモデル解析を試みる。純圧縮を受ける柱の耐荷力は、弾性梁一柱の理論解の最大応力降伏条件から求まる 2 次方程式の解としての陽で簡単な表現を持ついわゆる Perry Robertson 公式により、十分精度よく近似できることがよく知られている⁸⁾ ので、本論文では柱の解析の基本式としてこの公式を用いる。このとき、板要素の局部座屈の影響は座屈後の有効幅を用いた有効断面により考慮する。さらに、残留応力及び初期たわみなどの初期不整を有する柱の座屈現象を正確に評価するために”等価初期たわみ”という値を導入する。ここで用いる解析法を、局部座屈が生じる場合と生じない場合について分けて記述する。

(1) 局部座屈が生じない板要素から成る柱の解析

局部座屈が生じることなく、全体座屈のみによって強度が決まる柱の耐荷力を、Perry Robertson 公式により求める。すなわち、柱の最大応力 $\sigma_{\max}$ は、

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} + \frac{P}{1 - P/P_e} \frac{\delta c}{I} \quad \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる。ここに、 P は軸圧縮力、 A は断面積、 I は断面 2 次モーメント、 c は中立軸から最大圧縮応力縁端までの距離、 δ は後に定義する等価初期たわみ、 P_e は Euler 座屈荷重 ($=\pi^2 E I / L^2$)、 L は柱の長さ、 E は弾性係数である。柱の最大圧縮応力が降伏応力 σ_y になったときを、柱の終局状態と考え、そのときの軸圧縮力を耐荷力として P_u とすると、

$$\sigma_{\max} = \sigma_y = \frac{P_u}{A} + \frac{P_u}{1 - P_u/P_e} \frac{\delta c}{I} \quad \dots\dots\dots (2)$$

が成り立つ。耐荷力 P_u について解くと、

$$P_u = \frac{1}{2} A \left[\sigma_y + \frac{\pi^2 EI}{AL^2} \left(1 + \frac{Ac\delta}{I} \right) - \sqrt{\left\{ \sigma_y + \frac{\pi^2 EI}{AL^2} \left(1 + \frac{Ac\delta}{I} \right) \right\}^2 - 4 \frac{\pi^2 EI}{AL^2} \sigma_y} \right] \dots\dots\dots (3)$$

上式より、局部座屈が生じない柱の耐荷力が求まるが、このとき、等価初期たわみを実際の初期たわみとすると、実験値より常に高めの値となり、真の耐荷力を正確に推定できない。この理由として、1) 単純なモデルなので正確な耐荷力を求めるには限界がある（細長比が大きい場合には $\sigma_{max} < \sigma_y$ で崩壊する可能性がある）、2) 初期偏心や残留応力を考慮できない。などが挙げられる。そこで、本解析では、実際の初期たわみではなく“等価初期たわみ”という値を導入して、1) 2) を考慮する。したがって、等価初期たわみは、実際の初期たわみより大きな値で、実際の初期たわみ、残留応力、細長比などの関数となる。一方、局部座屈が生じない柱の耐荷力は、これまでの実験、理論から既知であると考えてよい。したがって、これより等価初期たわみを求めることができる。

(2) 局部座屈が生じる板要素から成る柱の解析

局部座屈が生じる板要素から成る柱の解析を、生じない場合と同様の解析で行なうことを可能とするため、断面の局部座屈が生じることによりもとの断面が有効断面に減少すると考える。簡単のため、有効断面は軸方向には変化せず一定とし、柱の中央断面の応力状態により決まるものとする。また、断面が有効断面に減少した場合でも、中立軸は変化しないものとする。これより、局部座屈と全体座屈の連成強度 P_u は、

$$P_u = \frac{1}{2} A_e \left[\sigma_y + \frac{\pi^2 EI_e}{A_e L^2} \left(1 + \frac{A_e c \delta}{I_e} \right) - \sqrt{\left\{ \sigma_y + \frac{\pi^2 EI_e}{A_e L^2} \left(1 + \frac{A_e c \delta}{I_e} \right) \right\}^2 - 4 \frac{\pi^2 EI_e}{A_e L^2} \sigma_y} \right] \dots\dots\dots (4)$$

と表わされる。ここに、 A_e は有効断面積、 I_e は有効断面2次モーメントである。有効断面は、後で述べるように、板要素の座屈後の有効幅理論により評価し、 P_u に依存する中央断面での発生応力の関数となるため、式(4)の P_u を求めるためには、逐次代入による繰り返し計算が必要とされる。

3. モデル解析と実験値の比較

(1) 実験値

柱の局部座屈と全体座屈の連成強度の実験値として、文献(9)を採用する。文献(9)では、Fig. 1に示すようなHT80の鋼種を用いた溶接集成の箱形断面柱を扱っている。文献(9)の実験値の中で、短柱及び偏心荷重を受ける柱を除いた試験体の圧縮フランジ板要素および柱としての座屈パラメーター λ_1 、 λ_g (式(5)および式(18)参照)と柱の耐荷力の実験値をTable. 1に示す。Table. 1の試験体名のうち、頭文字Sは正方形箱形断面、Rは長方形断面を表わし、次の数字は柱の細長比 L/r 、最後の数字はフラン

ジの幅厚比 b/t を表わす。

素材の引張試験より、降伏応力 $\sigma_y = 7590 \text{ kg/cm}^2$ 、弾性係数 $E = 2190000 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.24$ である。残留応力は、一般によく知られている分布形に類似しているが、溶接部の引張応力は降伏応力のほぼ 60 % 程度である。初期たわみの形状は sine 半波と考えてよく、(最大初期たわみ) / (柱の長さ) の平均値は 1 万分の 2.6 である。短柱実験より得られた強度、すなわち、板要素の耐荷力 σ_{ul} は、

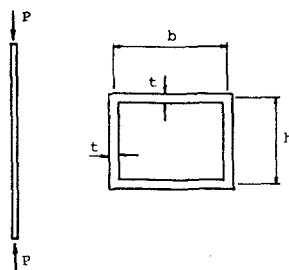


Fig.1 A Centrally Loaded Box Column

$$\frac{\sigma_{n1}}{\sigma_y} = \frac{0.75}{\lambda_1} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、
$$\lambda_1 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{k} \frac{b}{t}}$$

により、精度よく近似できると報告されている。

Table.1 Test Data from Ref. (8) and Model Analysis

(2) 実験値に対するモデル解析
柱の局部座屈と全体座屈の連成強度は、式 (4) より求められるが、ここで、等価初期たわみと有効幅の取り方が問題となる。等価初期たわみは、全体座屈現象を十分反映した値でなければならず、有効幅は局部座屈現象を反映した値でなければならない。実験では、局部座屈が生じなく全体座屈により強度が決まる柱 (幅厚比が 22 の場合) 及び全体座屈が生じなく局部座屈により強度が決まる短柱 (細長比が 10 の場合) についても行なっているので、前者の結果より等価初期たわみを、後者の結果より有効幅を決める。

Specimen	λ_g	λ_l	$\frac{P_{uex}}{P_y}$	$\left(\frac{\delta}{L}\right)_e$	$\frac{P_{uth}}{P_y}$	$\frac{P_{uth}}{P_{uex}}$
S-35-22	0.640	0.686	0.852	0.00272	0.852	1.000
S-35-33	0.647	1.014	0.621	0.00272	0.680	0.954
S-35-38	0.648	1.177	0.621	0.00272	0.592	0.955
S-35-44	0.648	1.360	0.544	0.00272	0.514	0.947
S-50-22	0.948	0.683	0.740	0.00163	0.740	1.000
S-50-27	0.918	0.840	0.672	0.00163	0.745	1.109
S-50-33	0.927	1.026	0.670	0.00163	0.658	0.982
R-50-22	0.913	0.686	0.743	0.00173	0.743	1.000
R-50-27	0.924	0.840	0.731	0.00173	0.737	1.008
R-50-33	0.920	1.026	0.709	0.00173	0.694	0.979
R-50-38	0.923	1.180	0.639	0.00173	0.641	1.003
R-50-44	0.925	1.363	0.579	0.00173	0.558	0.964
R-65-25	1.186	0.683	0.593	0.00122	0.593	1.000
R-65-27	1.201	0.840	0.637	0.00122	0.564	0.885
R-65-33	1.203	1.026	0.585	0.00122	0.517	0.884

(a) 等価初期たわみ

等価初期たわみは、全体座屈に影響する残留応力や初期たわみ、初期偏心などの初期不整及び細長比などの関数である。

この実験では、残留応力がほぼ等しく、初期たわみもあまりばらつきがないので、等価初期たわみ δ を柱長 L で無次元化した等価初期たわみ比 $(\delta/L)_e$ は細長比のみの関数であると考える。等価初期たわみ比 $(\delta/L)_e$ は、式 (2) より、

$$(\delta/L)_e = \left(1 - \frac{P_n}{A\sigma_y}\right) \left(1 - \frac{P_n}{P_e}\right) \frac{I \sigma_y}{c P_u L} \quad \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる。局部座屈が生じない幅厚比 $b/t=22$ の柱の実験結果を用いることにより、式 (6) からそれぞれの細長比に対する等価初期たわみ比が求められる。これらの値を Table. 1 に示す。

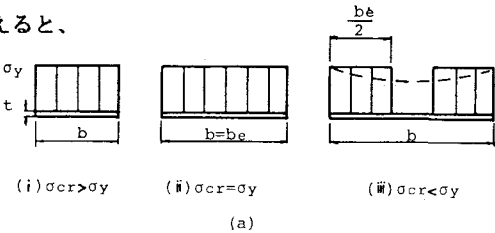
(b) 有効幅

von Karman は板の座屈応力 σ_{cr} が降伏応力 σ_y となる板幅を実際の板幅に無関係に有効幅と考えた。すなわち、圧縮応力 σ_y に到達すると同時に座屈が発生するような特別な幅が有効幅となる。これは、Fig. 2 に示すような、板厚が一定で幅が変化する板の耐荷力を考えると、

(i) $\sigma_{cr} > \sigma_y$ の時 $P_u = t b \sigma_y$

(ii) $\sigma_{cr} = \sigma_y$ の時 $P_u = t b_e \sigma_y \dots\dots (7)$

(iii) $\sigma_{cr} < \sigma_y$ の時 $P_u = t b_e \sigma_y$



となることを示す。すなわち、(iii) の断面は (ii) の断面より大きくなることにより、座屈応力は小さくなるが、耐荷力は低下せず、有効幅の部分は降伏応力 σ_y の応力を負担できる。

板の Euler 座屈応力 σ_{cr} は

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{\lambda_1^2} = \frac{k \pi^2 E}{12(1-\nu^2) \sigma_y} \frac{t^2}{b^2} \leq 1.0 \dots\dots (8)$$

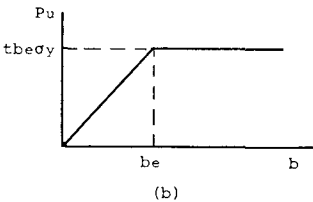


Fig.2 Effective Width Concept

となることにより、有効幅 b_e は、

$$b_e = \pi \sqrt{\frac{k}{12(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} t \leq b \dots\dots\dots (9)$$

と表わされる。これが von Karman の有効幅と呼ばれ、局部座屈係数 $k=4.0$, ポアソン比 $\nu=0.3$ を、代入すると、上式は、

$$b_e = 1.90 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} t \leq b \dots\dots\dots (10)$$

となる。耐荷力 σ_u は、有効幅の概念を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_u}{\sigma_y} &= \frac{t b_e \sigma_y}{t b \sigma_y} = \frac{b_e}{b} = \pi \sqrt{\frac{k}{12(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \frac{t}{b} \\ &= \frac{1}{\lambda_1} \leq 1.0 \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

とあらわされる。

実際には、初期たわみや残留応力が存在するので、式 (8) 、 (11) のような座屈応力、耐荷力にはならない。しかし、耐荷力は、低減係数 $C (< 1)$ を導入し、

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_y} = \frac{C}{\lambda_1} \leq 1.0 \dots\dots\dots (12)$$

と表わすことにより、十分な精度で近似できると考え、有効幅として、本解析では、

$$b_e = \frac{Cb}{\lambda_1} = C \pi \sqrt{\frac{k}{12(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} t \leq b \quad \dots\dots\dots (13)$$

を採用する。式 (13) の有効幅は、残留応力及び初期たわみなどの初期不整を考慮した局部座屈現象を反映した値となっている。また、終局状態に至る前の座屈後の任意応力 σ での有効幅は、式 (13) を拡張して、

$$b_e = C \pi \sqrt{\frac{k}{12(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{E}{\sigma}} t \leq b \quad \dots\dots\dots (14)$$

と仮定する。この有効幅を考えるということは、座屈応力を、

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{C^2}{\lambda_1^2} = C^2 \frac{k \pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{E}{\sigma_y} \frac{t^2}{b^2} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

と考えることになる。

文献 (9) の短柱実験により、低減係数 $C=0.75$ 、ポアソン比 $\nu = 0.24$ が得られているので、ここでの有効幅を式 (10) の表現に対比させれば、

$$b_e = 1.40 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} t \leq b \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる。

これまでは純圧縮を受ける板の有効幅について考えてきたが、モデル解析をおこなうには、応力勾配を有する圧縮力を受ける板の有効幅、すなわち、ウェブの有効幅についても考えなければならない。そこで、ウェブの有効幅は、近似的に、純圧縮を受ける場合の有効幅である式 (14) を用い、応力を平均圧縮応力として求めた。また、ウェブの有効断面は厳密には中立軸に関して対称でないと考えられるが、有効断面 2 次モーメントに大きい影響を与えないので、対称であると仮定した。したがって、Fig. 3 に示すような箱形断面の応力状態でのそれぞれの有効幅は、

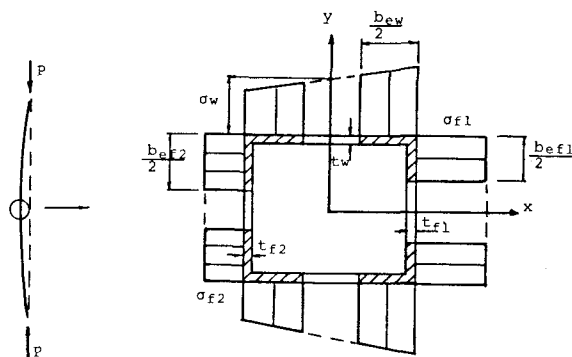


Fig.3 Effective Area of A Box Column

$$\begin{aligned} b_{ef1} &= C \pi \sqrt{\frac{k}{12(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{f1}}} t_{f1} \leq b_f \\ b_{ef2} &= C \pi \sqrt{\frac{k}{12(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{f2}}} t_{f2} \leq b_f \quad \dots\dots\dots (17) \\ b_{ew} &= C \pi \sqrt{\frac{k}{12(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{E}{\sigma_w}} t_w \leq b_w \end{aligned}$$

となる。

(c) モデル解析と実験値の比較

これまで述べたように、局部座屈が生じることなく全体座屈により強度が決まる柱の実験値より等価初期たわみを求めた上で、式 (17) の有効幅を用いれば式 (4) から、実験値に対応する柱の局部座屈と全体座屈の連成強度の解を求めることができる。Table. 1 に、モデル解析で得られた連成強度 P_{uth} をもとの断面積を用いた降伏軸力 $P_y = A \sigma_y$ で割った P_{uth} / P_y 及び、実験より得られた耐荷力 P_{uex} との比 P_{uth} / P_{uex} を示す。これより、一部の実験値で 10 % を超える相違があるものの、全体として、柱の局部座屈と全体座屈の連成強度を、本解析により工学的に十分な精度で求められることがわかる。また、モデル解析は、安全側の耐荷力を与える傾向にある。

4. モデル解析と道路橋示方書及び AISC の連成強度式の比較

3. では、文献 (9) の実験値との比較のため、実験結果をもとに等価初期たわみ、有効幅を決め、柱の局部座屈と全体座屈の連成強度を求めた。しかし、この章でのモデル解析は、設計式を求めることを前提として、全体座屈に対する耐荷力の設計値に用いる小さめの値から等価初期たわみを、局部座屈に対する耐荷力の設計値に用いる小さめの値から有効幅を決め、連成強度を求める。また、このモデル解析で求めた連成強度を、道路橋示方書及び AISC の連成強度式より求めた強度と比較する。

柱としての全体座屈に対する強度 σ_g 、板の局部座屈応力 σ_{lc} 及び耐荷力 σ_{lu} は次式を採用する。

(a) 柱としての全体座屈に対する強度¹⁾ : σ_g

$$\frac{\sigma_g}{\sigma_y} = \begin{cases} 1.0 & (0.0 < \lambda_g \leq 0.2) \\ 1.0 - 0.545(\lambda_g - 0.2) & (0.2 < \lambda_g \leq 1.0) \\ 1.0 / (0.773 + \lambda_g^2) & (1.0 < \lambda_g) \end{cases} \dots\dots\dots (18)$$

ただし、 $\lambda_g = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{L}{r}$

ここに、 r は座屈軸に関する断面 2 次半径である。

(b) 板の局部座屈応力¹⁾ : σ_{lc}

$$\frac{\sigma_{lc}}{\sigma_y} = \begin{cases} 1.0 & (0.0 < \lambda_1 \leq 0.7) \\ 0.49 / \lambda_1^2 & (0.7 < \lambda_1) \end{cases} \dots\dots\dots (19)$$

(c) 板の耐荷力 : σ_{lu}

$$\frac{\sigma_{lu}}{\sigma_y} = \begin{cases} 1.0 & (0.0 < \lambda_1 \leq 0.7) \\ 0.7 / \lambda_1 & (0.7 < \lambda_1) \end{cases} \dots\dots\dots (20)$$

これらの強度をもとにした道路橋示方書及び AISC の連成強度式による連成強度及びモデル解析による連成強度は次のようになる。

(1) 道路橋示方書の連成強度式による連成強度

道路橋示方書の連成強度式は、連成強度を σ_{uJ} とすると、

$$\sigma_{uJ} = \sigma_g \sigma_1 / \sigma_y \quad \dots\dots\dots (21)$$

と与えられる。ここに、 σ_g は全体座屈に対する強度、 σ_1 は局部座屈に対する強度である。ここで、局部座屈に対する強度として、局部座屈応力を用いるか、あるいは、耐荷力を用いるかが問題となる。すなわち、柱の連成強度には、構成板要素の座屈応力と耐荷力のどちらがより影響を及ぼすかということである。現行の道路橋示方書では、安全側の配慮から、局部座屈に対する強度を、局部座屈応力としている。ここでは、両方の場合について考える。すなわち、

(a) 局部座屈に対する強度を局部座屈応力とした場合

$$\sigma_{uJ1} = \sigma_g \sigma_{1c} / \sigma_y \quad \dots\dots\dots (22)$$

(b) 局部座屈に対する強度を耐荷力とした場合

$$\sigma_{uJ2} = \sigma_g \sigma_{1u} / \sigma_y \quad \dots\dots\dots (23)$$

(2) AISCの連成強度式による連成強度

AISCの連成強度式は、連成強度 σ_{uA} をとすると、

$$\sigma_{uA} = \left[\sigma_g \right]_{\sigma_y = \sigma_1} \quad \dots\dots\dots (24)$$

で表わされる。道路橋示方書の連成強度式による連成強度同様、局部座屈に対する強度の取り方が問題となるが、ここでは、AISC連成強度式による連成強度は、次式のみを考える。

$$\sigma_{uA} = \left[\sigma_g \right]_{\sigma_y = \sigma_{1u}} \quad \dots\dots\dots (25)$$

(3) モデル解析による連成強度

前章同様、モデル解析により連成強度を求める際には、等価初期たわみと有効幅の取り方が問題となる。

ここでは、設計式を求めることを目的とし、

次のように等価初期たわみと有効幅を決める。

また、断面は等厚正方形箱形断面とする。

(a) 等価初期たわみ

式(3)より簡単に求められる、等価初期たわみ比 $(\delta/L)e = 0.001-0.005$ で $\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ の場合の局部座屈が生じない柱の耐荷力曲線を実線で、式(18)による耐荷力曲線を破線でFig. 4に示す。等価初期たわみ比 0.003の耐荷力曲線は、細長比 λ_g が 0.5以下の時、いくぶん安全側となるが、式(18)とほぼ一致している

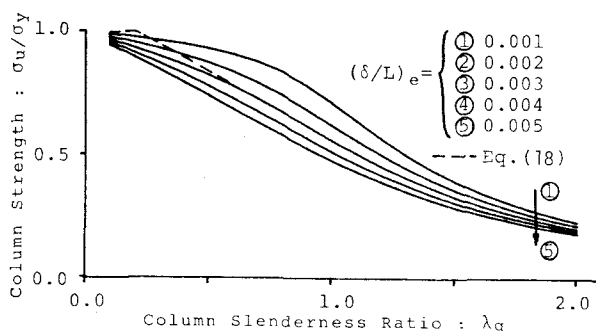


Fig.4 Column Strength without Local Buckling

ので、等価初期たわみ比として 0.003を採用する。

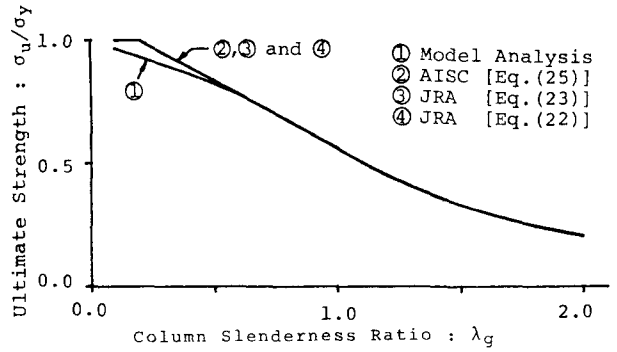
(b) 有効幅

前章と同様に、フランジ及びウェブの有効幅は、式 (17) より求める。このとき、低減係数Cは、式 (20) より、0.70を用いる。

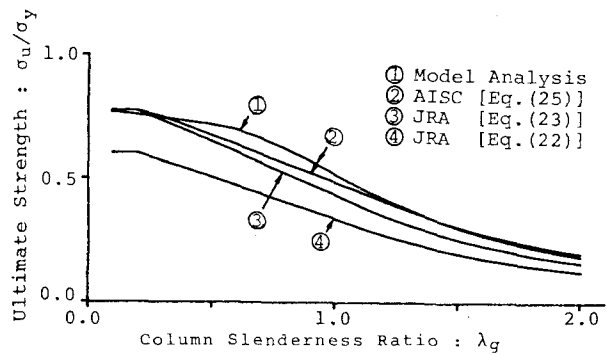
このようにして求めたモデル解析による耐力力曲線と、道路橋示方書及びAISCの連成強度式による耐力力曲線を、板の幅厚比 $\lambda_1 = 0.7, 0.9, 1.1$ の場合について、

Fig. 5 a-c に示す。モデル解析による耐力力曲線と最も一致したのは、AISCの連成強度式によるものである。しかし、AISCによる耐力力曲線も、柱がかなりスレンダーで弾性座屈する場合（細長比 $\lambda_g = 1.5$ 以上）のみ、ほぼ一致し、弾塑性座屈する領域（細長比 $\lambda_g = 0.5-1.0$ ）ではある程度の差が生じた。局部座屈に対する強度を局部座屈応力とした道路橋示方書の連成強度式による強度、すなわち、現行の道路橋示方書の連成強度は、幅厚比 λ_1 が大きくなるに従い、モデル解析による強度との差が大きくなり、この強度の比は、幅厚比 λ_1 が 1.1 以上のときには、 $1/2$ 程度にも達した。局部座屈に対する強度を耐力力とした道路橋示方書の連成強度式による強度は、AISCによる強度に比べ常に安全側となっているが、大きな差はない。この差は、幅厚比または細長比が大きくなるに従い大きくなる。

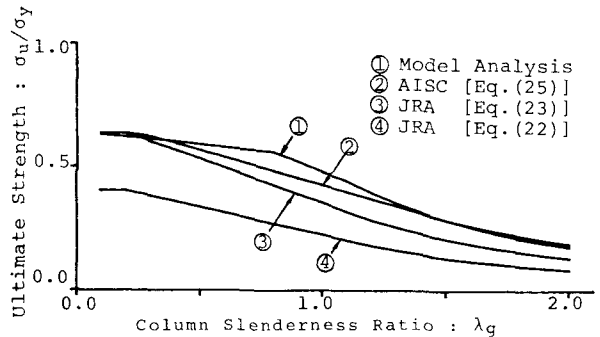
このように、道路橋示方書及びAISCの連成強度式は、程度の差はあるものの、安全側の連成強度を与えている可能性がある。



(a) $\lambda_1 = 0.7$



(b) $\lambda_1 = 0.9$



(c) $\lambda_1 = 1.1$

Fig.5 Results of Model Analysis

5. 設計式

4. で述べたように、本モデル解析による耐力力曲線は、道路橋示方書及びAISCの連成強度式による連成強度とかなりの差が生じた。そこで、モデル解析による耐力力曲線をもとに次のような設計式を求めた。

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_y} = \begin{cases} \sigma_1 & (0.0 < \lambda_g \leq 0.2) \\ \sigma_1 - \frac{\lambda_g - 0.2}{\lambda_{g1} - 0.2} (\sigma_1 - \sigma_2) & (0.2 < \lambda_g \leq \lambda_{g1}) \\ \sigma_2 - \frac{\lambda_g - \lambda_{g1}}{\lambda_{g2} - \lambda_{g1}} (\sigma_2 - \sigma_3) & (\lambda_{g1} < \lambda_g \leq \lambda_{g2}) \\ \sigma_3 \frac{0.773 + \lambda_{g2}^2}{0.773 + \lambda_g^2} & (\lambda_{g2} < \lambda_g) \end{cases} \dots (26)$$

ここで、

$$\sigma_1 = \begin{cases} 1.0 & (0.0 < \lambda_1 \leq 0.7) \\ 0.7/\lambda_1 & (0.7 < \lambda_1) \end{cases}$$

$$\sigma_2 = \begin{cases} 1.0 & (0.0 < \lambda_1 \leq 0.7) \\ 3.66 - 5.55 \lambda_1 + 2.50 \lambda_1^2 & (0.7 < \lambda_1 \leq 1.0) \\ 1.291 - 0.892 \lambda_1 + 0.211 \lambda_1^2 & (1.0 < \lambda_1) \end{cases}$$

$$\sigma_3 = \begin{cases} 0.564 & (0.0 < \lambda_1 \leq 0.7) \\ 0.865 - 0.514 \lambda_1 + 0.120 \lambda_1^2 & (0.7 < \lambda_1) \end{cases}$$

$$\lambda_{g1} = -1.3 \sigma_2 + 1.5$$

$$\lambda_{g2} = -0.887 \sigma_3 + 1.5$$

Fig. 6に、幅厚比 $\lambda_1 = 0.7-1.1$ のときの提案した設計式による耐荷力曲線を示す。この設計式は、Fig. 6に示すように、領域をa) 短柱領域、b) 弾塑性領域、c) 弾性領域と分け、a) では一定、b) では bi-linear、c) では2次曲線で近似している。それぞれの曲線の交点、すなわち、式(26)の σ_2 と σ_3 は、モデル解析の値をもとに、最小二乗法により求めた。

Fig. 7に、幅厚比 $\lambda_1 = 0.7-1.1$ のときの、設計式とモデル解析による耐荷力曲線を示す。これより、この設計式により、モデル解析による連成強度を工学的に十分な精度で求めることができると言える。式(26)を設計式として提案し、工学的精度を確認したものの、必ずしも簡潔な表現であらわされているとは言えない。設計式として実用に供し

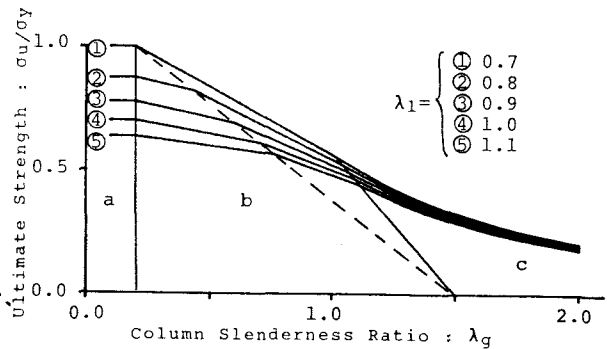


Fig. 6 Proposed Design Curves

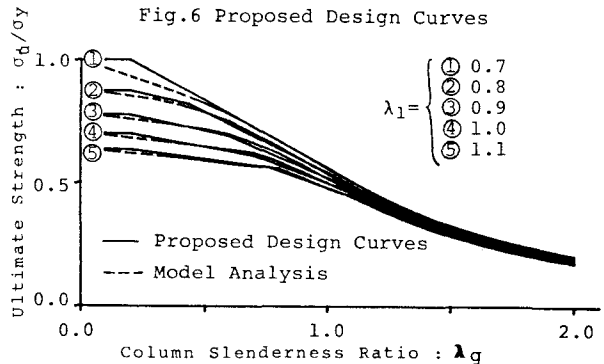


Fig. 7 Comparison of Proposed Design Curves and Model Analysis

得るには、若干の精度を犠牲にしても、さらに簡単な表現に帰着させることが必要とされよう。あるいは、モデル解析としての計算が必ずしも繁雑とならないことを考えると、ここで行なった解析を設計者自身に委ねることも考慮されてよい。

6. 最適設計に関する一考察

5. では、柱の局部座屈と全体座屈の連成強度の設計式を提案したが、ここでは、この設計式を用いた場合、果たして局部座屈の発生を許した設計が経済的な設計につながるかどうかを検討する。

ここでは等厚正方形断面を考える。最適化手法としては、最大荷重設計法を用いる。すなわち、柱の重量あるいは体積が一定のもとで可能最大荷重を最大にする⁴⁾。

計算を効率的に実行し、結果の汎用性を高めるため、柱の断面形状、力学的特性を考慮して次の無次元量を定義する。

$$R = \frac{L^2}{A} = \frac{L^2}{4bt} \quad x = \frac{b}{t} \quad g_y = \frac{E}{\sigma_y} \quad \dots\dots\dots (27)$$

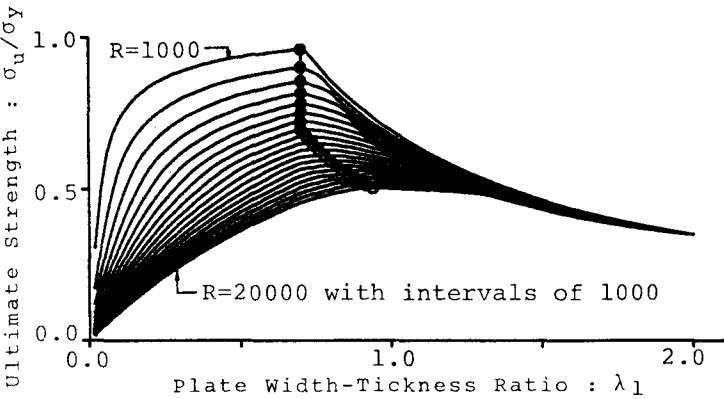
薄肉断面を仮定し、式 (26) の連成強度を求めると、

$$\sigma_u = \sigma_y f(R, g_y, x) \quad \dots\dots\dots (28)$$

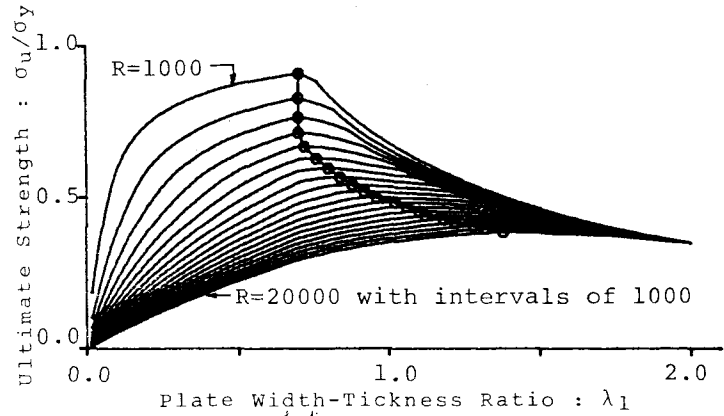
と表現できる。一般に設計を行なう際には柱の長さが与えられていることを考えると、定義より $R = \text{一定}$ は断面一定、すなわち、総体積一定と等価となる。いま、鋼種が与えられるものとする、この最適化は g_y と R をパラメータにした一変数 (x) 関数の単なる極値問題に帰着できる。

$$\sigma_{u\max} = \sigma_y \text{Max}_x [f(x)] \quad \dots\dots\dots (29)$$

実際の計算では、鋼種が SS41 ($\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$) と SM53 ($\sigma_y = 3600 \text{ kg/cm}^2$) について行ない、 $R = 1000 - 20000$ の場合の最適解を求めた。この結果を、宇佐美の整理法⁹⁾にしたがって、SS41 につ



(a) $\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$



(b) $\sigma_y = 3600 \text{ kg/cm}^2$

Fig.8 Optimality of Box Columns

いては Fig. 8a に、SM53については Fig. 8b に示す。

Fig. 8 は、 $R=1000-20000$ での幅厚比 λ_1 と連成強度の関係を表わしている。これより、 R の値が増加、すなわち、総体積が減少するに従い、連成強度が低下する特性がわかる。また、これらの図中には $R=$ 一定、すなわち、総体積一定の連成強度曲線の最大値（最適解）を結んでいる。これは、最適幅厚比と可能最大荷重の関係を示す。なお、等価幅厚比 $\lambda_1 \leq 0.7$ の時は、式 (19) からわかるように、局部座屈が生じない場合に相当する。

Fig. 8a より、SS41 を用いた場合、 $R \leq 8000$ では最適幅厚比は局部座屈が生じない最大の幅厚比となったが、 $R > 8000$ では、最適幅厚比が大きくなり局部座屈が生じる断面となった。しかし、この局部座屈が生じる最適断面では、全体座屈に対する強度が $0.7\sigma_y$ 以下となることがわかる。

Fig. 8b より、SM53 用いた場合、 $R \leq 4000$ では最適幅厚比は局部座屈が生じない最大の幅厚比となった。しかし、 $R > 4000$ では、最適幅厚比が大きくなり局部座屈が生じる断面となった。また、この局部座屈が生じる最適断面では SS41 同様、全体座屈に対する強度が $0.7\sigma_y$ 以下となった。

このように、本論文で求めた連成強度の設計式を用いると、正方形箱形断面柱の設計において局部座屈を許した方が経済的な設計が行なえる領域はある。しかし、この場合でも、この領域では全体座屈に対する強度が $0.7\sigma_y$ 以下であり、この領域での実際の鋼柱の設計は必ずしも多くないと考えられる。この領域で設計を行なう可能性があるとしても、図から明らかなように、幅厚比 λ_1 に対する σ_u の最大値付近の変化は少ない。このことは、この領域でさえ、局部座屈を認めないことによる損失が非常に小さいことを示す。したがって、局部座屈を許すことで、より経済的な設計が行なえる可能性は、実務設計上、少ないと考えてよいと判断される。

7. まとめ

柱の全体座屈と局部座屈の連成強度をモデル解析により求めた。このモデル解析では、柱としての全体座屈現象の解析に、弾性梁-柱の理論解を用いながらも、“等価初期たわみ”という概念を導入することにより、実際の鋼柱の残留応力や初期偏心、初期たわみの影響を評価に組み込み、全体座屈に及ぼす局部座屈の影響は、板の座屈後の有効幅を用いた有効断面によって考慮した。

実験値とモデル解析による連成強度の比較を行なうことにより、本解析により、柱の局部座屈と全体座屈の連成強度が工学的に十分な精度で安全側に求められることを実証した。

モデル解析による連成強度と道路橋示方書及び AISC の連成強度式による強度との比較を行なった。この中で、モデル解析に最も近かったのは AISC によるものであったが、この場合でも弾塑性座屈する領域（細長比 $\lambda_g = 0.5-1.0$ ）ではかなり相違があった。現行の道路橋示方書の連成強度は、幅厚比が大きくなるとモデル解析の $1/2$ 程度にまでなった。このように現行の示方書の連成強度式はあまりにも安全側の強度を与える可能性がある。

モデル解析により求めた耐荷力曲線をもとに、設計式を提案した。しかし、設計式として実用に供し得るには、若干の精度を犠牲にしても、さらに簡単な表現に帰着させることが必要とされよう。

提案した設計式をもとに、正方形箱形断面柱の最適設計を行なうことにより、局部座屈の発生を許した設計が経済的な設計につながるかどうかを検討した。これより、局部座屈を許した方がより経済的な設計が行なえる領域はあるものの、この領域では全体座屈に対する強度が $0.7\sigma_y$ 以下であり、さらに最適幅厚比

からの幅厚比の変化に対する連成強度の低下が非常に小さいことを考えると、実際の鋼柱の設計において、局部座屈を許すことでより経済的な設計が行なえる可能性は、実務設計上、少ないと考えてよいと判断される。

謝辞：本研究は文部省科学研究費による研究の一部として行なわれたものである。ここに記して感謝する。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説、1980年2月。
- 2) AISC: Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings, American Institute of Steel Construction, 1980.
- 3) AISI: Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members, American Iron and Steel Institute, 1968.
- 4) Hasegawa, A. and Nisino F.: Strength Evaluation and Optimality of Compression Members with Local Buckling, Preliminary Report of the Third International Colloquium on Stability of Metal Structures, Paris, France, November 1983, pp. 185-192.
- 5) Jacques Rondal and Rene Maquoi: Single Equation for SSRC Column-Strength Curves, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.105, No.ST1, January, 1979.
- 6) 宇佐美勉・福本嘯士：鋼圧縮部材の連成強度実験と有効幅理論による解析、土木学会論文報告集、第326号、1982年10月、pp. 41—50.
- 7) 安保秀範・沢田浩一・長谷川彰夫・西野文雄：局部座屈と全体座屈の相関を考慮した柱の強度、変形特性、土木学会第39会年次学術講演会講演概要集、1984年。
- 8) B.G. Johnston ed.: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd Ed. John Wiley and Sons, 1976.
- 9) 宇佐美勉・福本嘯士・青木徹彦：溶接箱形断面柱の局部座屈と全体座屈の連成強度に関する実験的研究、土木学会論文報告集、第308号、1981年4月、pp. 47—58.