

(42) 薄層法による地中点加振解を用いた境界要素法

—根入れを有する剛構造物への適用—

○ 長谷川 正幸*1 中井 正一*1
福和 伸夫*1 田村 哲郎*2

1 序

近年、地盤-構造物系の動的相互作用問題に対する境界要素法の適用が各方面で試みられている。しかしながら、境界要素法による解法では対象とする問題に即した基本解が必要であり、たとえば地盤の成層性を考慮した解析を行う場合には、成層地盤の地中点加振解が要求される。このような解を解析的に求めることは可能であり、既にいくつかの研究が報告されているが、層の数が増大するにつれてその計算量は膨大になることが予想され、実用的には未だ困難な点も残されていると言えよう。

このような背景を踏まえ、著者らは先に、薄層法¹⁾による2次元点加振解と境界要素法を用いて、より効率的に成層地盤上剛構造物の応答を解析する手法を提案した²⁾。本論文では、高次の内挿関数を用いた薄層要素の導入、歪成分のスプライン補間による応力の計算、いわゆる面外ダッシュボットの導入などを新たに提案し、成層地盤に根入れのある剛構造物への適用を試みる。

薄層法を用いた境界要素法を従来の手法と比較すれば、一般の成層地盤の場合においても、計算時間が一様地盤の場合と全く同じであることが大きな特徴である。

2 解析方法

2.1 解析方法の概要

本論文では、成層地盤鉛直下方よりSV波が入射する問題を対象とするが、この解析は図-1に示すような、いわゆるサブストラクチャー法に基づいている。著者らはこのアプローチにおける加振問題に対して、薄層法による点加振解をグリーン関数として用い、境界要素法を適用した。この点加振解を境界要素法の基本解として利用する以外は、従来の方法³⁾と基本的に同じである。このように、図-1に示した4つのステップに対し境界要素法と薄層法を用いることで、成層構造を有する地盤に根入れのある構造物の応答計算が可能となる。

なお、図-2に示す剛構造物と成層地盤の境界における境界要素は一定要素とした。

2.2 薄層法による成層地盤の点加振解

成層地盤の数学モデルを図-3に示す。薄層法を用いるにあたり、成層地盤に対して次の仮定を設ける。

- (i) 地盤は水平方向に均質な弾性成層地盤とし、計算精度の要求に応じて適当に薄層分割する。
- (ii) この成層地盤の下方に半無限地盤を模擬す

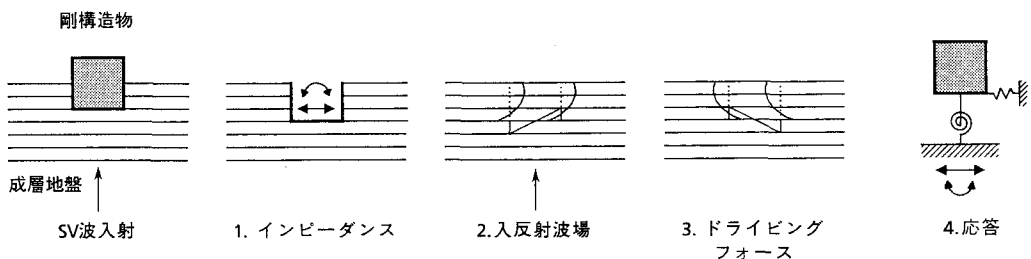


図-1 サブストラクチャー法

*1 清水建設(株)大崎研究室

*2 東京工業大学

る場合はダッシュポットを設ける。

- (iii) 解析にあたり、各層の水平方向には解析的な解を満足させ、深さ方向には2次の内挿関数を用いて有限要素法を適用する。
- (iv) 2次元成層地盤の面外方向への半無限性を表現する場合には、ダッシュポット(S波のみ吸収)を設ける。

点加振解誘導のための手順は次の通りである。

- (i) 地盤を座標原点に対し左右兩地盤に分割し、各側方境界における波動逸散条件を地盤の動的剛性マトリックスとして求める。
- (ii) この側方境界における変位と応力の連続条件を考慮して両者を接続し、側方境界線上の節点変位分布について解く。
- (iii) 任意の層境界及び層中心における変位、応力は座標原点からの距離の関数とし、モーダルアナリシスを適用する。

以上の手順の基で得られる点加振解を、例えば図-4に示すような、第 m 層中心に円振動数 ω なる周期的な点加振力 $(P_x, P_z)e^{i\omega t}$ が作用したときの第 l 層中心の $x=r$ に生ずる変位 $(u_x, u_z)e^{i\omega t}$ に対して示せば、次のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P_x \\ P_z \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$V_{11} = \sum_{j=1}^{4N} X_{2lj} q_{xj} e^{-ik_j z}, V_{12} = \sum_{j=1}^{4N} X_{2lj} q_{zj} e^{-ik_j z}$$

$$V_{21} = \sum_{j=1}^{4N} Z_{2lj} q_{xj} e^{-ik_j z}, V_{22} = \sum_{j=1}^{4N} Z_{2lj} q_{zj} e^{-ik_j z}$$

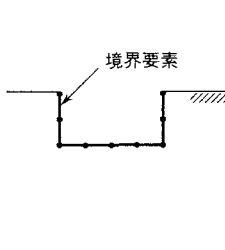


図-2 境界要素分割

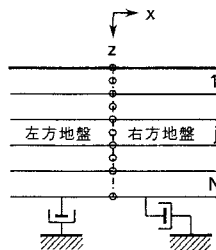


図-3 成層地盤モデル

また、応力 $(\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz})e^{i\omega t}$ も同様な形で書ける。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \\ W_{31} & W_{32} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P_x \\ P_z \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$W_{1n} = -i(\lambda + 2G) \sum_{j=1}^{4N} X_{2lj} q_{xj} e^{-ik_j z} - \frac{\lambda}{H} \sum_{j=1}^{4N} (Z_{2l+1j} - Z_{2l+1j})$$

$$W_{2n} = -i(\lambda + 2G) \sum_{j=1}^{4N} X_{2lj} q_{zj} e^{-ik_j z} - \frac{\lambda}{H} \sum_{j=1}^{4N} (Z_{2l+1j} - Z_{2l+1j})$$

$$W_{3n} = -i(\lambda + 2G) \sum_{j=1}^{4N} X_{2lj} q_{xj} e^{-ik_j z} - \frac{\lambda}{H} \sum_{j=1}^{4N} (Z_{2l+1j} - Z_{2l+1j})$$

$$q_j = \begin{cases} q_{xj} & \dots n=1 \\ q_{zj} & \dots n=2 \end{cases}$$

ここに、 k_j 、 (X_{2lj}, Z_{2lj}) は以下に示す成層地盤の支配方程式の固有値 $(-\pi < \arg k \leq 0)$ 及び相当する固有ベクトル $(\{X_j\}^T, \{Z_j\}^T)$ の第 $2l$ 成分である。

$$(k^2 A_x - [E_x])(X) - ik[B](Z) = \{0\}$$

$$ik[B]^T(X) + (k^2 A_z + [E_z])(Z) = \{0\} \quad (3)$$

$$[E_x] = [G_x] + i\alpha[C] - \omega^2[M]$$

$$[E_z] = [G_z] + i\alpha[C] - \omega^2[M]$$

$$[B] = [D_x] - [D_z]^T$$

(3)式の各マトリックスは、次に示す各層要素マトリックスを図-5のように重ね合わせることで得られる。

$$[A_x]^e = \frac{\lambda + 2G}{30} H \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, [A_z]^e = \frac{G}{3} H \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[G_x]^e = \frac{G}{3H} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & 8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix}, [G_z]^e = \frac{\lambda + 2G}{3H} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & 8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix}$$

$$[C]^e = \frac{\eta}{30} H \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, [M]^e = \frac{\rho}{3} H \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[D_x]^e = \frac{\lambda}{6} \begin{bmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 4 & 0 & -4 \\ -1 & 4 & -3 \end{bmatrix}, [D_z]^e = \frac{G}{6} \begin{bmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 4 & 0 & -4 \\ -1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

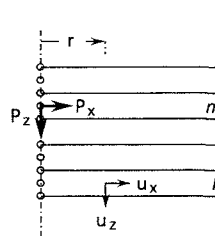


図-4 加振点と受振点

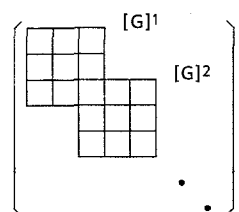


図-5 $[G]$ マトリックスの重ね合わせ

ここに、 λ 、 G は弾性定数(地盤の内部減衰を含めて複素数)、 ρ は単位体積質量、 H は層厚、 $\eta(=2\rho V_s/L)$ は擬似3次元効果を表す速度比例型粘性減衰係数、 L は2次元地盤の奥行幅厚である。なお、最下層をグッシュボットでモデル化する場合、

$$[G_x]^e = i\omega \rho V_s \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, [G_z]^e = i\omega \rho V_p \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

とすればよい。

また、(1)、(2)式の q_{xj} 、 q_{zj} は次のように求めることができる。

$$q_{xj} = [V]^{-1}([R] + [L])^{-1}\{Q_x\}$$

$$q_{zj} = [V]^{-1}([R] + [L])^{-1}\{Q_z\}$$

ここに、 $[V]$ は(3)式を解いて得られる固有ベクトル $(\{X_j\}^T, \{Z_j\}^T)^T$ を1次より4N次まで並べたモードマトリックス、 $[R]$ ($[L]$)は右(左)方地盤の側方境界における動的剛性マトリックスであり、 $[R]$ について示せば次のようになる。

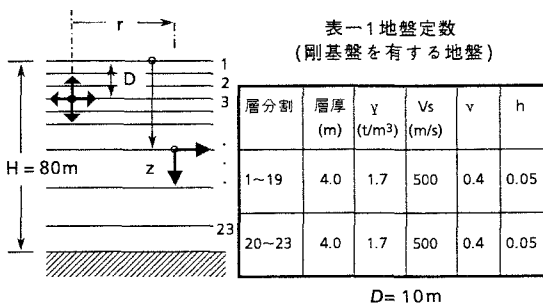
$$[R] = [A][V][k_j][V]^{-1} + [D]$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_x] \\ [A_z] \end{bmatrix}, [D] = \begin{bmatrix} [D_x] \\ [D_z] \end{bmatrix}$$

$\{Q_x\}$ 、 $\{Q_z\}$ は左右両地盤の側方境界上の節点に作用する外力ベクトルであり、第 i 成分は次のように表すことができる。

$$Q_{xi} = \begin{cases} P_x & \dots i=2m \\ 0 & \dots i \neq 2m \end{cases}, Q_{zi} = \begin{cases} P_z & \dots i=2m \\ 0 & \dots i \neq 2m \end{cases}$$

なお、層中心以外の任意点での応力は、(2)式の単純な計算では十分な精度が得られないため、以下の計算においては、歪み成分をスプライン補間することにより応力を求めている。



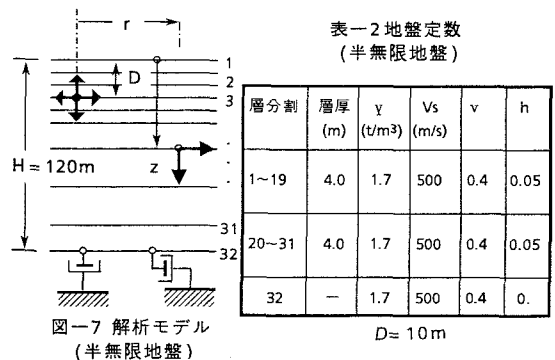
図一6 解析モデル (剛基盤を有する地盤)

3 点加振解の精度の検討

まず最初に、一種の近似解である薄層法の精度の検討を行う。ここでは、剛基盤を有する一様地盤と半無限地盤における地中点加振解の、変位と応力について解析解との比較を行った。

解析モデルを図一6、7に、その地盤定数と層分割を表一1、2に示す。なお、表中の h は地盤の内部減衰を示す。また、解析結果の変位関数を図一8、応力関数を図一9に示す。これらは、地表面下10mの位置に単位の点加振力が水平または上下に作用したとき、任意層境界の $x=r$ における変位および応力成分を実部と虚部に分けて図示したものである。各図の横軸は無次元距離 $\omega r/V_s$ 、また、縦軸は無次元深さ z/D (D は加振深さ)である。なお、変位の値は πG で、応力の値は π でそれぞれ規準化されている。

薄層法により得られた結果を解析解と比較すると、変位、応力ともに良い一致を示すことが分かる。しかしながら加振点近傍では、特に応力成分の精度にばらつきが見られる。このことは本来、加振点における解が解析的には発散するのに対して、本手法の場合には有限値を持つことに起因しているものと思われる。すなわち、本手法においては、変位のみが直接求められ、応力はその数値微分に基づいて計算しなくてはならず、加振点近傍における場の急激な変化に追従できないものと考えられる。

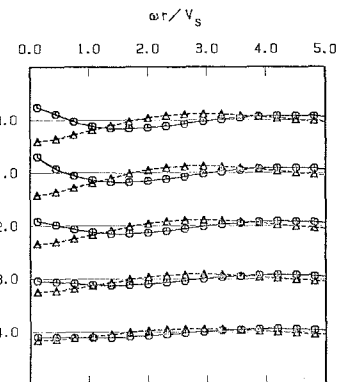
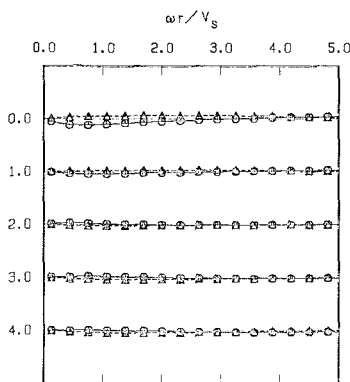
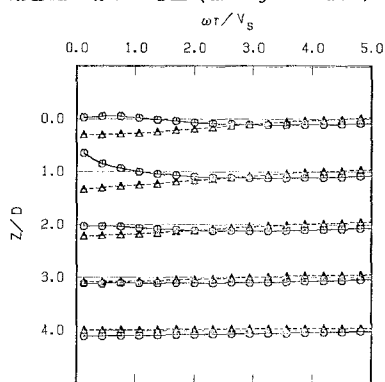


図一7 解析モデル (半無限地盤)

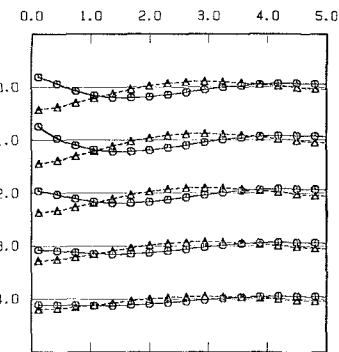
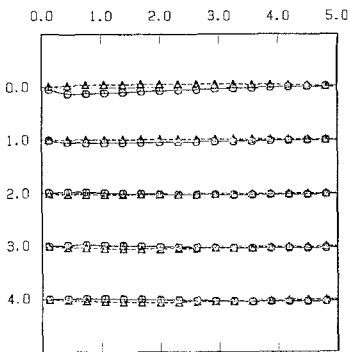
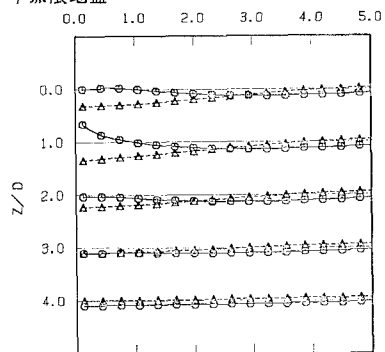
剛基盤を有する地盤 ($\omega H/V_S=5$ の場合)

—— 解析解(実部) - - - - 解析解(虚部)

○ 薄層解(実部) △ 薄層解(虚部)



半無限地盤



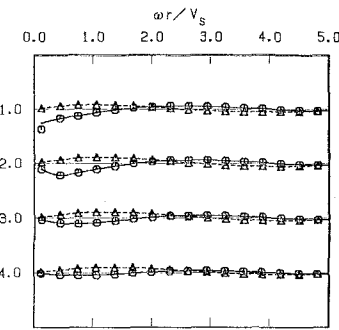
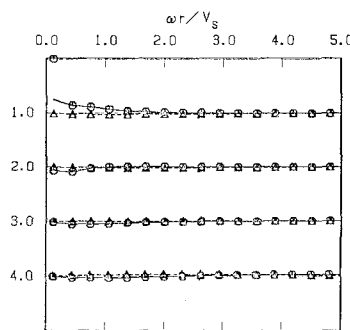
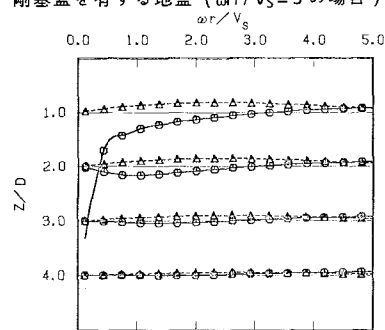
(a) 水平加振時の水平変位

(b) 水平加振時の上下変位

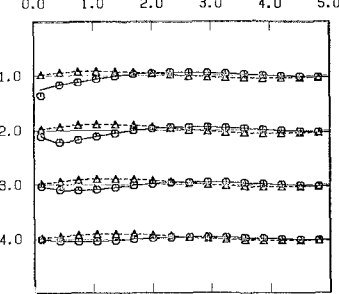
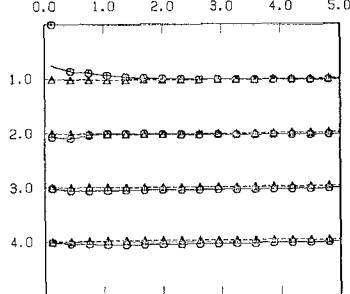
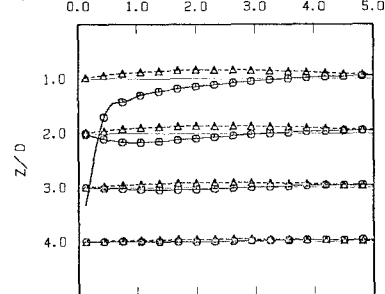
(c) 上下加振時の上下変位

剛基盤を有する地盤 ($\omega H/V_S=5$ の場合)

図-8 変位関数 (規準化)



半無限地盤



(a) 水平加振時の応力 σ_x

(b) 水平加振時の応力 σ_z

(c) 上下加振時の応力 τ_{xz}

図-9 応力関数 (規準化)

4 解析結果および考察

4.1 精度の検討

基本解として近似解である薄層解を用いることによる誤差の影響を検討するため、厳密解としての基本解が得られている問題を取り上げ、精度の検討を行った。

解析対象は剛基盤を有する一様地盤、半無限地盤および擬似3次元半無限地盤の3種類とし、それぞれ根入れのある剛構造物に鉛直下方よりSV波が入射する問題を考えた。3ケース共に、根入れ深さ D_F に対する基礎半幅 B の比は0.5とし、境界は30要素に等分割した。また、剛基盤を有する一様地盤および半無限地盤の地盤定数、層分割はそれぞれ前節で用いた地盤モデルと同一である。

解析結果を図10～12に示す。各図の(a)には解析モデルとその諸元を、(b)には剛基礎のインピーダンスを水平(K_{HH})、回転(K_{RR})、上下(K_{VV})の各項について示し、(c)には自由地盤地表面に対する構造物重心の応答を伝達関数としてそれぞれ示した。また、インピーダンスおよび伝達関数は振動数の関数として図示してある。

前節で述べた加振解の精度の検討結果からも予想されるとおり、図10～12における結果はそれぞれ良い一致を示しており、薄層法による点加振解は実用上十分な精度を有することが分かる。ただ、さらに詳細な検討を加えれば、下部に剛基盤を有するモデルではその近似度が非常に高いのに対して、半無限地盤モデルの場合には若干精度が落ちる傾向がある。これは地盤の半無限性を表現するためにモデル下部に設けたダッシュポットが、基礎からの逸散波を完全に吸収しきれないことに起因していると考えられる。この傾向を擬似3次元地盤モデルについてみると、モデル下部のダッシュポットの影響は振動数が高くなるに従い、面外への波動逸散効果に

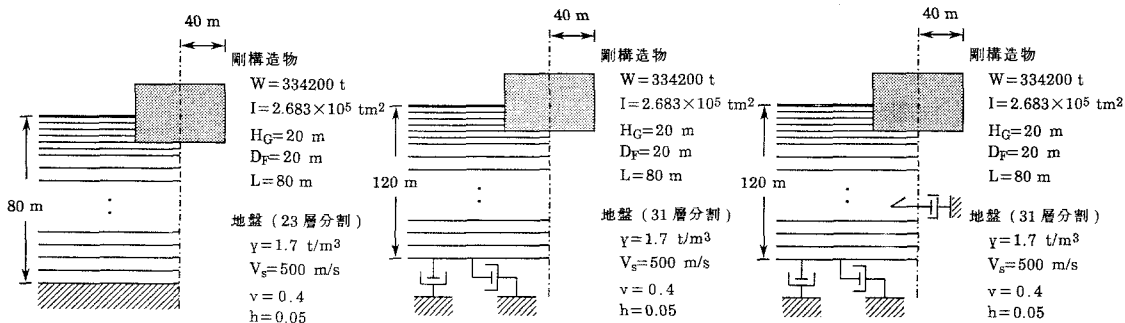
より低減されることが分かる。このことから2次元薄層法に取り入れた面外ダッシュポットの有効性が確認されたと言える。

4.2 多層地盤に根入れのある構造物の動特性

本手法の応用例として2層地盤を考え、先の精度の検討で扱った問題と同様、鉛直下方よりSV波が入射する問題に対して解析を行った。解析対象である2層地盤については、基盤に対する表層の V_s 比が0.5の場合のみを扱った。解析は基礎半幅 B に対する表層厚 H の比をパラメータとし、 $H/B=1, 2, \infty$ の3ケースについて比較することにより、多層地盤に根入れのある構造物の動特性を検討した。

解析結果を図13に示す。(a)には解析モデルとその諸元を、(b)には剛基礎のインピーダンスを、(c)には構造物重心における応答をそれぞれ示した。なお、境界要素分割および地盤の層分割は、前項の半無限地盤モデルと同一とした。

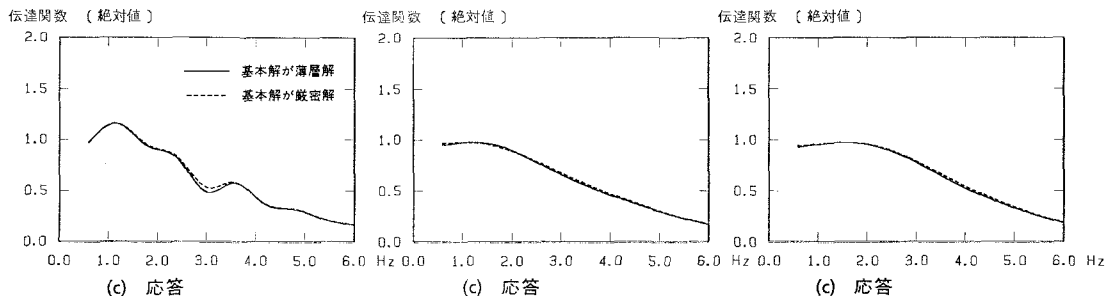
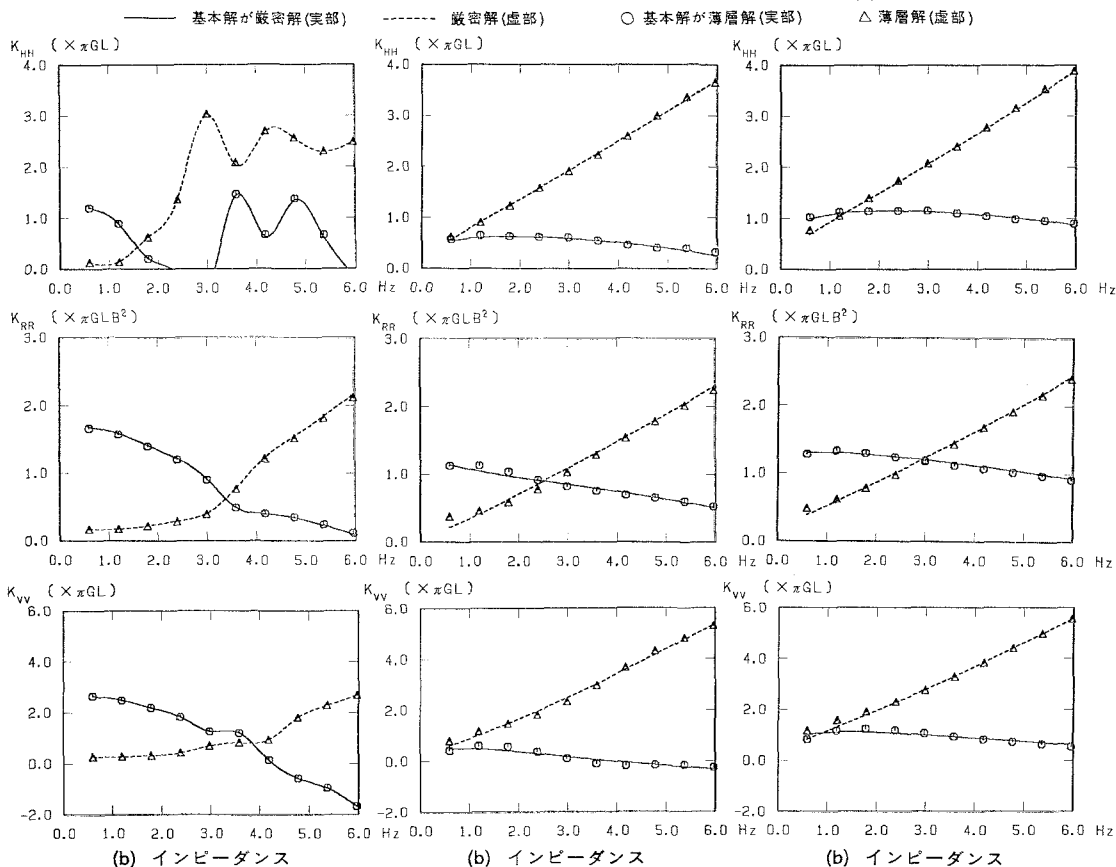
これらの結果を表層厚との関係で見ると、インピーダンスについては H/B が小さくなるに従い、実部は増大し虚部は減少する傾向がある。これは、成層構造を有するために現れる、層境界における反射・屈折の影響と考えられる。すなわち、 H/B が小さくなると表層厚が薄くなることに相当するから、実部は基盤における反射波の影響を大きく受けて増大し、虚部は逸散効果が低減され、見掛けの減衰が小さくなることによる現象と考えられよう。さらにこのことを応答について見てみると、 H/B が小さくなるに従い、応答のピーク値は増大し、層境界の反射・屈折による影響が構造物の応答に対しても現れることを示している。このような簡単なスタディからも推測できるように、成層構造を有する地盤を単純な地盤モデルに置換して解析することは、構造物の応答という観点から見れば、危険側の選択になり得るということを示唆していると言える。



(a) 解析モデル

(a) 解析モデル

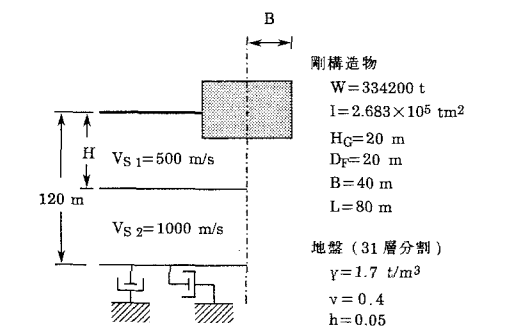
(a) 解析モデル



図一10 剛基盤を有する地盤の場合

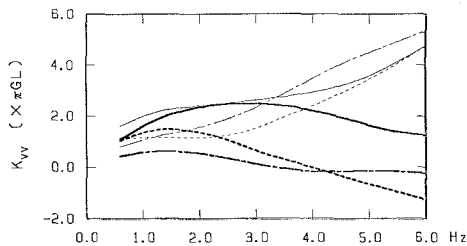
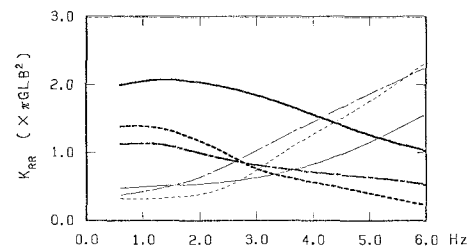
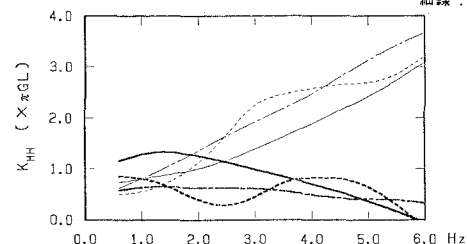
図一11 半無限地盤の場合

図一12 擬似3次元半無限地盤の場合

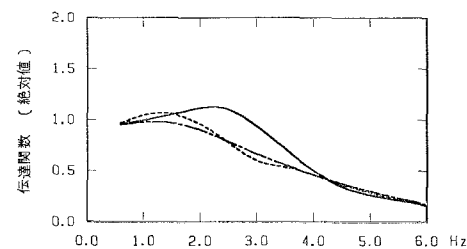


(a) 解析モデル

— $H/B=1$ - - - $H/B=2$ - - - $H/B=\infty$
 太線: 実部 細線: 虚部



(b) インピーダンス



(c) 応答

図-13 2層地盤の場合

5 まとめ

成層地盤に根入れのある構造物の動特性を究明するため、薄層法により得られる成層地盤のグリーン関数を用いて表現される境界要素法について示し、本解析手法の妥当性について点加振解の精度も併せ検討した。また、この手法を用いた成層地盤に対する応用例として、2層地盤に根入れのある剛構造物に鉛直下方よりSV波が入射する問題を扱い、構造物の動特性について検討を加えた。

結論として次の点が指摘できる。

- (i) 薄層法による点加振解は解析解と良い一致を示し、この点加振解を基本解として用いた境界要素法による解析結果も良い対応を示すことから、本解析手法の妥当性が確認された。
- (ii) 成層構造を有する地盤を解析対象とする場合には、その成層性をモデル化に含めて解析することは重要なことである。本解析手法はこの成層性を容易にモデル化に取り入れることが可能であり、しかも演算時間についてはモデル化の制約をまったく受けないことから、実用的には有効な手法であると思われる。

謝辞: 本研究を行うにあたり御指導、御鞭撻を賜った田治見宏博士に感謝いたします。また、多大な御協力を頂いた小柳義雄氏はじめ清水建設(株)の諸氏に感謝します。

参考文献

- 1) 田治見、下村「3次元薄層要素による構造物—地盤系の動的解析」日本建築学会論文報告集、第243号、昭和51年5月
- 2) 長谷川、中井、福和「薄層法による2次元点加振解の誘導とその応用(その1、その2)」日本建築学会大会、昭和58年9月
- 3) 中井、福和「擬似3次元効果を考慮した二次元剛基礎の動的性状(その1、その2)」日本建築学会関東支部研究報告集、昭和57年
- 4) Nakai, S., et al., "Approximate Three-Dimensional Analysis of Embedded Structures," Proc. 8th WCEE, 1984 (Submitted)

DYNAMIC ANALYSES OF SOIL-STRUCTURE INTERACTION
BY BOUNDARY ELEMENT METHOD INVOLVING POINT LOAD SOLUTIONS
IN THE ELASTIC THIN LAYERED MEDIUM

M. Hasegawa *1
S. Nakai *1
N. Fukuwa *1
T. Tamura *2

In general the soil-structure interaction has considerable influence on the dynamic response of massive structures. Recently considerable efforts have been devoted to this problem by usage of the boundary element method. On applying this method to multilayered medium, point load solutions for this system may be required. Though the analytical method can give the exact solution, its numerical procedure seems to be little practical. From this point of view, we already have developed the boundary element method involving the closed form solution by the thin layer method for the structure on the multilayered medium.

In this paper, a study is extended to the case of an embedded structure with wide development of the previous method, assuming a quadratic variation of displacements over the depth of an individual thin layer element and adding the viscous dashpots to account for wave propagation in the third direction.

The response analyses described here are based on the substructure technique. To calculate the dynamic response of the embedded structure by this approach, we use the boundary element method involving Green's functions of the elastic multilayered medium by the thin layer method.

In order to verify the development presented, we investigated the accuracy of displacement function, impedance function and transfer function against the free field surface response of an embedded structure in a halfspace, an approximate three-dimensional halfspace or a uniform medium resting on a rigid rock. It was found that these results were in good agreement with those by the analytical method.

As a conclusion, the accuracy of this method was verified, and that this method can be applied to the structure in the multilayered soil. It seems that this method is effective to the dynamic soil-structure interaction analyses for multilayered system from the point of computation time.

*1 Ohsaki Research Institute, Shimizu Construction Co., Ltd.

*2 Tokyo Institute of Technology