

(36) 骨組の弾塑性破壊解析 — 臨界構造解析法の架構への応用 —

河村 章*

1. 序

本研究は、骨組構造物を剛体バネヒンジにモデル化し、バネヒンジ部分を更に離散化する、構造物の弾塑性破壊解析法を提示するものである。

構造物の極限安全性を解明する為には、構造物の破壊過程と破壊そのものの力学的意味を明確にしなければならない。その障壁は、材料の不連続性と非線形性、構造体の幾何学的非線形性、そして、解の非唯一性である。現在の材料破壊力学、連続体の力学、有限要素法等は、深層のマクロな弾塑性破壊過程の解析には不適である。

筆者提唱の臨界構造解析法は、材料の力学特性の急変点に着眼し、大胆な区分線形化、離散化を施す、構造部材又は断面レベルの弾塑性破壊解析法である。その基本的な考え方の妥当性は、既に実験事実によっても確かめられている⁽⁵⁾。本研究は、更に、本手法の一般骨組架構への拡大適用を試みると共に、破壊のメカニズムとその確率性に考察を加えようとするものである。

2. 実験事実

Figs.1,2 は、実験的に得た鉄筋コンクリート及び筋違付H形鋼鉄骨単位ラーメンの終局性状である⁽⁶⁾⁽⁷⁾。載荷条件は、柱に終局耐力の $\frac{1}{3}$ の定軸圧を加えつつ、対角線方向の繰返し荷重を加えたものである。

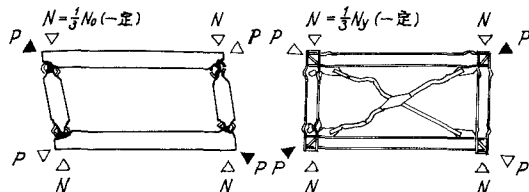


Fig.1 鉄筋コンクリートラーメンの終局破壊性状⁽⁶⁾

Fig.2 筋違付鉄骨ラーメンの終局破壊性状⁽⁷⁾

鉄筋コンクリートラーメンの柱頭柱脚では、コンクリートが崩落し鉄筋は座屈・破断している。筋違付鉄骨ラーメンでは、柱頭柱脚フランジ・ウェブでの局部座屈・局部破断、筋違中央部及び端部、ガセットプレート等での局部破断が生じている。

このような終局性状には、次の如き特色あるいは問題点が含まれている。

- (1) 破壊は部材一部に集中的に生じる。
- (2) 破壊域は部材成程度の領域を有する。
- (3) 軸力と撓みによる付加曲げモーメントの影響を無視できない。
- (4) コンクリートや鉄骨は、局部的には材料破壊点を越えた状態に到っている。

供試体は、実構造物の約 $\frac{1}{2}$ スケールを有するが、その弾塑性破壊性状は線材と面材、材料破壊と構造破壊の、各々両者の混合した性質を表わしている。Figs.3,4は、コンクリートシリ

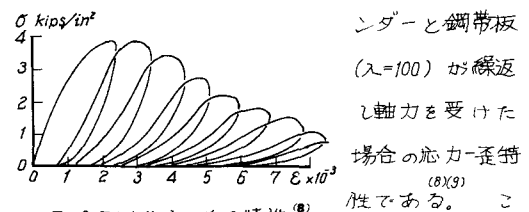


Fig.3 コンクリートの σ - ϵ 特性⁽⁸⁾

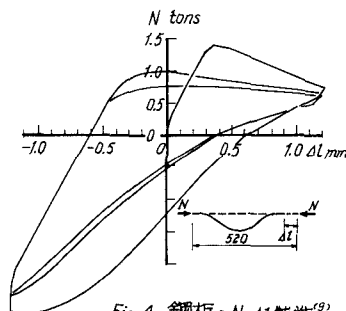


Fig.4 鋼板の N - ΔL 特性⁽⁹⁾

ンダーと鋼帯板 ($\lambda=100$) が繰返し軸力を受けた場合の応力-歪特性である。このような材料の耐力と剛性の劣化性(負勾配)や履歴性を、架構の弾塑性破壊解析上無視できないのも大きな特色である。

* 神戸大学・工学部

3. 仮定

3-1 骨組の剛体バネヒンジモデル化

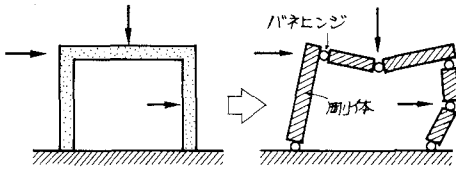


Fig. 5 骨組(ラーメン)の剛体・バネヒンジモデル化

本稿では主としてラーメン架構の骨組を対象とし、Fig. 5の如くバネヒンジで連結された剛体に理想化する。バネヒンジは、Figs. 1, 2の如く変形や破壊を集中的に生じる部分であり、外力の作用点、節点、支時点等に設定する。本モデルでは、バネヒンジは弾性から破壊迄の一切の変形を行なうが、弾性、準弾性域において変形を過小評価することになるが、解析の主眼点を塑性破壊域に置くことにすれば、その誤差は塑性化と共に相対的に減少し、逆に定性的メリット(簡明性、一貫性、終局状態への近似性)は増大する。⁽¹⁰⁾⁽⁶⁾

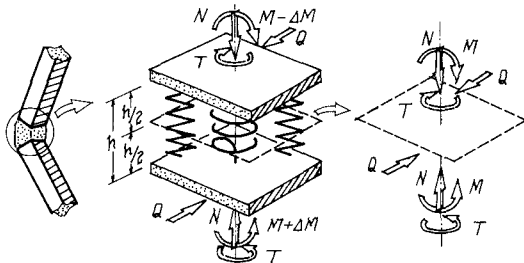


Fig. 6 バネヒンジモデルと断面力 Fig. 7 バネヒンジ中面の断面力

Fig. 6はバネヒンジを拡大したもので、上下の剛体端面には、部材の断面力、 N (軸力)、 M (曲げモーメント)、 Q (剪断力)、 T (捩りモーメント)が図心軸に宛て作用している。バネヒンジの高さは部材長さにとり充分小さいものとする。バネヒンジ中面に、Fig. 7の如く断面力 M, N, Q, T が表裏に対となって作用しており、これらを以てバネヒンジに作用する断面力と見做すことができる。

断面力 N, M, Q, T の方向に対し、バネヒンジ

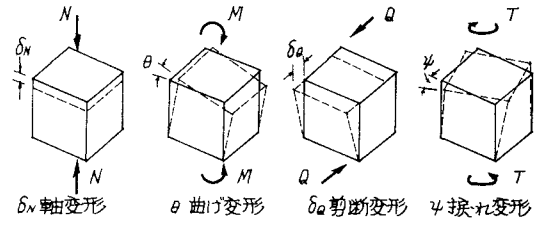


Fig. 8 バネヒンジの変形

上下端面の相対的な変位、 $\delta_N, \theta, \delta_a, \psi$ がFig. 8の如く生じ、これらを以てバネヒンジの変形と考える。又、バネヒンジ内部の軸(高さ)方向において、歪の分布は一樣とする。

3-2 バネヒンジの線形化(単位線形系)⁽²⁾

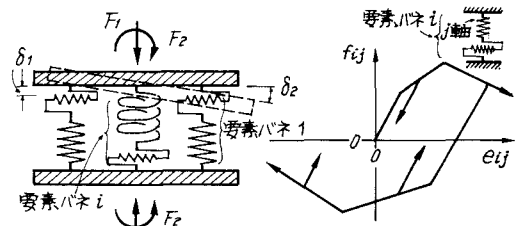


Fig. 9 線形化バネヒンジ

Fig. 10 i 要素バネ j 軸方向
多折線履歴劣化型力-変形特性

Fig. 9はFig. 6のバネヒンジを簡略化して描いたもので、バネヒンジが離散的な要素バネの集合体であることを示す。各要素バネは、バネヒンジの上下剛体端面に直接連結されている。断面力は $F_1 \sim F_n$ の n 々、従って、変形も $\delta_1 \sim \delta_n$ の n 々 各々独立に存在する。要素バネは m 々 存在し、 i 要素バネの j 軸方向では、Fig. 10の如く多折線履歴劣化型の力-変形特性を有するものとする。要素バネは一般に L 軸状態にあると考えれば、上記の n, m, L について以下の大小関係が存在する。

$$m \geq n \geq L \quad (1)$$

又、 i 要素バネの力-変形特性も、一般に、

$$\dot{e}_i \in E_i: f_i = k_i \dot{e}_i \quad (2)$$

で与えられる。但し、 $\dot{f}_i, \dot{e}_i$ は f_i, e_i の増分

を意味し、 E_i は線形増分領域を表わす。 f_i, e_i は l_i 次元の列ベクトル、 k_i は $(l_i \times l_i)$ 行列となる。

一方、Fig. 9の離散化モデルから、バネヒンジにおける釣合条件と適合条件は次式の如く与えられる。

$$F = Af \quad (3), \quad e = A^T \delta \quad (4)$$

但し、 F, δ は n 次元の列ベクトル、 f, e は $\sum l_i$ 次元の列ベクトル、 A は係数マトリックス、 A^T は転置行列である。

バネヒンジとして線形増分で表わせば、

$$\dot{\delta} \in D : \dot{F} = A k A^T \dot{\delta} = K \dot{\delta} \quad (5)$$

が導かれる。但し、 k は $\sum l_i \times \sum l_i$ 行列、 K は $n \times n$ 行列である。 D は δ の線形増分領域であるが、 $e_i \in E_i, e = A^T \delta$ より与えられる。

以上でバネヒンジ特性が、材料特性も含めて線形化されたことになる。

4. 臨界構造解析⁽¹⁾⁽²⁾

筆者が従来提唱して来た臨界構造解析というのは、バネヒンジ部分の弾塑性破壊挙動を、要素バネ(材料)の臨界点(f - e 特性の折点)を媒介として解析する手法である。以下に概要を示そう。

今、簡単のためFig. 11の如き2つの要素バネからなるバネヒンジを考え、断面力 N, M が作用し、変形 δ, θ が生じているものとする。各要素バネは、共にFig. 12の力-変形関係を有しているものとする。(従って、 $m=n=2, l=1$)

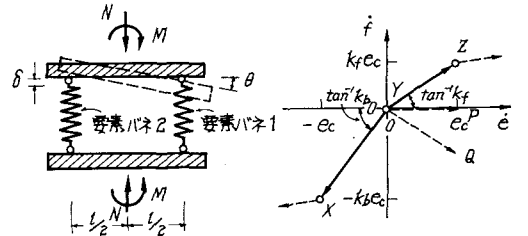


Fig. 11 NM バネヒンジモデル Fig. 12 バネ要素の力-変形特性

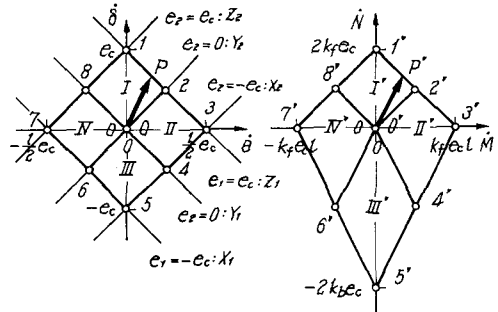


Fig. 13 変形平面特性 Fig. 14 断面力平面特性

変形 δ, θ 、断面力 N, M は平面を形成し、Fig. 12のバネ要素の臨界点によってFigs. 13, 14の如く境界付けられる。変形平面の領域I~IVは断面力平面の領域I'~IV'に式(5)の K によって変換される。臨界構造解析とはこのように変形と断面力の空間特性を解明することである。片方に入力ベクトルを与え他方から出力ベクトルを求める従来の静的応答解析も当然含まれる。Figs. 13, 14の座標軸を入力条件によっては入れ換えることも可能で、その場合でも両者間の変換関係は簡単に求まる。

Fig. 12の如く、要素バネの力-変形特性が、 $e \leq 0$ 共に正の剛性を有する場合は、Figs. 13, 14の変形と断面力の変換関係は一対一対応を有し、解の唯一性が成立する。座標軸を交換しても唯一性は保持される。しかし、Fig. 10の仮定にすれば、Fig. 12での剛性が破壊 OP, OQ の如く零又は負の場合もあり得るので、領域によっては、 $|K| \leq 0$ となることもある。 $n=2$ における一般的な場合を图示したのがFigs. 15, 16である。この場合でも、入力ベクトルを変形平面にとれば

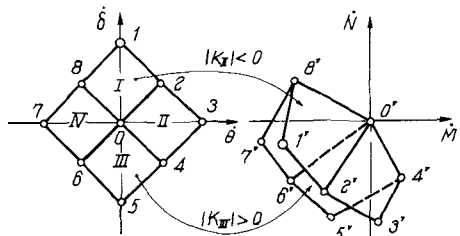


Fig. 15 変形平面特性 Fig. 16 断面力平面特性

出力ベクトルは断面力平面に唯一的に与えられるが、入力ベクトルを断面力平面にとると、出力ベクトルは唯一的には決まらない。変形と断面力の成分を混合させた一般的な入出力空間を設定すると、解の唯一性は一般的にも成立しなくなる。

この解の非唯一性の問題の解決には、新たな原理の導入を必要とするので第6章にて論じる。

5. 骨組解析への応用⁽³⁾

5-1 骨組の外力-変位関係

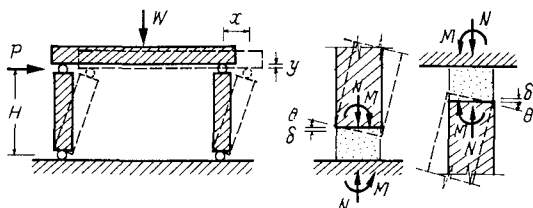


Fig. 17 剛体バネヒンジ門型ラーメン Fig. 18 柱頭柱脚バネヒンジ

今、簡単のため例としてFig. 17の如き柱頭柱脚にバネヒンジを生じる門型ラーメンを考えよう。外力 W, P が図のように作用するとして、変位 y, x が生じるものとする。(梁は剛体とし、 W の作用点でのバネヒンジの発生はないものとする。) バネヒンジはFig. 18の如く N, M の断面力の下で δ, θ を生じる同一条件下にあるものとする。力の釣合い条件と変形の適合条件は以下の如くなる。

$$\begin{Bmatrix} W \\ P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -\frac{2x}{H-y} & \frac{4}{H-y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = A_F \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} \delta \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{x}{4H} \\ 0 & \frac{1}{H-y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ x \end{Bmatrix} = B_F \begin{Bmatrix} y \\ x \end{Bmatrix} \quad (7)$$

(幾何学的非線形性を考慮に入れるが、高次の微小項は無視する)

バネヒンジについては、式(5)を原点に關する形に表現し直すと、 C を定数列ベクトルとして、

$$\delta \in D : F = K\delta + C \quad (8)$$

で表わされる。式(6)~(8)より骨組の外力-変位関係は次式で表わされる。

$$\begin{Bmatrix} W \\ P \end{Bmatrix} = A_F K B_F \begin{Bmatrix} y \\ x \end{Bmatrix} + A_F C \quad (9)$$

$$\therefore F_F = K_H \delta_F + C_H \quad (9)$$

但し、 F_F, δ_F は骨組の外力系と変位系、 K_H, C_H はバネヒンジと骨組の固有の関係から決まる係数マトリックスと定数列ベクトルである。バネヒンジの場合と異なり、架構の幾何学的非線形性を考慮に入れたので、 K_H, δ_H は δ_F の関数となる。

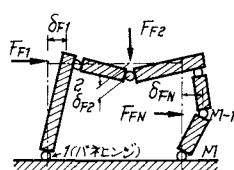


Fig. 19 剛体バネヒンジ骨組の外力と変形

式(9)をより一般化する

と、Fig. 19の如き外力 N, M 、バネヒンジが M, N 存在する場合には、

$$F_F = \left(\sum_i K_{Hi} \right) \delta_F + \sum_i C_{Hi} \quad (10)$$

となる。但し、 δ_F の有効領域は、

$$\delta_F \in D_F \subseteq (D_{H1} \cap \dots \cap D_{Hi} \cap \dots \cap D_{HM}) \quad (11)$$

で与えられる。ここに、 D_{Hi} はバネヒンジ i の線形領域に対応する δ_F の有効領域(適合条件より求まる)である。

5-2. 幾何学的非線形の線形近似化

結論から言えば、式(11)を、現時点を含んで $(N+1)$ 々の頂点を有する超多面体を選び、各頂点において式(11)の F_F, δ_F と一致するように、

$$F_F = \bar{K}_H \delta_F + \bar{C}_H \quad (12)$$

の如く線形化すればよい。頂点の数 $(N+1)$ は

$$N+1 = \frac{N^2 + N}{N} = \frac{K_H \text{の要素の数} + \bar{C}_H \text{の要素の数}}{\text{一頂点における条件式の数}} \quad (13)$$

により与えられる。

例として、 $N=2$ の場合について示せば、Figs. 20, 21の如くなる。バネヒンジ特性は線形化されていても、フレームとしては、 δ_F, F_F 平面共に、同図の如く曲線で区切られ、かつ、両者の

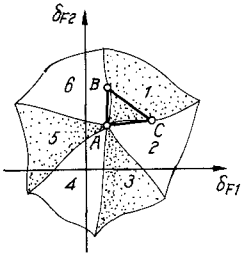


Fig. 20 剛体バネシブ組の
変形空間特性

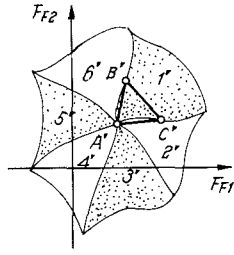


Fig. 21 剛体バネシブ組の
外力空間特性

対応関係も非線形である。そこで現時点 A と B, C の 3 点 (= $N+1=2+1$) を視覚的に無理のない範囲内で δ_F 平面上に設定し、式 (10) により A', B', C' を F_F 平面上にも定める。この 24 の 3 角形の変換関係は、式 (12) の形で容易に線形化される。何故なら、未知数の数は K_H の要素数 2×2 , $\bar{C}_H$ の次元数 2 の和で 64, 条件式は各頂点で 2 式ずつだから 3 頂点で 6 式与えられ、両者の数が一致するからである。同様の近似化を他の領域についても行なえば、結局、全ての δ_F の進行方向に対して、バネシブ組の Figs. 13, 14 と同様の平面特性が得られることになる。

上述の視覚的近似はマイマイ印象を与えるが、実は、22 に本解析法の最も大きな特色がある。即ち、近似化の精度、力学的物理的意味を常に口味し続けることが可能なのである。特に注意しなくてはならないのは、過度の幾何学的非線形性により、Figs. 20, 21 の Figs. 15, 16 より、解の唯一性が成立しなくなる場合である。所謂、弾塑性変形がこの場合に相当する。

5-3 区分線形動的入力を受ける場合⁽⁴⁾

簡単のため Fig. 22 の如く Fig. 17 と同様の 4 点バネシブ組型ラーメンが、水平と垂直方向に $\ddot{x}_0, \ddot{y}_0$ の地動加速度を受ける場合について考えて見よう。そして $\ddot{x}_0, \ddot{y}_0$ は Fig. 23 の如く、時刻 t に対して区分

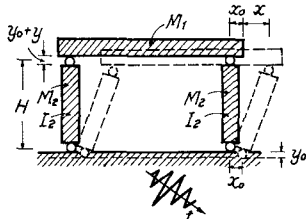


Fig. 22 動的作用を受ける剛体
バネシブ組

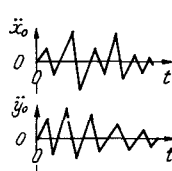


Fig. 23 区分線形動的地動

的に線形を有するものと仮定する。

Fig. 16 の静的な外力 W, P は、次のように表わされる。

$$-W = (M_1 + M_2)(\ddot{y} \cdot \ddot{y}_0) \quad (14)$$

$$-P = M_1(\ddot{x} + \ddot{x}_0) + 2M_2\left(\frac{\ddot{x} + \ddot{x}_0}{2}\right) + 2I_2 \frac{\ddot{x}}{H} \quad (15)$$

但し、柱頭柱脚バネシブ組の同等性を保持するため、柱材の M_2 の W への効果を平均的に考慮する。マトリックス表示すれば次式となる。

$$\begin{Bmatrix} -W \\ -P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 + M_2 + \frac{2I_2}{H} & 0 \\ 0 & M_1 + M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_1 + M_2 & 0 \\ 0 & M_1 + M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

又、Fig. 23 の地動の線形化より、

$$t \in T: \begin{bmatrix} M_1 + M_2 & 0 \\ 0 & M_1 + M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} = -\alpha t + \beta \quad (17)$$

(但し、 T は線形領域、 α, β は定数列ベクトル)

とあけるから、式 (16) を使って、最終的に次式の運動方程式の形に集約できる。

$$M\ddot{\delta}_F + \bar{K}_H\delta_F + \bar{C}_H = \alpha t + \beta \quad (18)$$

但し、 M は質量マトリックスである。

式 (18) は、一般に、剛体バネシブ組モデルが地動に限らず区分線形動的入力を受け、幾何学的にも線形近似化された場合の運動方程式で、 N 元連立 2 階線形常微分方程式である。

Figs. 24, 25 は、動的作用ベクトルを外力空間 F_F に、出力ベクトルを変位空間 δ_F に列として書いたものであるが、出力ベクトルは微分方程式

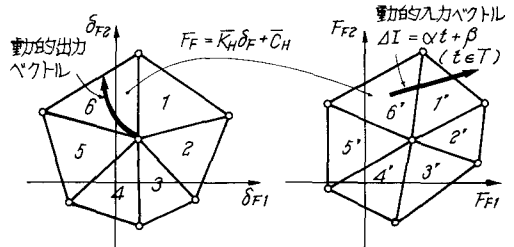


Fig. 24 骨組の変位空間における
動的作用ベクトル

Fig. 25 骨組の外力空間における
動的作用ベクトル

の解であるから、直線にはならない。又、変換マトリックス K_H の $|K_H|$ が全ての領域で正であれば、解は唯一的に求まることになる。

しかし、Figs. 15, 16 と同様に、 $|K_H| \leq 0$ の領域が存在すると、解の非唯一性の問題が生じる。

6. 解の非唯一性と確率性⁽³⁾

6-1 エネルギー確率比例仮説

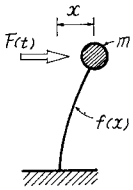


Fig. 26 動的外力を受ける一質点振動子

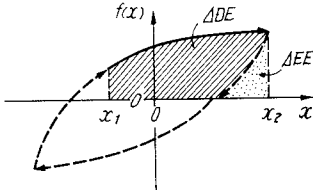


Fig. 27 一質点振動子の復元力特性

Fig. 26 の一質点振動子に強制外力 $F(t)$ が作用すると、運動方程式は式(19)の如くなり、両辺を変位 x ($x_1 \sim x_2$) で積分して式(20)を得る。

$$m\ddot{x} + f(x) = F(t) \quad (19)$$

$$\left[\frac{1}{2} m \dot{x}^2 \right]_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} F(t) dx \quad (20)$$

$$\Delta KE + \Delta EE + \Delta DE = \Delta IE \quad (21)$$

式(20) 左辺第一項は運動エネルギー増分 ΔKE 、第二項は Fig. 16 より弾性歪エネルギー増分 ΔEE と消散エネルギー増分 ΔDE の和であり、右辺は入力エネルギー増分 ΔIE である。

ここで、熱力学的絶想を導入し、(1)系には不可逆的にエネルギーが流入していること、(2)マクロに見ればエントロピーが増大すること、(3)エントロピーは確率と等価であること、から式(21)のエネルギーと確率が比例するという「エネルギー確率比例仮説」を設定しよう。そうすれば、解の唯一性が成立しない分岐点においても、 ΔIE に按方比例する確率を有する解が与えられる。更に、運動状態として、マクロよりミクロな方へというエネルギー変換に方向性があるので、 ΔIE が等しい時

は、 $\Delta EE + \Delta DE$ 、更には、 $\Delta EE + \Delta DE$ が等しい時は、 ΔDE によって解の確率が与えられることになる。尚、 Δ は何か共通の基準量の微小変化に対する増分をとればよい。

6-2 静的解析の場合

先ず静的応答の場合を対象にすれば、式(8)で $\Delta KE = 0$ となり、Fig. 16 の ΔEE と ΔDE のみを考えればよい。骨組に作用する外力は、一般に、外力で与えられるので、解の唯一性が成立しない場合は、 $\dot{F}_F$ 空間に入力ベクトル ΔF_F を与えると、出力ベクトルが $\dot{F}_F$ 空間中に ΔF_F が複数々存在することになる。(Figs. 28, 29 参照)

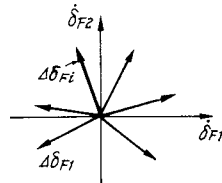


Fig. 28 変位空間における複数解ベクトル

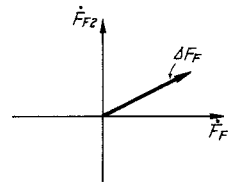


Fig. 29 外力空間における入力ベクトル

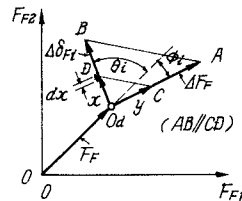


Fig. 30 変位解ベクトルの選択

次に、 F_F の原点からの座標系を復元すれば Fig. 30 の如くなり、分岐点 O_d を始端として、

Figs. 28, 29 の ΔF_F , $\Delta \delta F_i$ と Fig. 30 の ΔF_F , $\Delta \delta F_i$ を結び足せば、入力エネルギー増分 ΔIE は式(22)で与えられ、従って入力ベクトル ΔF_F に対する選抜は式(23)の如くなり、これが解 δF_i の生起確率 p_i に比例するわけである。

$$\Delta IE = \int_{O_d}^B (F_F + y) dx \quad (22)$$

$$\therefore \frac{d\Delta IE}{d\Delta F_F} = \frac{|\Delta \delta F_i|}{|\Delta F_F|} |F_F| \cos \theta_i \propto p_i \quad (23)$$

式(23)の p_i が等しい場合は、 k_{11} 「ネーシング」の j 要素バネの $f_j - e_j$ 漸増が Fig. 31 の如く与えられ、 ΔF_F により Δe_j だけ進行するものとすれば、

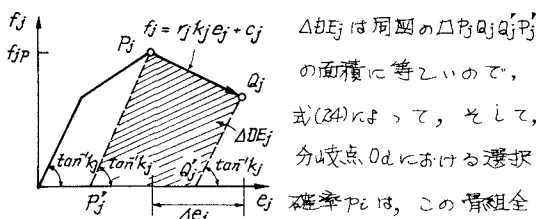


Fig. 31 1要素jの消散エネルギー増分 全体に対する総和に比例する量として、式(25)で与えられる。

$$\Delta E_j = \frac{1}{2} (2f_j p_j + f_j k_j \Delta E_j) (1 - f_j) \Delta E_j \quad (24)$$

$$\frac{1}{k} \left(\frac{d \Delta E_j}{d f_j} \right)_{f_j=0} = \frac{1}{k} \left(\frac{d \Delta E_j}{d f_j} \right)_{f_j=0} \propto p_i \quad (25)$$

6-3 動的解析の場合

式(18), Figs. 24, 25 に準拠して考えよう。ある線形区分境界点で計算を再開始する場合、 δ_F の初速度 $\dot{\delta}_F$ が、(1)全ての成分について零でない、(2)一つ以上の成分が零である、の二通りの場合が存在する。前者の場合は、初速度が与えられると、Fig. 24 中 δ_F の進行方向も決定されるので、解は唯一的に求まる。後者の場合は解の唯一性が保証されないためエネルギー比例仮説による必要がある。 $\Delta E + \Delta E_j$ は式(22)の ΔE を用いてよい。但し、式(23) では ΔF_i として $t \in T: \Delta I = \alpha t + \beta$ を、 $\frac{d \Delta F_i}{d t}$ の代りに $\frac{d \Delta F_i}{d \Delta I} \big|_{\Delta I=0}$ を用いる。 ΔE による確率は式(25)で与えられるが、 $\frac{d \Delta E_j}{d f_j}$ の代りに $\frac{d \Delta E_j}{d \Delta I} \big|_{\Delta I=0}$ を用いる。 $\Delta K E$ については、 $\dot{\delta}_{Foi} \neq 0$ の方向成分 i についての $\frac{d \Delta K E}{d \Delta I} \big|_{\Delta I=0}$ を求めておく必要がある、次の如く求まる。

$$\Delta K E = \sum \frac{1}{2} M_i \dot{\delta}_{Foi}^2 \quad (26), \quad \frac{d \Delta I}{d t} = \alpha \quad (27)$$

$$\therefore \frac{d \Delta K E}{d \Delta I} \big|_{\Delta I=0} = \sum M_i \dot{\delta}_{Foi} \ddot{\delta}_{Foi} / \alpha \quad (29)$$

以上より分岐点における $\frac{d \Delta E}{d \Delta I} \big|_{\Delta I=0}$ が与えられる。

7. 破壊とは？

叙上の解析によれば、「破壊」が次の如く明確に定義される。

静的解析においては、入力ベクトルの設定さ

れた処に領域が定義されず存在しない場合、解も存在せず(実際は加速度運動で釣合おくとする)破壊と考えられる。 $|\bar{K}|=0$ の領域で入力を与えられると等速で Flow することもあるので、これを破壊と看做することもできる。

動的解析の場合は、一つ以上の変形成分において解のベクトルが、境界線のない方向に無限に、 $\ddot{\delta}_F \geq 0$ で変形が進行し続ける場合を以て破壊と考えてよい。

8. 結

本報では、従来の臨界構造解析法の応用として、剛体バネモデルにモデル化した骨組架構について、材料非線形性、幾何学的非線形性を線形近似化する、静的、動的な弾塑性破壊解析法を提示した。本誌によれば、要素の劣化特性又は部材の過渡の幾何学的非線形性により解の唯一性が崩れること、「エネルギー比例仮説」を導入すれば解が確率的に得られること、そして最後に破壊も明確に定義されること、等が明らかにになった。

謝辞：本研究では、御指導頂いた神大教授山田博士と、御討議頂いた同助手谷明敷君に厚く御礼申し上げます。

参考文献

- (1)河村康：臨界構造解析序説、日本建築学会、近畿支部研究、構造系、第22号、557.6, pp. 357~360.
- (2)河村康：7自由度要素からなるMultilinear系の荷重変形解析における解の唯一性、第32回応用力学論文発表会、557.10, pp. 213~214.
- (3)河村康：臨界構造解析における材料・幾何学的非線形性の影響、日本建築学会、近畿支部研究、第23号、558.6, pp. 441~444.
- (4)河村康：臨界構造解析における動的応答の一般的解法及び解の確率的存在性、日本建築学会、大会要旨集、558.9, pp. 2325~2326.
- (5)山田稔編著：鉄筋コンクリート構造物の震害安全性、技報堂出版、S51.8.
- (6)Yomoda, M., Kawamura, H., Kondoh, K.: Elasto-plastic Cyclic Horizontal Sway Behaviours of Reinforced Concrete Unit Rigid Frames Subjected to Constant Vertical Loads, Prel. Rep. IABSE Sympo. Lisboa, 1973, pp. 199~204.
- (7)山田稔、文三、武田耕作：軸圧を受ける鉄筋コンクリート部材の弾塑性変形性状に関する研究(IX)、日本建築学会、近畿支部研究、552.5, pp. 313~316.
- (8)Sinha, B. P., Gerstle, K. H., Tulin, L. G.: Stress-Strain Relationships for Concrete Under Cyclic Loading, Journal ACI, Vol. 61, No. 2, Feb. 1964, pp. 195~211.
- (9)山田稔、文三、武田和久：繰返し荷重を受ける鉄筋コンクリート部材の弾塑性変形性状に関する研究(II)、日本建築学会、近畿支部研究、546.5, pp. 175~178.
- (10)山田稔、河村康：軸圧を受ける鉄筋コンクリート部材の弾塑性変形性状に関する研究(IV)、日本建築学会、論報、No. 223, pp. 17~25, S49.9.

ELASTO-PLASTIC AND FRACTURE ANALYSIS OF FRAME STRUCTURES
- Application of the Critical State Analysis to Frames -

Hiroshi KAWAMURA*

In order to evaluate the safety against the ultimate state of structures the physical meanings of fracture processes and fracture itself of them should be made clear. For this purpose, in this paper, an elasto-plastic and fracture analysis method of frame structures is presented.

In this analysis, frames are idealized as rigid sticks connected with each other by spring hinges composed of discrete spring elements with partially linear force - deformation relationships. The force - deformation characteristics from elastic state to fracture of such spring hinges are able to be analyzed by the "Critical State Analysis" method already proposed by the Author. In this method mutual transformation relationships between the force and deformation spaces are analyzed (See Figs.13-16) and the critical points in mechanical characteristics of spring elements play main rolls in these spaces. The main subject of this paper is to apply this method to frame analysis. Geometric nonlinearity in frame analysis is overcome by linear approximation in the external force space and the displacement one of frame structures (See Figs.20,21). Thus all the calculation process until fracture is linearized. In this fracture analysis of frame structures not only static external forces but also dynamic inputs are able to be considered.

From the frame analysis proposed here the following things are made clear:

- (1) When some coefficients of rigidity of spring elements in spring hinges have negative signs and/or there are extreme geometric nonlinearities in frames, the uniqueness of solution is affected.
- (2) If the hypothesis that input or dissipated energy is proportional to occurrence probability is introduced according to the second law in thermo dynamics, probabilistic solutions are able to be given.
- (3) Physical meanings of fracture are definitely clarified by the relationships between input and output vectors in the external force and displacement spaces both in static and dynamic analyses.

* Department of Architecture, Faculty of Engineering, Kobe University, Kobe, Japan