

(33) 合成面における相対ずれを考慮した合成ばりの弾塑性解析と

局部変形性状について

棕代 仁朗* ○ 松尾 彰**

1 はじめに 筆者等はこれまで合成ばりの解析を行い、柱はり仕口溶接部の耐震安全性の目安と考えられるはりの端部に生ずるひずみの性状を調べるとともに、その予測方法を示した^{1,2)}しかし同解析においては合成面におけるスラブと鉄骨はりとの相対ずれの効果が考慮されていない。これまで、このずれの効果を考慮した解析法としては N.M.Newmark⁴⁾等、青山等³⁾、平野等⁵⁾の研究がみられる。Newmark 等は中間荷重を受ける単純ばりの微分方程式を導き、弾性域における一般解を求めている。青山等はスタッドで区切られた区間の鉄骨はりを軸力と曲げに抵抗するはり要素、RC スラブを軸力のみ分担するトラス要素とみなし、スタッドの変形を考慮して両者の変形を適合させて弾塑性解析を行っている。また、平野等は二次元有限要素解析法を用いてスタッドを各種ばねに置換して合成ばりの弾塑性解析を行っている。本研究では、これまでに筆者等が用いている合成ばり架構の弾塑性解析方法を改良して、合成面での相対ずれを考慮するとともに、スラブ圧壊以後の解析を初期応力法を適用したより一般的な解析法を示す。そして、若干の解析例により精度のチェックを行うとともに、合成ばり端部ひずみの定性的性状を報告する。

2 解析法の概要 解析に際して次の仮定を行う。

(図-1)

1) RC スラブおよび鉄骨はり内部では平面保持が成立し、同一断面位置での曲率は同じである。
2) コンクリートの応力-ひずみ曲線は図-2のごとく仮定する。ただし、計算時間の短縮をはかるため、応力解放は圧壊の場合にのみ行う。

3) RC スラブと鉄骨との合成はスタッドのみにより行われ、両者間の付着は無視する。

4) 鉄筋はスラブ中心部に集中しているものとするが、デッキプレートの影響は無視する。

次に、はり内部での応力分布を次のごとく仮定する。

$$N = N(\text{const})$$

$$M = M_1(1 - \frac{x}{L}) + M_2 \frac{x}{L} \quad (1)$$

$$C = C_1(1 - \frac{\bar{x}}{L}) + C_2 \frac{\bar{x}}{L} + \frac{\bar{x}}{L}(1 - \frac{\bar{x}}{L})\{C_3 + C_4 \frac{\bar{x}}{L} + C_5(\frac{\bar{x}}{L})^2 + \dots\}$$

ここで、 N, M, C ははり内部任意断面における軸力、曲げモーメント、コンクリートスラブ軸力を示し、 M_1, M_2 ははり境界部における曲げモーメントを示している。初めの2式はこれまでと同じで、軸力が一定、曲げモーメント線形分布を仮定している。また、 C に関する式のうち C_1, C_2 は左右端部でのコンクリートスラブ重心位置でのスラブ軸力を示し、他ははり内部における C の分布に関係した未定係数である。

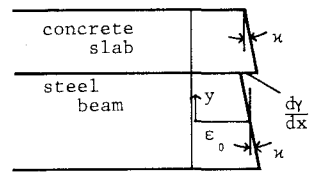


Fig. 1

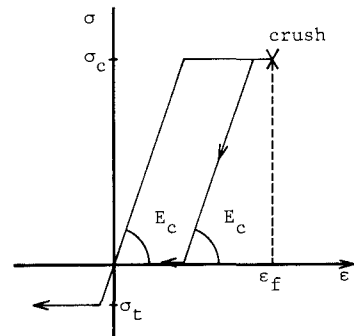


Fig. 2

* 広島大学工学部 教授 工博 ** 同 助手

(1) 式中 x は各軸方向積分点の重心位置の座標であり、 $\bar{x}$ は図-3に示すように x が位置するスタッド区間の左端の座標を示している。これにより、コンクリートスラブ内での軸力分布はスタッド区間内で一定（すなわち、はり内部では階段状に分布している）でその左端での C 値を結ぶときの曲線を上式で仮定したことになる。次に、左端から j 番目のスタッドにより伝達されるせん断力 T_j は次式で与えられる。

$$T_j = C_{j+1} - C_j \quad (2)$$

ここで、 C_j は j 番目のスタッド区間におけるスラブ内軸力を示す。 $\sigma^t = \{N \ M \ C\}$ 、 $S^t = \{N \ M_1 \ M_2 \ C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4 \ \dots \ C_n\}$ とすると (1) (2) 式は (3) 式のごとくマトリックス形で与えることができる。

$$\sigma = L_1 \cdot S, \quad T_j = L_2 \cdot S \quad (3)$$

次に、断面各部のひずみは仮定 1、図-1 より次式となる。

$$\epsilon = \epsilon_0 - y\kappa + \frac{dy}{dx} \quad (4)$$

いま、コンクリート圧壊後に解放する応力を σ_0 とすると、部材断面の特性を次のごとく与えることができる。

$$\sigma = D \cdot \epsilon + \sigma_0 \quad (5)$$

ただし、上式において D は (6) 式で示され $\epsilon^t = \{\epsilon_0 \ \kappa \ \frac{dy}{dx}\}$ 、 $\sigma_0^t = \{N_0 \ M_0 \ C_0\}$ 、 $N_0 = C_0 = \int \sigma_0 dA$ 、 $M_0 = -\int \sigma_0 y dA$ 、 E^* は断面内各位置の材料の接線剛性である。

$$D = \begin{bmatrix} \int E^* dA & -\int E^* y dA & \int E^* dA_c \\ & \int E^* y dA & -\int E^* y dA_c \\ \text{sym.} & & \int E^* dA_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

dA : 断面全体に関する積分

dA_c : スラブのみに関する積分

また、スタッド一本当りのずれ剛性を K_{st} 、その逆数を G とし、(6) 式の逆行列を C とすれば合成ばりのコンプリメンタリーエネルギー B は次のごとく表わすことができる。

$$B = \frac{1}{2} S^t \cdot F \cdot S - S^t \cdot w_0 + \frac{1}{2} \int \sigma_0^t \cdot C \cdot \sigma_0 dx \quad (7)$$

上式で $F = \int L_1^t \cdot C \cdot L_1 dx + \int L_2^t \cdot G \cdot L_2$ 、 $w_0 = \int L_1^t \cdot C \cdot \sigma_0 dx$ である。

F の第 2 項は、各スタッドに関する和となっている。これを、ハイブリッド型 Hellinger-Reissner の原理に代入すると、次式が求められる。

$$\Pi_{PH} = -\frac{1}{2} S^t \cdot F \cdot S + S^t \cdot w_0 + S^t \cdot w + (\text{const}) \quad (8)$$

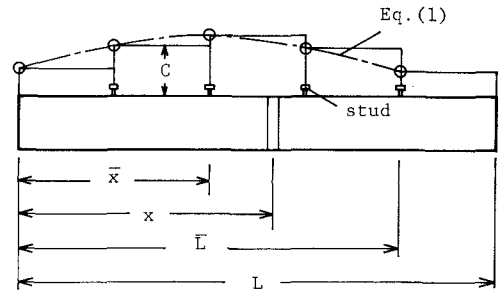


Fig. 3

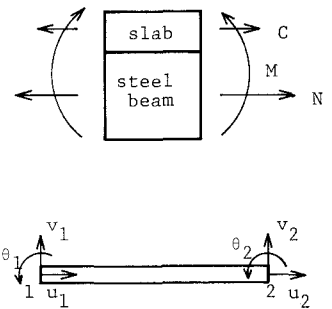


Fig. 4

ここで、応力 N, M, C と節点変位成分 u, v, θ は図-4に示すものを正と定めておくと、 $\mathbf{w}$ は

$$\mathbf{w}^t = \{ u_2 - u_1, -\theta_1 - (v_2 - v_1)/L, \theta_2 + (v_1 - v_2)/L, -\gamma_1, \gamma_2, 0, 0, \dots, 0 \} \quad \text{となる。}$$

$\mathbf{G} = \mathbf{F}^{-1}$ とおき応力に関する停留条件をとれば、変形の適合条件式が次のごとく求められる。

$$\mathbf{S} = \mathbf{G} (\mathbf{w} + \mathbf{w}_0) \quad (9)$$

(1) 式において N, M は正しい応力分布を与えているが、スラブ軸力 C の分布を近似しているの、上式は完全に変形の適合条件を満足している訳ではないが、 C の項数を増加していきスタッド区間数と一致すれば、正解を与えるものと考えられる。ここで、要素内のひずみは次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{C} \cdot \{ \mathbf{L}_1^t \cdot \mathbf{G} \cdot (\mathbf{w} + \mathbf{w}_0) - \boldsymbol{\sigma}_0 \} \quad (10)$$

上式で与えられる変位-ひずみ関係を仮想仕事式に代入し、 $\mathbf{x}$ を端部節点変位成分ベクトルで $\mathbf{x}^t = \{ \gamma_1, u_1, v_1, \theta_1, \gamma_2, u_2, v_2, \theta_2 \}$ と表わし、 $\mathbf{P}$ をそれに対応する節点力ベクトルであるとすれば、次式が求まる。

$$\mathbf{B}^t \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B}^t \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{w}_0 - \mathbf{P} = 0 \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{B}$ は $\mathbf{w} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}$ により $\mathbf{x}$ を $\mathbf{w}$ に変換するマトリックスであり下式で与えられる。上式の第2項は初期応力を解放するのにともなう生じる不釣合力である。(10) 式に関して注意することは、要素中の一部で圧壊が生じ応力を解放する場合、解放する応力による不釣り合い節点力と剛性変化による要素内部での変形の再配分を考慮することが必要であることである。しかし、べき級数等の

あらかじめ設定された変形分布を与える通常の有限要素法では、後者を考慮することができないが、要素内の剛性分布に適合したひずみ分布(10)式を与えることのできる本解析法では、その両者を考慮することができる。

3 解析例 本解析法の精度などを調査することを目的として、鉄骨はり断面として H-382.2×191.1×8.8×13.8 材料特性として表-1に示す条件を採用し、長さ720cmの合成ばりに対称曲げを加えた場合の弾性解析を行った。

その際、合成ばり断面は全長にわたって一定で $B_c = 150\text{cm}$ スラブ厚 $t_c = 10\text{cm}$, $t_d = 5\text{cm}$ 鉄筋面積 $A_w = 0.63\text{cm}^2$ スタッド一本当りの剛性は $K_{st} = 500\text{t/cm}^2$ とした。(図-5) また、スタッドは合成ばり左端から10cmの位置より20cm間隔とし、左右対称となるように23本設定した。図-6は端部にモーメント $M_L = M_R = 1000\text{tcm}$ としたときの(1)式中 C の未定係数の数 N に対する端部回転角の収束状態を示している。ここでは、比較のため Newmark⁽⁴⁾ に従い本解析例におけるスタッド剛性を単位長さ当りに換算して、微

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/L & -1 & 0 & 0 & 1/L & 0 \\ 0 & 0 & 1/L & 0 & 0 & 0 & -1/L & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

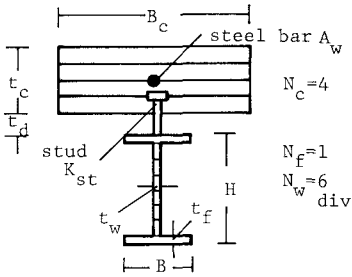


Fig. 5

分方程式の解を求め、図中に実線で示している。 $N=24$ ではスラブ軸力分布を厳密に表わしうるので本数値解析結果は正解と一致するはずであるが、理論値とは、わずかに差がみられる。これは数値解析がスタッド一本ごとにずれ剛性を考えているのに対して、理論値が単位長さ当りのずれ剛性を用いているためであろうと考えられる。いま、 N に対する端部回転角の収束状況をみると、 $N=6$ ですでに厳密解($N=24$)との誤差が1%以内におさまっている。次に、図-7はスラブ軸力分布を比較したものである。 $N=24$ と理論値とはほとんど一致しており、これは $N \geq 10$ でも同様であった。また、 $N=6$ でも比較的よく近似しているようであるが、スタッドの分担せん断力では、 C の勾配となるため誤差の割合がやや大きく現われるものと思われる。このように、弾性域における数値解析では一応 $N=6$ 程度でもかなり十分な精度を与えるものと考えられる。しかし、次の例で示すような弾塑性解析の場合にははりの剛性分布が急激に変化することも考えられるため、ここでは N をスタッド区間数と一致させ解析することとした。

次に、表-1に示す条件に加えスラブ寸法として $B_c=160\text{cm}$, $t_c=5\text{cm}$, $t_d=5\text{cm}$, $A_w=0.63\text{cm}^2$ を採用した図-8に示す一層一スパンラーメンの解析を行い層変形および、鉄骨はり端部フランジの引張ひずみの性状を調査してみた。

ここで、はり鉛直荷重は鉄骨はりのみを考えたときのはり崩壊荷重の0.2倍をとっている。また、表-1のA,Rは鋼のひずみ硬化特性を表わしており文献1に詳述している。本例では、合成はりの有効幅として図-9に示すものを用い、端部スラブ幅として $B_e=30\text{cm}$ を用いている。断面および材軸方向の数値積分分割は図-5、10のごとくとした。解析は表-2に示すように6種類の場合について行った。

表中○印は考慮することを、×印は考慮しないことを示す。またスタッド配置間隔は、20cmと同じであるが、

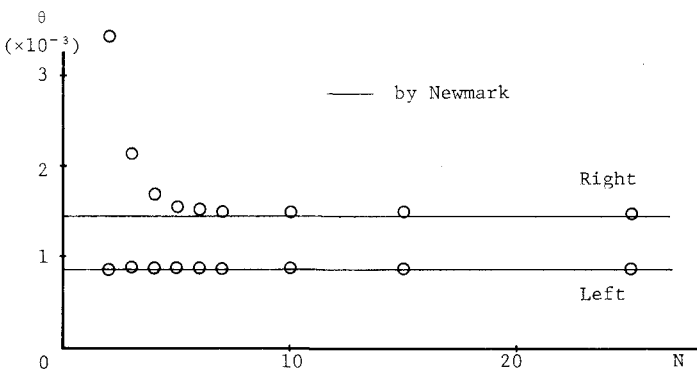


Fig. 6

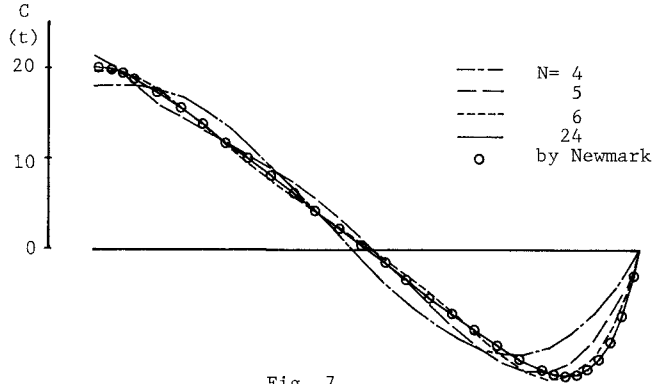


Fig. 7

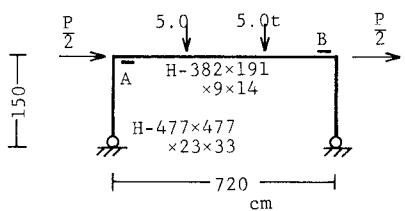


Fig. 8

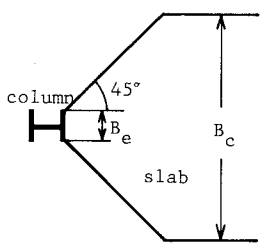


Fig. 9

左端のスタッドが端部より20cm（Aタイプ）の場合と10cm（Bタイプ）の場合の2種類としている。図-11は、荷重（P）と骨組頂部の水平変位関係を示している。ここでは、スタッドのずれ剛性を考慮することにより、その性状がかなり異なってくることがわかる。それは、断面の一体化が低下するので早期に塑性化が生じること、

Table 1

また同一スタッド区間でのスラブ軸力Cは一定であるので最外端に圧壊が生じるとそれより内部では圧壊は生じていないことなどによると考えられる。

また、スタッド剛性を変化させても余り大きな性状の差はみられない。

図-12は荷重（P）と鉄骨はり端部（図-8 A、B点）の引張ひずみを示したものである。スラブ圧壊後の端部ひずみは、スタッドの効果を考慮する場合が、しない場合に対してかなり小さくなることがわかる。これは、スタッドの効果を考慮しない場合、断面の耐力が大きいため応力再配分の量が多いことと、圧壊部と同一のスタッド区間にあるスラブでは、実際には軸力ゼロとなるべきところであるが、それが依然とし

Table 2

	MST1	MST2	MST3	MST4	MST5	MST6
slip	×	×	○	○	○	○
Kst (t/cm)	-	-	500	250	500	250
relaxation of stress	×	○	○	○	○	○
type of stud disposition	-	-	A	A	B	B

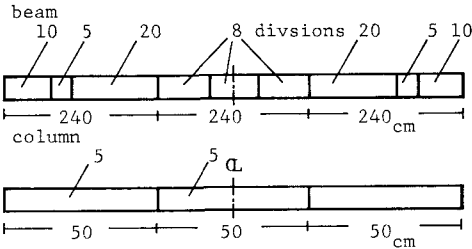


Fig.10

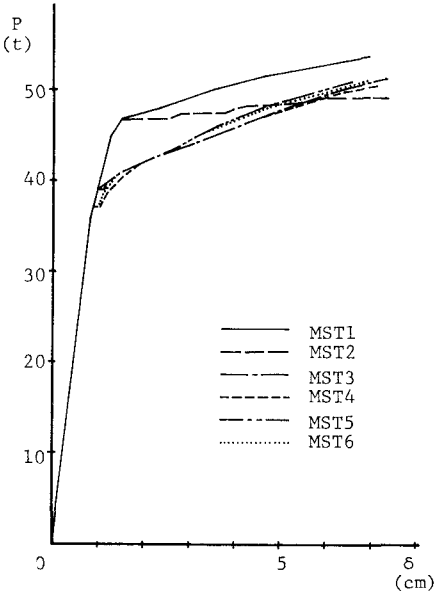


Fig.11

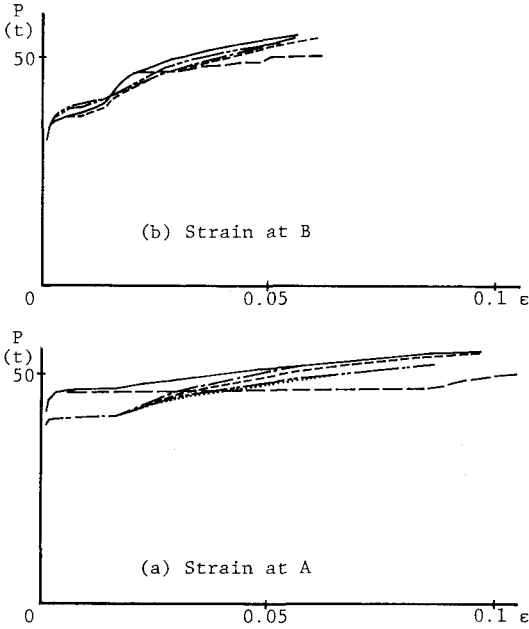


Fig.12

て断面の一部として効いていると考えられるために生じたものであると考えられる。また、端部より等間隔に配置した場合(MST3,4)に比べ、スタッドの配置を変えてはり端部により近い位置に配置した場合(MST5,6)では、正モーメント側のはり左端ひずみがかなり大きくなっている。しかも、同一荷重における骨組頂部水平変位は後者が小さくなっているため、同一層変形に対するはり端ひずみはかなり大きいものになることがわかる。また、いずれの場合も、スタッド剛性を変化させてみると、MST3,4でははり端部のひずみ性状に対してやや差がみられたが、MST5,6では余り大きな差はみられなかった。

4 まとめ 本報告では合成ばりの解析において、鉄骨はりとスラブとの相対ずれを考慮するとともに、コンクリートスラブ圧壊後の解析を一般的に行えるように初期応力法を採用し、その方法を示した。そして、若干の解析例により精度、収束性のチェックを行い良好な結果を得るとともに、相対ずれの効果とスラブ圧壊が共に考慮された場合の骨組層変形やはり端ひずみ性状のちがいを定性的に調べた。本論文における解析は、広島大学情報処理センター HITAC M-200H により行った。最後に、本研究を遂行するにあたり、貴重な御助言をいただいた広島大学助手 近藤一夫博士に感謝致します。また、データ整理、図表の作成に協力していただいた技官 下川久義氏に感謝致します。

参考文献

- 1 椋代, 松尾: 床スラブを考慮した鋼構造骨組の解析と激震時における応答性状について
第29回構造工学シンポジウム 昭和58年2月
- 2 椋代, 松尾: 床スラブを考慮した鋼構造骨組の解析とはり端ひずみ性状について
日本建築学会大会学術講演梗概集 昭和58年9月
- 3 李, 岡田, 青山, 関: スタッドのせん断ずれを考慮した合成ばりの弾塑性解析 その1, 2, 3
同上 昭和48年10月, 昭和49年10月
- 4 N.M.Newmark, C.P.Siess, I.M.Viest: Test and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction
Proc. of the Society for Experimental Stress Analysis, Vol.IX, No.1, 1951
- 5 平野, 石川: 有限要素法による合成ばりの弾塑性解析
第2回電子計算機シンポジウム論文集 昭和55年3月

A Study on the Plastic Analysis of Composite Beams
with Incomplete Interaction and Strain of the Flange
at the End of the Beam

YOSHIRO MUKUDAI* and AKIRA MATSUO*

The effects of an imperfect connection between the two elements of a composite beam and the relaxation of stress caused by crush of concrete slab are considered in the elastic-plastic analysis of frames which is based on the hybrid type Hellinger-Reissner's Principle. After static analyses of a composite beam and a portal frame following conclusions are obtained :

1) With small number of unknown coefficients proposed analysis gives good approximation to the rigid solution.

2) Imperfect connection between the two elements of a composite beam gives smaller strain at the end of the beam than the rigid and continuous connection. Strain of the flange at the of the beam depends upon the type of disposition of studs within the plastic hinge.