

## (31) 構造物の健全度評価へのファジィ数量化理論の応用

京都大学工学部 白石成人

京都大学工学部 古田均

京都大学大学院 ○橋本光行

### 1. まえがき

現在、橋梁の老朽化あるいは大型自動車交通量の増加に伴い、橋梁構造物の維持・管理・補修あるいは補強が重要な課題となりつつある。そのために構造物の適切な健全度評価手法の確立が望まれているが、橋梁構造物の安全性あるいは健全度をいかに評価するかという問題に対しては、いまだに方法論を含めて未解明な点が多く残されており、その経済・社会的重要性にもかかわらず、技術者の知識や経験に頼らざるを得なかった。この理由としては、以下に示す健全度評価問題の特徴が挙げられる。

- (1) 健全度に影響する要因は極めて多数であり、さらにそれらの要因は相互に影響を及ぼしあい、複雑な関係にある。
- (2) 施工の段階に含まれる不確実性などの定量化しにくい要因も少なくない。
- (3) 公共構造物は単品生産であり、統計的解析が容易でない。

すなわち、有用なデータの不足もあるが、健全度が多岐にわたる数多くの定量化しにくい要因をもとに総合的な形で評価されなければならず、単純な力学モデルでは適確な判定を下すことが困難であるためである。

以上のようなことから、筆者ら<sup>1)</sup>は前回の報告で数量化理論第Ⅱ類の構造健全度の評価への適用を試みた。この数量化理論は健全度に影響を及ぼす様々な特性の異なる要因（例えば荷重条件、地盤条件、環境条件等）を総合的にしかも定量的な形で評価できるという利点を持ち、従来のチェックリストなどに基づく簡便な健全度評価法からすれば一つの進歩であった。しかしながら、健全度評価の目的が健全度のランク分けにあるにも拘らず、そのランク分けに直接関わる外的基準が計算に不可欠であること、あるいは各アイテムのカテゴリー化が明確に出来ないこと、あるいはさらに外的基準のカテゴリー化も困難であるという問題点があった。

本研究では、この様なカテゴリー化に関する問題点を解決することを目的とし、従来のような明確なカテゴリー化ではなく各カテゴリーをファジィ集合ととらえ、その分類をファジィ理論を用いて行うことを試みるものである。構造物の損傷度を明確に判断することは非常に困難であり、その場合ファジィ集合の考え方方が有効であるという報告がなされている。<sup>2)～5)</sup> ここでは特にファジィ集合の考え方と数量化理論とを組み合わせることにより、より健全度評価の実状に即した方法論を開発する。まず2.では、ファジィ数量化理論の基本的な概念及び計算方法を示し、3.では計算を行うためのファジィデータの作成方法について述べ、4.では実際の橋梁に準拠したデータを用いて数値計算を行い、本方法の有用性について考察を加える。最後に5.では、本研究で得られた結論を述べ、本方法の実用上の注意点及び問題点を挙げ、今後の課題を明らかにする。

## 2. ファジィ数量化理論の構造健全度評価への応用<sup>6)</sup>

本研究では、健全度評価を行うために数量化理論の内、特に第Ⅱ類に注目する。この数量化理論第Ⅱ類は、質的データの判別・予測分析のための方法論である。すなわち、外的基準が分類(グループ)で与えられているとき、同じ外的基準に属するケースは相互に近い値を、異なるグループに属するケースは互いに離れた値をとるように、一組の定性的変数を総合化した判別得点を求める方法である。この場合、判別効果の測度として相関比を考え、これが最大となるように個々の変数のカテゴリーを数量化する。このとき判別のためのケース得点  $y(x_\alpha)$  は通常線形関数で与えられる。<sup>7)</sup>

$$y(x_\alpha) = \sum_{i=1}^K \sum_{k=1}^{l_i} a_{ik} \delta_{ik}(x_\alpha) \quad (\alpha = 1, 2, \dots, n) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ただし、  
 $\delta_{ik}(x_\alpha) = \begin{cases} 1 & \cdots x_\alpha \text{がアイテム } i \text{ のカテゴリー } k \text{ に反応するとき} \\ 0 & \cdots x_\alpha \text{が反応しないとき} \end{cases}$

ここに、 $K$  は総アイテム数、 $l_i$  はアイテム  $i$  におけるカテゴリー数、 $n$  は全サンプル数である。

本研究では、このカテゴリー化に関するあいまいさを考慮するために、 $\delta(x_\alpha)$  の代わりに [0.1] 上で定義される  $\mu(x_\alpha)$  を考える。 $\mu(x_\alpha)$  の値はアイテム  $i$  のカテゴリー  $k$  への所属度(グレード)を表わす。いまカテゴリーとしてファジィカテゴリー  $A_{ik}$  を考えると、式(1)は以下のように書き表わせる。

$$y(x_\alpha) = \sum_{i=1}^K \sum_{k=1}^{l_i} a_{ik} \mu_{A_{ik}}(x_\alpha) \quad (\alpha = 1, \dots, n) \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

ただし、 $\mu_{A_{ik}}$ ：ファジィカテゴリー  $A_{ik}$  のメンバーシップ関数、 $a_{ik}$ ：ファジィカテゴリー  $A_{ik}$  に対応する実数値。

ここで、ケース得点  $y(x_\alpha)$  による健全度のランク分けを目標とし、各要因のウエイト付け、すなわちカテゴリーウエイト  $a_{ik}$  を外的基準をファジィ化することにより求めることを考える。健全度評価における外的基準は、損傷の程度に関連してその判別を行うものであるが、この判別は完全な破壊(例えば落橋)とは異なり明確な形で行うことは困難である。そこでここでは定性的・直観的な判断を重視して、“非常に健全”、“健全”、“まあ健全”、“危険”、“非常に危険”等の言語により判別することを試みる。<sup>8)</sup>これらの言葉をファジィ集合で規定することにより外的基準のファジィ化を図る。以下に、アイテムのカテゴリー化および外的基準のファジィ化を行ったファジィ数量化理論の概要を参考文献 9)に基づいて説明する。

いま、標準空間  $\Omega$  から  $n$  個の標本  $x_\alpha (\alpha = 1, \dots, n)$  を得たとする。このときファジィ外的基準  $B_r$  のファジィ個数  $N_{B_r}$  はメンバーシップ関数  $\mu_{B_r}(x_\alpha)$  を用いて、

$$N_{B_r} = \sum_{\alpha=1}^n \mu_{B_r}(x_\alpha) \quad (r = 1, \dots, M) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

と定義する。さらに標本空間における全ファジィ個数  $N$  を、

$$N = \sum_{r=1}^M N_{B_r} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

で定義する。標本のとる値を標本の記号  $\alpha$  を用いて表示する。このとき、この  $n$  個の標本のとる値  $x_\alpha (\alpha = 1, \dots, n)$  の  $B_r (r = 1, \dots, M)$  に関するファジィ平均値  $m(B_r)$  とファジィ分散  $\sigma^2(B_r)$  は次のように



を  $a_{jl}$  で偏微分して零とおくことにより、以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^M \sum_{a=1}^n \sum_{i=1}^K \sum_{k=1}^{l_j} \mu_{B_r}(x_a) (\bar{\mu}_{A_{ik}}^r - \bar{\mu}_{A_{ik}}) (\bar{\mu}_{A_{jl}}^r - \bar{\mu}_{A_{jl}}) a_{ik} \\ & = \eta^2 \sum_{r=1}^M \sum_{a=1}^n \sum_{i=1}^K \sum_{k=1}^{l_j} \mu_{B_r}(x_a) (\mu_{A_{ik}}(x_a) - \bar{\mu}_{A_{ik}}) (\mu_{A_{jl}}(x_a) - \bar{\mu}_{A_{jl}}) a_{jl} \quad (j=1, \dots, K; l=1, \dots, l_j) \end{aligned} \quad (17)$$

結局、式(17)は固有値問題となり、固有値  $\eta^2$  が最大となる固有ベクトルを求めればよい。

### 3. ファジィデータの作成

構造物の健全度評価において、各アイテムを構造物の損傷に関する評価項目と考える。いま各アイテムが数個のカテゴリーに明確な形に分けられたと仮定する。しかしながら、橋梁の調査データ等により、その橋梁の各アイテムの評価がどのカテゴリーに属するかどうかは非常にあいまいで、

明確な形で評価することは困難である。そこで本研究では、言語変数を用いてそのカテゴリーに属するかどうかを評価することを考える。この言語変数は Zadeh<sup>10)</sup>によって提案されたものであり、あいまいな事象を取り扱うのに有効である。

いま、各カテゴリーに属する程度の大きさを Table. 1 に示すよう、例えば、① Very small, ② Small, ③ Medium, ④ Large, ⑤ Very large といった 5 つの言語で表わす。これらの言語をファジ集合と規定し、各値のその集合に属する程度（グレード）を考えると、例えば Fig. 1 で示されるようなメンバーシップ関数特性づけることができる。つぎに前章でも述べたように、外的基準に関しても同様に、健全度を① No, ② Slight, ③ Moderate, ④ Severe, ⑤ Destructive のような言語変数を用いて評価する。<sup>11)</sup>ただし、外的基準に関してはカテゴリーを設けず、外的基準そのものを言語変数で評価する。

このとき、各評価を言語変数のメンバーシップ関数を用いて数量化をすることは、計算上非常に複雑になるので、各カテゴリーに 1 つの値を代表させ、その代表値を用いて計算を実行することが有利である。例えば、各言語変数の代表値を次式で表わされるファジィ積分を用いて定義することが可能である。<sup>12)</sup>

$$u^* = f \circ g_i = \nu(u \wedge H_\mu(u)) ; H_\mu : \text{ファジィ分布関数} \quad (18)$$

ただし、 $\nu$  は  $\nu = u$  で表わされる一次関数であり、上式はメンバーシップ関数の平均値を求めていることになる。勿論、このような平均値を求める時、その測度が距離尺度の条件を満たしておれば、ファジィ積分を用いる必要はなく、通常の期待値の演算を行えばよい。

Table.1 言語変数を用いたカテゴリー反応表

標準 カテゴリー	アイテム 1			アイテム 2			アイテム M					
	1	2	…	l <sub>1</sub>	1	2	…	l <sub>2</sub>	1	2	…	l <sub>M</sub>
1	L	S	…	V <sub>S</sub>	S	M	…	V <sub>1</sub>	S	S	…	V <sub>1</sub>
2	V <sub>1</sub>	M	…	V <sub>S</sub>	M	M	…	L	L	M	…	S
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	V <sub>1</sub>	L	…	S	L	S	…	M	V <sub>1</sub>	S	…	V <sub>S</sub>

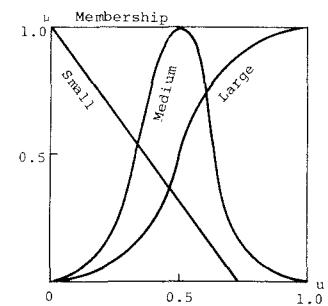


Fig. 1 典型的なメンバーシップ関数





のしかも特性の異なるものが存在し、それらの要因を実際に定量的な形で評価することは困難である。そのため、実際の健全度評価では、技術者の経験・直観等の定性的な判断を利用しなければならない。本研究では、この定性的な情報を定量的な形で健全度評価に組み込むことを試み、主観的な情報を取り扱うために考案されたファジィ理論と数量化理論第Ⅱ類の適用を考えた。本研究で得られた結果を以下に示す。

- 1) 数量化理論を用いる場合のアイテムのカテゴリーの設定あるいは判別に関するあいまいさは、カテゴリーへの所属度を {0, 1} の 2 値ではなく、 [0, 1] の所属度を導入することにより対応できる。
- 2) 外的基準も同様な形で取り扱うことができるが、判別するグループをファジィ集合で規定して、各々を言語変数を用いて識別する方が明解でより実状に即した方法と思われる。
- 3) 本方法を適用することにより、各アイテムのカテゴリー・ウェイトの値を用いて各要因の重要性を定量的に把握できる。例えば、本計算例では、継手・取り付け部あるいは支承部が重要であるという結果が得られている。
- 4) 本研究では、ファジィ数量化理論の適用性に関する基礎的考察に重点を置いたが、本方法をより実際的なものにするには、有意なデータを増やすのは当然であるが、演算における言語変数（ファジィ集合）の取り扱い方に改良が必要である。さらに、言語変数のメンバーシップ関数をより実用性のある形で設定する必要がある。

#### 参考文献

- 1) 白石成人・古田均・杉本雅一：数量化理論の構造物の健全度評価への応用、第29回構造工学シンポジウム、p43-50、1983年2月
- 2) M. Ishizuka, K. Fu and J. Yao : Inexact Inference for Rule-Based Damage Assessment of Existing Structures, Purdue Univ., CE-STR-81-5, 1981, Feb.
- 3) J. T. P. Yao : Damage Assessment of Existing Structures, J. of Eng. Mech Div., ASCE, pp785-799, 1980.
- 4) J. T. P. Yao : Probabilistic Methods for the Evaluation of Seismic Damage of Existing Structures, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 1, No.3, pp130-135, 1982.
- 5) J. T. P. Yao : Damage Assessment and Reliability Evaluation of Existing Structures, Eng., Struc., Vol. 1, pp245-251, 1979.
- 6) J. Watada : Theory of Fuzzy Multivariate Analysis and Its Applications, Doctor Dissertation for Univ. of Osaka Prefecture, 1983, Feb.
- 7) 駒沢勉：数量化理論とデータ処理、朝倉書店、1982年6月
- 8) 白石成人・古田均・橋本光行：構造物の健全度評価へのファジィグラフの適用、材料、第33巻、第364号、p21-27、1984年1月
- 9) 和多田淳三・田中英夫・浅居喜代治：ファジィ数量化理論Ⅱ類、行動計量学第9巻第2号、p24-32、1982年
- 10) L. A. Zadeh : The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning -I, Information Science, Vol. 8, pp199-249, 1975.
- 11) M. Ishizuka, K. Fu and J. Yao : A Rule Inference Method for Damage Assessment System of Existing Structures, Purdue Univ., CE-STR-80-8, 1980, June.
- 12) 白石成人・古田均・川村幸男：ファジィ積分の事故解析への応用、土木学会論文報告集、第339号、p135-142、1983年11月

## APPLICATION OF FUZZY QUANTIFICATION THEORY FOR ASSESSMENT OF STRUCTURAL INTEGRITY

Naruhito Shiraishi\*, Hitoshi Furuta\* and Mitsuyuki Hashimoto\*

It has been recognized that a considerable number of structures require repairing or alteration. Under this situation, it is emergent and important to establish a method of evaluating the integrity of structures. However, analysis of structural integrity is very difficult because of the lack of available data and the complex mechanism of damage assessment.

Previously, the authors applied the quantification theory II for the integrity analysis, in order to integrate various kinds of information into a synthetic evaluation. This method has an advantage that it enables to quantify each factor affecting the structural integrity, while it has some problems in categorizing items and external criterion.

In this paper, an attempt is made to deal with the ambiguities involved in the categorization in a flexible and realistic manner, by introducing the concepts of fuzzy sets theory. At first, the outline of fuzzy quantification theory II is described with emphasis on its terminology and formulation. The calculating process is performed through such linguistic variables as "Large", "Medium", "Small", etc., which are defined in terms of fuzzy sets. Next, several treatments used in practical computation are given; how to specify the external criterion (i.e. state of damage) linguistically and how to treat the linguistic information in the computer program.

The main conclusions obtained through this investigation are as follows:

- 1) By using a grade value defined on  $[0,1]$  instead of  $\{0,1\}$ , it is possible to account for the ambiguities involved in categorizing the items. Although the same treatment is applicable, direct linguistic discrimination is preferable for evaluating the state of damage.
- 2) The method developed herein enables to draw reasonable conclusions from insufficient quantitative data with the aid of such qualitative information as engineers' judgement, experience, wisdom and so on. The numerical results show that joints and shoes are very important to maintain the integrity of bridges.
- 3) In order to make the method more practical and applicable, it is necessary to improve the definition of linguistic variables and to obtain the more useful form of their membership functions.

---

\* Department of Civil Engineering, Kyoto University