

(28) 橋軸直角方向地動のもとでの吊橋の振動の研究

埼玉大学工学部建設工学科 東原 紘道

(株)長大橋設計センター 大月 哲

1. はじめに

大径間吊橋の下部構造に橋軸直角方向の地震動が作用する場合の吊橋全体系のモード解析プログラムを提示し、その結果の解釈を行うのが本論文の目的である。

地震動のうちでは、一般に橋軸方向成分によるものが、吊橋に対して最も大きな影響を及ぼす。これは、力の伝達のメカニズム観点から見て吊橋に特徴的なバランスが、橋軸を含む鉛直面内において形成されているからである。すなわち、大きな荷重と大きな剛性が均衡しており、しかも後者は吊橋の変形に依存している。このような力学的な場においては、動的効果をもたらすバランスのずれは部材力の著しい増加をもたらす。筆者らはこの問題について考察をくわえたことがある。⁽¹⁾

これに対して、同じく水平地震動といっても、橋軸直角成分は、在来の標準的な構造をもつ吊橋に対しては、大きな影響を及ぼすことはない。もちろんこの成分の存在は部材力その他の応答にいくらかの増加をもたらす。しかしこの増加分は、若干の冗長設計によって、容易に吸収しうるものである。また橋軸方向振動においては詳細な検討を要する部分構造相互の内部連成も、橋軸直角方向振動においては重大な影響を及ぼすことはないであろうと考えられる。それは吊橋の構造要素の中でもずばぬけて大きい剛性をもつアンカブロックと主塔その他の部分構造との連成性向が極めて弱いことがその幾何学的形状から推察されるからである。

この事情を反映して、吊橋の橋軸直角方向振動についての研究は比較的少ない。伊藤による固有振動解析はそのうちの先駆的なものである。⁽²⁾ これはケーブルと補剛材の橋軸直角方向変位の差が生じる復元力を、それぞれの運動方程式の連成形式で定式化し、Ritzの方法によって固有値問題を解くものである。比較的近年のAbdel-Ghaffarの研究では、有限要素法が用いられている。⁽³⁾ そこでは、吊材配置の離散性がそのまま定式化されており、スパン全体にわたる相互作用の考慮において、より進んだものとなっている。しかしそれはあくまで吊構造部のみを扱っているに留まる。すなわち主塔の変形は考慮されていない(著者は、彼の研究にとってこの制約は本質的でない旨述べている。しかしその定式化も解析結果も提示されているわけではない)。これはとりもなおさず、橋脚、側径間の吊構造部およびアンカブロックとの相互作用をも遮断することを意味する。

上に紹介した研究は、風荷重の効果の算定に有益な寄与をする。しかし耐震工学の観点からすれば、入力径路にあたる下部構造および主塔の影響をアプリオリに無視することはできない。本研究が志向する全体系の解析の必要性はごく自然に承認されよう。ただし上述の理由によって、特に危険な動的現象が存在するか否かという点については、筆者らも一応否定的ではある。それにもかかわらず敢えて牛刀を振りかざすのは、次のような問題意識があるからである。

ことは吊橋の造形に関わる。吊橋はきわめて大型の構造物である。またそれらの多くは風光明媚な地点に建設される。これが当該地域の景観に与えるインパクトは強烈であり、しかもそれは非常な長期間にわたる。このためその外観の決定に慎重さが求められるのは当然である。この意味で、近年の

土木工学の分野における景観要因の強調は正当な根拠を有している。ところでこの造形作業においては、特に当該地域の特殊性に即応した創造が必要であり、それは不可避免的に斬新な設計案を結果することになる。

すべて新しい着想は一見して露わな欠点もしくは非現実的な姿をしているものである。多くのアイデアは生みの親本人の、もしくはその上司や先輩の《経験》もしくは《常識》もしくは《直観》によってあえなく葬られる運命にある。そしてこの判断が多くの場合適切であることも事実である。しかし多数の要因が絡みあう自由度の高い構造物にあっては、そのような《常識》の適合性は概して低下するものであり、新機軸の生殺与奪の権をにぎる者は、宣しくその力の行使に慎重を期すべきことは言うまでもない。この場合、構造力学は、その分析能力を向上することによって、やむをえず発動される《常識》のいく分かに取って替わって、より精度の高い情報を提供することにより、造形の自由度の拡大に貢献できるし、しなければならない。なおここでの構造力学はコンピュータの能力を前提とするものである。したがってこれが置き換わりうる《常識》とは、大別して1.非線形性の存在、もしくは2.大自由度、のいずれかの故に解析が困難なものと言うことができる。

さて吊橋の造形において、《好ましくない造形の回避》といった消極的な立場ではなく、好ましい造形の発見もしくは創出という積極的な立場に立つならば、おそらく最も効果を期待しうるのはさしあたって主塔であろう。本研究は、検討可能な主塔の形状の範囲を拡大するための、分析ツールの考察および作成を目的とする。ところでこのような形状の変化に際して予想される事態は、主塔の何らかの剛性の低下であろう。この剛性低下の影響を検出し評価するためには、主塔と他の部分構造の動的相互作用を同時に考察する全体系の解析が効果的である。以下に述べるように、現代のコンピュータはこの課題に十分経済的に答える能力を備えている。

2. 解析モデル

(1) 変形の様式

微小変形の範囲内で、補剛材は純粹の橋軸直角方向の水平変位（以下では單純に横変位と呼ぶ）をし、主塔および各下部構造も橋軸に直角な鉛直面内で平面運動をするものとする。ここで純粹にとは、ねじりとの連成を考えないとの趣旨である。ねじりの問題については別の機会に発表する予定である。

(2) 解析上の仮定

以下では離散的な線形たわみ理論に従う。すなわち、

- 1) 吊材の伸びは無視する（自由度さえ追加すればこの仮定は解除できる）。
- 2) 吊材間隔は径間毎に一定とする（これはプログラムを簡単にするための便宜的な仮定である）。
- 3) 死荷重強度は各径間毎に一定とする。
- 4) 補剛トラスの断面剛性は各パネル内では一定とする。
- 5) 吊材の橋軸方向傾斜角は微小とする。

次に下部構造については文献 1) に従い、

- 6) 2自由度の剛体と見なす。
- 7) 地盤は線形ばねと見なす。

(3) 解析の方法

次に解析の方法を3径間単純支持補剛トラスを有する吊橋を例にとって説明する。本方法は、補剛材の支持条件と無関係に成立する。例えば連続支持の補剛材に対しては、後述の未知曲げモーメントに支点モーメントを追加することで、対応できる。解析に際して規定される変形の態様をFig 1 に示す。描かれている断面は中央径間と考えてもよいし側径間と考えてもよい。図に現れないアンカーブロックも橋脚と同じようにモデル化される。

解析の基本戦略は部分構造への分解である。これは大月の創始によるものである。これによって剛性マトリックスを高速で計算するコンパクトなプログラムが実現できる。一般論としての部分構造法はごくありふれたものである。しかし吊橋は、その独特の構造形式の故に、部分構造法に特に適合的である。のみならずこの方法は吊橋の部分構造間の静的相互作用（つまり全体としての剛性の形式関係）が計算の過程で明示的に現われる。大自由度構造物の設計における定性的理解の重要性は筆者らの夙に強調するところであり、¹⁾その観点からもこの方法の利点は指摘する価値がある。

(4) 解析の手順

Fig 2 のように、全体系を、 $A_L, C_L+S_L, T_L+P_L, C_C, C_R+P_R, T_R+S_R, A_R$ の7つの部分構造に分解する。解析が線形の範囲内でなされること、およびダランベールの原理を採用すれば、個々の自由度点に作用する集中荷重の影響を組織的に計算すればよいことになる。この荷重は、厳密に等価ばねを経由して、逐次隣接する部分構造に伝達される。この等価ばねは次のようにして順序だてて決定される。

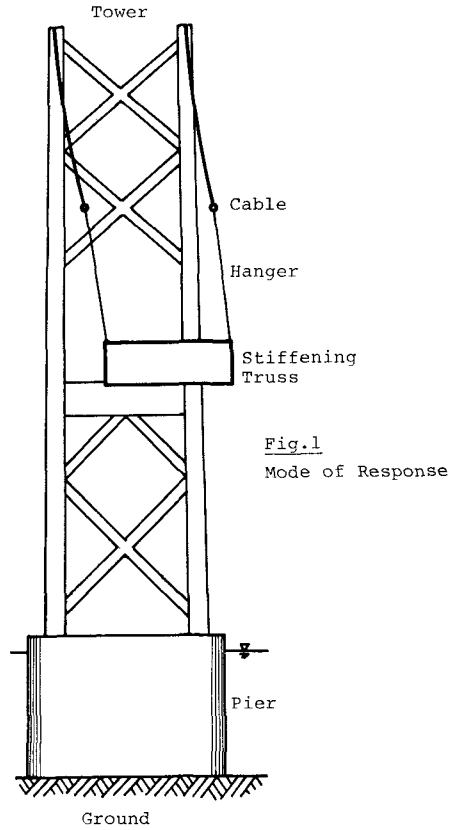


Fig.1
Mode of Response

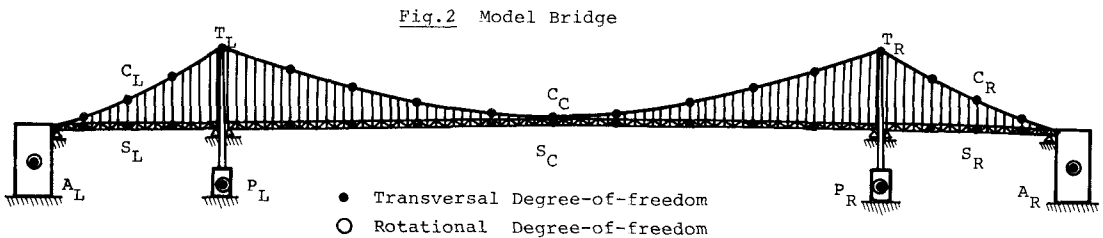


Fig.2 Model Bridge

剛性関係は、(1)仮想的荷重による等価ばねの決定、および(2)実荷重による影響線マトリックスの決定、の2段階によって求められる。このうち重要なのは言うまでもなく前者であって、この過程で部分構造への実質的な分解がなされる。過程(2)は部分構造毎の解析の結果の単純な集積として実行される。過程(1)の手順を Fig. 3 に示す。図中の角枠は作業の内容を表わし、丸枠はその出力結果であるばねの情報を表わす。図中に吊構造部のばねが2回ずつ登場しているのは、これらの部分構造が内部領域に位置しているためであり、それぞれが左右両側にばね効果を及ぼすからである。計算に必要なサブプログラムは、図示されているように、Ⅰ～Ⅲの3組で、これらが反復して使用される。これらは解析の後段において影響線マトリックスの計算にもそのまま用いられる。

サブプログラムⅠは線形ばね上の剛体運動を計算する。自由度は剛体の水平および回転変位である。

サブプログラムⅡはケーブルもしくは補剛材に集中荷重が作用する場合の変位を決定する。この問題は、適切な定式化のもとで、補剛材の吊材取付点における曲げモーメントおよびケーブル張力の増加分を未知数とする連立1次方程式になるので、演算の大半はこれの解法に費される。

この際、前者に対する係数は5重対角マトリックスになることを利用して、演算性能の向上を図る。

サブプログラムⅢは、主塔の形式に応じて、トラスもしくはラーメンの平面構造問題を解く。変形法による定式化をしておくと、任意の形状に対応できる。

3. 計算ケース

大自由度系構造物の数値解析を内容とする研究では、それによって得られる結論が一般性を有することを重視することが多い。これは研究の適用範囲に係わるものであるから一応は当然な話である。しかし複雑な構造物の解析においてこの姿勢が常に正しいと断言できるかどうかは問題である。まず入力条件が多いために計算すべきケースが幾何級数的に増大する。しかも現実には、費用と時間の制約のために、比較的少数しか計算できない。このためふつうは入力条件が何らかの標準化を受けることになるが、その結果どこまでシャープな結論が得られるかはいささか疑問である。結論に《工学的意義》をもち込もうとする熱心のあまり、過度の一般化（つまり論理の飛躍）の過りを犯す例も少なくない。研究のレゾナントの代償に、せっかくのモデルの分解能を犠牲にしているわけで、これは何とももったいない話である。

この問題に対する方法論的な処方箋の1つは、経験上標準的と見なす対象をモデルとして、個別的具体的分析を徹底して行うことである。個別相から普通相への悟入は、所詮は研究者の頭脳によってのみなされるものである。本論文はその1つの試論でもある。

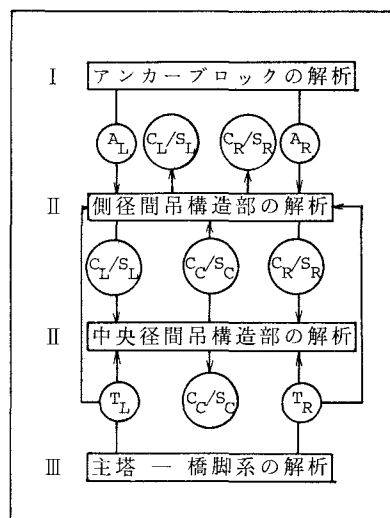


Fig.3 Procedure of Analysis

(1) 対象の諸元

我国の代表的な長径間吊橋の設計例を参考にして、支間長が
 250+1000+250 m の吊橋の諸元を定める。紙面の制約から数表
 化を省いて以下に諸元の概要を述べる。ケーブルについては、
 サグ = 100 m（中央径間），6.5 m（側径間），断面積 = 0.7 m^2
 （両側の合計），質量密度 = 13.2 t/m ，ヤング率 = 2×10^8
 kN/m^2 ，である。

補剛トラスについては、巾員 = 30 m, 断面の鉛直中心線まわりの 2 次モーメント = 72 m⁴, 質量密度 = 32 t/m, ヤング率 = 2×10^8 kN/m² である。

主塔の諸元は Fig. 4 に示す。図の左半分には部材寸法および断面積を与え、右半分には断面 2 次モーメントを与える。

下部構造のうち橋脚については、高さ = 20 m, 質量 = 6.2×10^4 t, 橋軸直角方向の断面 2 次モーメント = 1.9×10^7 t · m² 水平ばね強さ = 1.6×10^8 kN/ m, 回転ばね強さ = 1.3×10^{10} kN · m, であり, 左右 2 つの橋脚の諸元は同じである。

右アンカーブロックについては、高さ = 97m, 補剛材取付高さは 79m, 質量 = 7.0×10^5 t, 断面 2 次モーメント = 6.4×10^8 t・m², 水平ばね強さは 3.0×10^8 kN/m, 回転ばね強さは 2.9×10^{11} kN・m, である。左アンカーブロックについては、強い地盤を想定し、高さ = 56m, 補剛材高さは 47m, 質量 = 3.3×10^5 t, 断面 2 次モーメント = 1.3×10^8 t・m, 水平ばね強さは 3.1×10^8 kN, 回転ばね強さは 2.3×10^{11} kN・m である。

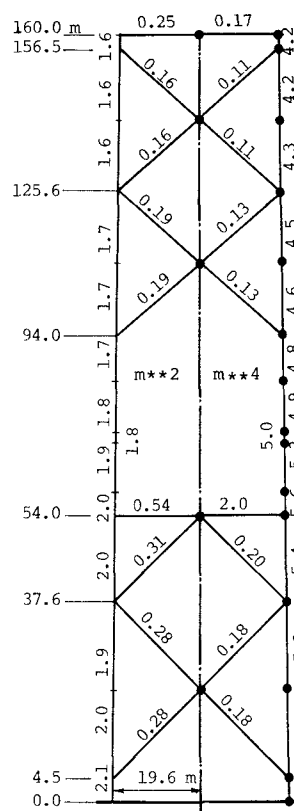
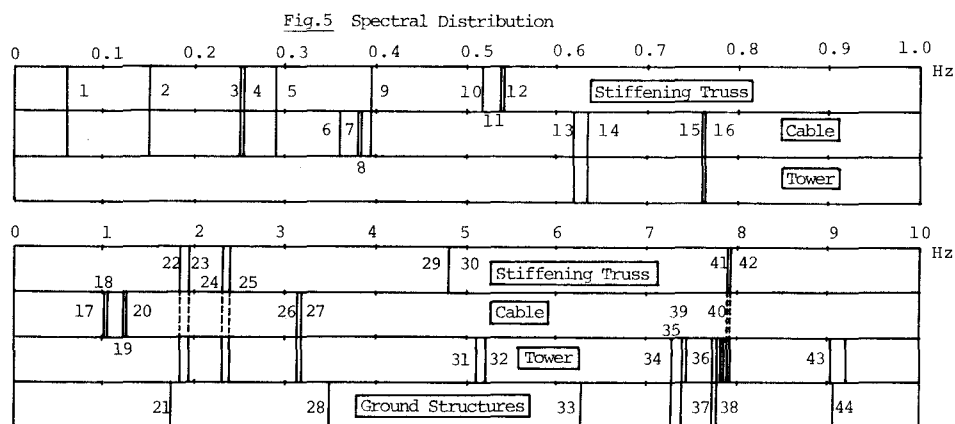


Fig.4 Dimensions of the Towers

(2) スペクトル分布

Fig. 5 に、 $0 \sim 1 \text{ Hz}$ および $1 \sim 10 \text{ Hz}$ の範囲に存在する固有振動数の分布を示す。付した数字は全体系としてのモード番号である。低振動数域にはケーブルおよび補剛材のモードが並んでいる。このうち補剛材は比較的高次のモードをもつのに対し、ケーブルのモードはほとんどすべてが 1 Hz 以下



に限られている。

最低次の 2 モードの水平変位を Fig. 6 に示す。実線は補剛材を表わし、破線はケーブルを表わす。これにも見られるように中央径間と側径間が同時に励起されることはない。また中央径間が励起されるモードはごく低次に限られている。

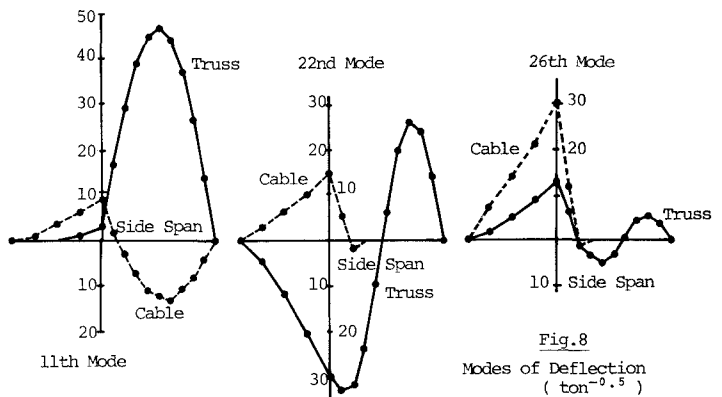
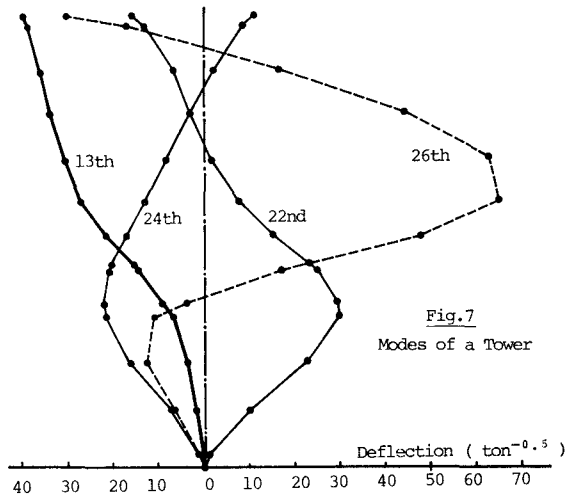
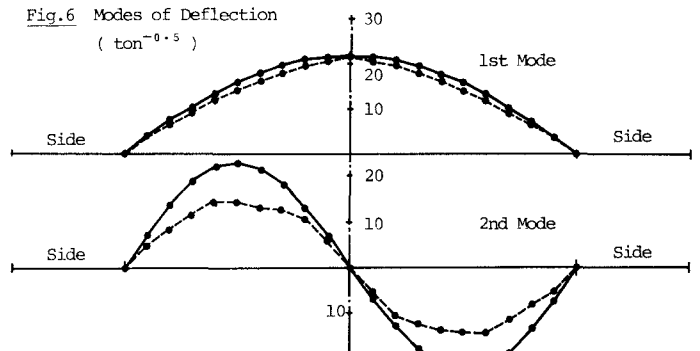
(3) 主塔の振動モード

右主塔に着目して、その低次 3 モードを Fig. 7 に示す。これらの振動数領域においては、中央径間はもはや全体として振動することはない。しかし側径間の吊構造部のモードの固有振動数域と重なるので、大きな振動が発生する。これを Fig. 8 に示した。

次に主塔の部材力すなわち軸力を考えてみる。このモードは、対応する変位モードが質量マトリックスを単位化するように規格化されているので、これと後述のモード分配率の積がそのまま軸力の大きさを表示する。いま対象としているようなタイプの主塔では、部材力は概ね主塔の曲げモーメントに比例する。この曲げモーメントは概ね

主塔のモード次数の 2 乗に比例する。他方で変位モードは高周波数域で小さくなるという傾向をもっているわけではないので、結局部材力はモード次数と共に急激に増加する。周波数に伴うこの増加傾向と、入力地震動のスペクトル密度の減少傾向が相殺し合い、そのバランスに応じて、部材力に寄与するモードが定まる。例えば本州四国連絡橋の設計体系は、周波数 1 Hz から 10 Hz にわたって、べき乗の関係に従って、ほぼ 1/10 に減少する入力スペクトルを採用している。⁴⁾ この場合には 1 次モードよりも 2, 3 次モードの方が部材力への寄与が大きい。さらに 7 Hz 以上の高次モードの寄与も無

Fig. 6 Modes of Deflection
($\text{ton}^{-0.5}$)



視できないことになる。(この領域における部材力の実態は、これまで解明のおくれている領域である。応答計算は“非常に大きいモード振巾”×“非常に小さい入力スペクトル”となり、信頼性が低下するのであるから、振動計測と数値解析を併用した研究が望まれるところである)

(4) 下部構造との連成

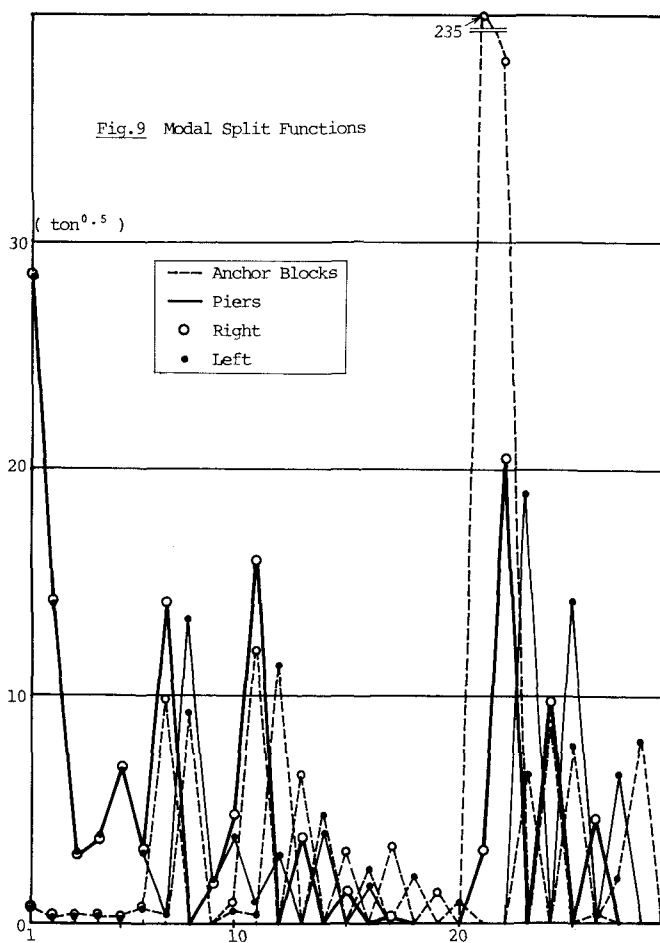
モード分配率をFig. 9 に示す。

これは当該下部構造の単位変位がひきおこす吊橋全体の静的変位ベクトルを、着目するモードに射影分解したものである。橋軸直角振動の場合のアンカブロックの特徴はこれに端的に現れる。すなわちアンカブロックのモード分配率は、自己もしくは隣接する側径間の吊橋構造部が卓越するモードにおいてのみ大きい値をもつ。このため側径間の吊橋構造部の応答に関してのみは、アンカブロック経由の入力が、橋脚経由の入力と同程度の寄与をする。しかし他のすべての部材の応答は橋脚経由の入力によって支配される。橋脚の振動は多少とも主塔の振動を伴ない、それを経由して、中央径間と1つの側径間に影響を及ぼすわけである。前者の典型例は7Hz付近における橋脚と主塔の連成であり、後者は中央径間の卓越する1, 2次における橋脚のモード分配率の際立った大きさに代表される。

なお下部構造の基礎の剛性はばらつきの大きいものである。したがって条件次第では下部構造と主塔の高次モードの連成が生じうるわけであるが、紙面の都合上、上述の議論から割愛した。

なお下部構造の基礎の剛性はばらつきの大きいものである。したがって条件次第では下部構造と主塔の高次モードの連成が生じうるわけであるが、紙面の都合上、上述の議論から割愛した。

- 1) 東原紘道, 大月 哲: 吊橋の面内振動における連成現象について, 第28回構造工学シンポジウム梗概集, 1982年2月
- 2) 伊藤 学: The Lateral Motion of Suspension Bridges, 土木学会論文集, 第81号, 1962年5月
- 3) Abdel-Ghaffar, A.M.: Free Lateral Vibrations of Suspension Bridges, Journal of ASCE, ST3 1978.8
- 4) 本州四国連絡橋公団: 耐震設計基準, 1977年3月



A STUDY ON THE VIBRATIONS OF A SUSPENSION BRIDGE
UNDER THE ACTION OF TRANSVERSAL GROUND MOTIONS

Hironichi HIGASHIHARA* and Satoshi OHTSUKI**

A modal analysis program of a whole suspension bridge whose foundations are driven by the transversal seismic forces is presented.

Conventional theories of the transversal vibrations of suspension bridges have confined themselves to the suspended structures only ; all the remaining substructures have been excluded from the investigations: the towers, the piers, and the anchor blocks. Earthquake resistant design of suspension bridges cannot be based upon these theories, because the filtering characteristics of the substructures listed above which carry the incident seismic waves have significant influences on the dynamic responses of the suspended structures. The total system approach is a promising alternative ; current computers are capable of affording sufficient degree-of-freedom to the model.

The towers require careful considerations, too, because they must support the suspended structures by themselves alone in case of the lateral motions. It is true that the transversal ground motions only give a secondary contribution to the response of the bridge, so long as the prevailing conservative design of the towers is employed. It is also true, however, that the structural engineer must pay full regard to the aesthetic requirements, which often prefer slender towers ; he cannot always expect the redundant stiffness of the towers against the lateral motions.

The modal decomposition procedure based upon the discrete version of the linear deflection approximation is employed. The ground is formulated as an appropriately defined linearly elastic springs. The substructures synthesis method which was applied by the writers to the longitudinal ground motions is successfully modified to the lateral motions, too. One must only make three subprograms which solve the statical behaviour of the elementary substructures: a suspended structure, a tower and a pier, and an anchor block. The above mentioned synthesis method carry the composition of the stiffness matrix of the total system, by running these small subprograms repeatedly. The modes are then determined by the conventional eigenvalue program.

The program is applied to a model bridge. The eigenfrequencies of the modes of the center span are significantly smaller than those of the towers. The modes of the side spans have larger eigenfrequencies which are comparable to those of the towers; dynamical coupling can occur depending on the stiffness of the towers. Dynamical interaction between the superstructures and the anchor blocks is almost insignificant. On the contrary, a coupling can occur between the piers and higher modes of the towers whose frequencies are situated from about 7 Hz up to about 10 Hz.

* Associate Professor, Department of Construction Engineering, Saitama Univ.

** Long Span Bridge Consultants, Ltd.