

(6) 背圧を受けるゴムシートライニング水路の応力・変形解析

葛山 文治^{*} ○高山 信紀^{**}

1. まえがき

中小水力発電所は一般に水路式となるため、総工事費に占める水路費の割合が大きくなる。この水路は大別すればトンネル式と開水路式になるが、いずれの場合にも新材料・新工法を用いることにより水路費を低減できれば、発電計画全体の経済性向上に大きく貢献できることとなる。

このうち開水路については、水路よりの漏水を防止すること及び水路法面の保護を目的として、従来はコンクリートまたはアスファルトによるライニングが行われてきたが、近年耐久性にすぐれたゴムシートが出現し、すでに我国でも建物の屋上防水、廃棄物処理場、農業用ため池等に豊富な実績を有しており、これを発電用水路（開水路）のライニング材として利用できれば、① 経済性向上 ② 基礎の不等沈下による損傷の軽減 ③ 補修の容易さ ④ 工期の短縮 等の利点が生ずると予想される。（図－１・１参照）

現在、貯水池等のしゃ水膜として用いられている土木用合成ゴムシートは I I R（ブチルゴム）や E P D M（エチレン・プロピレン・ジエン・モノマー）を主原料としたものであるが、その耐候性（オゾン、紫外線等による劣化）、耐水圧性、耐久性（耐摩耗性、耐酸・アルカリ等）及び接着方法とその性能については諸試験によりほぼ立証されており¹⁾、農業用ため池等への適用に際しての構造設計の大略もすでに確立されているようである²⁾。しかしながら発電用水路に適用する場合には、さらに流水に対する安定性、水位変動に起因する背圧（揚圧力）への対策等について検討を行う必要がある。

本論文は、このうち背圧によるゴムシートの応力・変形解析について解析手法の提案と室内模型実験による検証結果について述べるものであるが、この結果はゴムシート厚さの選定ならびに固定方法の設計に大いに役立つものと期待できる。

2. 背圧を受けるゴムシートの応力・変形解析

(1) 概 要

水路ライニング材として合成ゴムシートを用いた場合、背面から揚圧力を受けるとシートは図－２・１の様に変形する。この変形量は一般に水路底面部で最大となるが、合成ゴムシートの剛性は極めて小さいため、何らかの固定方法により部分的に拘束をしてやる必要がある。ここでは底面両側端に設けた固定材のみで拘束する場合を考えるが、底面にさらに固定材を追加した場合や水路側面の応力・変形解析についても同様の考えで対処できよう。

※ 電源開発株式会社 土木試験所

※※ 同 上

a) 定式化

図-2.2に示すゴムシートの微小部分の ds に作用する力のつり合いより

$$T \sin \theta = q ds \cos \theta + (T + dT) \sin (\theta + d\theta) \dots\dots\dots (1)$$

$$T \cos \theta + q ds \sin \theta = (T + dT) \cos (\theta + d\theta) \dots\dots\dots (2)$$

$$\sin(\theta + d\theta) \doteq \sin\theta + \cos\theta \cdot d\theta \dots\dots\dots (3)$$

$$\cos (\theta + d \theta) \doteq \cos \theta - \sin \theta \cdot d \theta \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$q \, ds = -T \, d\theta - \tan \theta \cdot dT \dots\dots\dots (5)$$

$$q \, ds = \cot \theta \cdot dT - T \cdot d\theta \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan \theta} dT = 0 \quad \therefore dT = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

したがって $T = T_0$ (一定) である。よって⑤式は

$$q \, ds = -T_0 \, d\theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

図 - 2 . 1 に示すように P , Q 点を含む流線にそって Bernoulli の定理を適用すれば

$$\frac{q}{w} + y = \frac{P_0}{w} \dots\dots\dots (9)$$

⑨式より q を求め、⑧式に代入すれば

$$(P_o - w.y) ds = -T_o d\theta \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $ds \cos \theta = dx$, $ds \sin \theta = dy$ だから

$$(P_o - w \cdot y) dx = -T_o \cos \theta \cdot d\theta \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$(P_o - w \cdot y) dy = -T_o \sin \theta \cdot d\theta \quad \dots\dots\dots (12)$$

⑦式より張力 T_0 は一定であるから，ゴムシートの弾性係数を E ，断面積を A とすれば

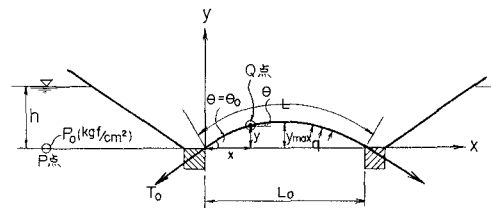


図 - 2・1 記号の説明図

$$E \cdot \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{T_0}{A} \dots\dots\dots (13)$$

ここに

$$L = \int ds \text{ (変形後の長さ)}$$

$$L_0 = \int dx \text{ (変形前の長さ)}$$

b) 理論解

⑫式の両辺を積分すれば

$$y = \frac{P_0 - \sqrt{P_0^2 - 2w T_0 (\cos \theta - \cos \theta_0)}}{w} \dots\dots\dots (14)$$

ただし $P_0^2 - 2w T_0 (\cos \theta - \cos \theta_0) \geq 0 \dots\dots\dots (15)$

⑭式を⑪式に代入後積分すれば

$$\int dx = -\frac{T_0}{\sqrt{P_0^2 + 2w T_0 \cos \theta_0}} \cdot \frac{2}{k^2 \sqrt{1+k^2}} \left\{ (1+k^2) E\left(K, \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) - F\left(K, \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに

$$k^2 = \frac{2w T_0}{P_0^2 + 2w T_0 \cos \theta_0} \quad (0 \leq k^2 \leq 1) \dots\dots\dots (17)$$

$$K = \sqrt{\frac{2k^2}{1+k^2}} \quad (0 \leq K \leq 1) \dots\dots\dots (18)$$

また $F(m, \varphi)$ は第一種楕円積分, $E(m, \varphi)$ は第二種楕円積分で, それぞれ

$$F(m, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1-m^2 \sin^2 \varphi}} \dots\dots\dots (19)$$

$$E(m, \varphi) = \int_0^\varphi \sqrt{1-m^2 \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi \dots\dots\dots (20)$$

ここで $\theta = \theta_0 \rightarrow 0$ まで変化させれば, $x = 0 \rightarrow L_0/2$ と変化するから (図-2.1)

$$\frac{L_0}{2} = \frac{2 T_0}{\sqrt{P_0^2 + 2w T_0 \cos \theta_0} \cdot k^2 \sqrt{1+k^2}} \left[(1+k^2) \left\{ E\left(K, \frac{\pi}{2} - \frac{\theta_0}{2}\right) - E\left(K, \frac{\pi}{2}\right) \right\} - \left\{ F\left(K, \frac{\pi}{2} - \frac{\theta_0}{2}\right) - F\left(K, \frac{\pi}{2}\right) \right\} \right] \dots\dots\dots (21)$$

同様に, ⑭式を⑩式に代入後積分すれば

$$\frac{L}{2} = \frac{2 T_0}{\sqrt{1+k^2} \sqrt{P_0^2 + 2w T_0 \cos \theta_0}} \left\{ F\left(K, \frac{\pi}{2}\right) - F\left(K, \frac{\pi}{2} - \frac{\theta_0}{2}\right) \right\} \dots\dots\dots (22)$$

(3) 数値解析

(2)のb)で得られた関係式のうち, 残留水圧 P_0 , スパン L_0 , ゴムシートの弾性係数 E , 断面積 A , 水の単位体積重量 w は既知と考えられ, 未知数は L , T_0 , θ_0 の3個である。一方, 方程式の数は⑬, ⑳, ㉑式の3個であるので, この3元連立方程式を解けばゴムシートの応力・変形解析が可能となる。ただし, 実際に解く場合には, これらの式が非線形なため図-2・3に示す手順に従って反復計算により求めることにした。

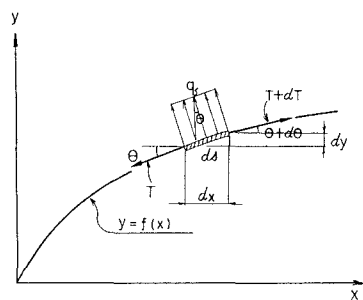


図-2・2 力のつり合い

3. ゴムシートの引張り特性

(1) ゴムシートの種類

一般にゴムはオゾンにより劣化されやすく、合成ゴムも同様であるが、EPDMは耐オゾン性を有するため、土木用合成ゴムはIIRとEPDMをブレンドして耐候性、耐久性を大きくしている。その配合は種々のものが市販されているが、ここでは表-3・1に示す配合のものについて試験を行った。

(2) 試験方法

加硫ゴムの引張り試験方法はJIS K 6301に規定されており³⁾、所定の形状・寸法の試験片を作成し、一定の条件を満たす引張試験機により試験を行う(荷重速度 約500mm/min)こととされている。

しかしながら、一般に加硫ゴムは粘弾性体としての挙動を示すことが知られており³⁾、その応力～ひずみ関係は温度や引張速度により変化する。

したがって今回は主として引張り速度による相違を見るため、上述のJISに基づく試験(試験方法A)の他に、これとは荷重速度の異なる試験(試験方法B)を実施し、両者の比較を行うこととした。両試験方法の相違点を表3・2に示す。

(3) 試験結果

二つの試験法により求めたゴムシートの応力～ひずみ関係及び割線弾性係数の応力依存性を図-3・1～3・8に示す。図中長手方向とあるのはゴムシートのロール方向に切出した試験片に対する結果であり、巾方向とあるのはこれに直角方向のものに対する結果である。

これらの結果から明らかとなっており、試験方法Aによる場合には割線弾性係数Eが

$$E = a - b \cdot \sigma_t \quad \text{②③}$$

(a, bは定数。 σ_t は引張応力)

の形で表わされるのに対し、試験方法Bによる場合には

$$E = a \times b^{-\sigma_t} \quad \text{②④}$$

となり、試験方法の差異による応力～ひずみ関係の変化が表われている。これは上述のように主として荷重速度の相違の影響であろう。

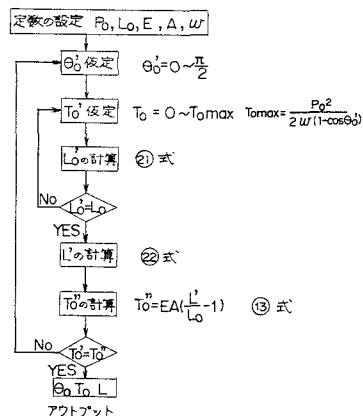
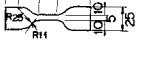
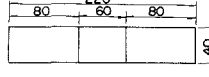


図-2・3 計算手順

表-3・1 ゴムシート成分

成分	割合
EPTゴム	31%
ブチルゴム	13
加硫剤等	5
補強剤	40
その他	11
計	100

表-3・2 試験方法の比較

項目	試験方法 A	試験方法 B
試験片形状 (単位:mm)	100 15 25 20 40 	220 80 60 80 
標線間隔	20mm	60mm
幅	5mm	40mm
引張速度	500mm/min	11.4mm/min
測定範囲	$\varepsilon = 0 \sim \text{破断}(500\% \text{程度})$	$\varepsilon = 0 \sim 60\%$

注) 試験片厚さは1.0, 1.5, 2.0mmの3通り

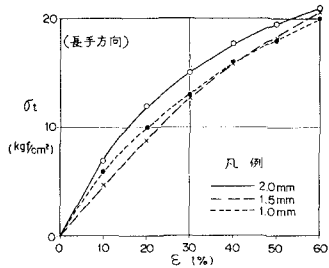


図 - 3・1 応力～ひずみ関係 (試験法 A)

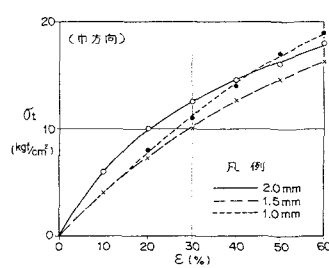


図 - 3・2 応力～ひずみ関係 (試験法 A)

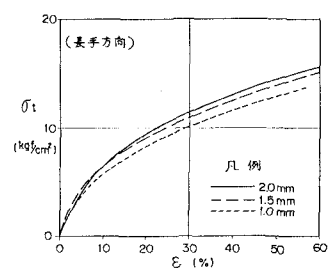


図 - 3・3 応力～ひずみ関係 (試験法 B)

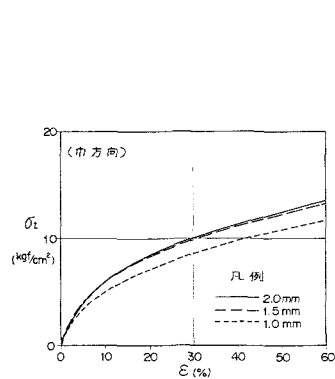


図 - 3・4 応力～ひずみ関係 (試験法 B)

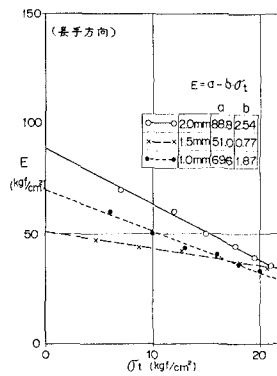


図 - 3・5 弾性係数～引張応力関係 (試験法 A)

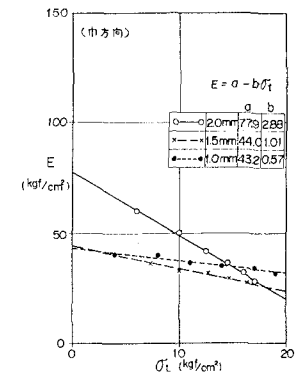


図 - 3・6 弾性係数～引張応力関係 (試験法 A)

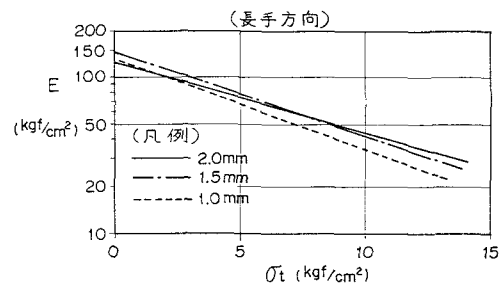


図 - 3・7 弾性係数～引張応力関係 (試験法 B)

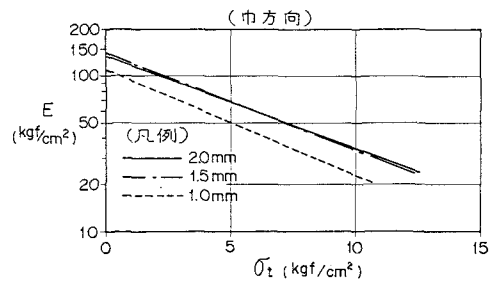


図 - 3・8 弾性係数～引張応力関係 (試験法 B)

4. 模型実験による検証

(1) 模型実験

a) 概要

図 - 4・1 に示す装置を製作し、水圧とゴムシートの変形状態を測定した。ゴムシートの材質は引張試験に用いたのと同じものであり、厚さは 1.0, 1.5, 2.0 mm の 3 種類とした。

b) 試験手順

試験手順は次のとおりである。

- ① ゴムシートに力を加えないようにしてセットする。このとき、巾方向が測定断面となるようにする。
- ② 水槽内の空気を抜きながら水槽天端まで注水する。
- ③ 水槽天端を基準とし、更に注水して水圧とゴムシートの変形を測定する。

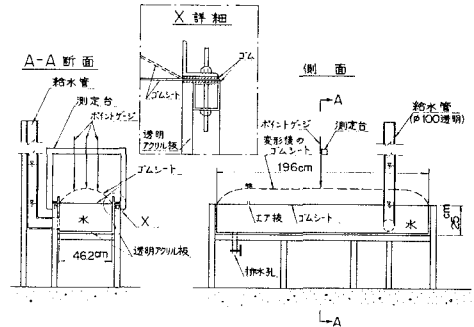


図 - 4・1 模型実験装置図

- ④ 最高点まで注水後、徐々に排水し、このときの水圧とゴムシートの変形を測定する。

c) 測定方法

水圧は給水管（透明アクリル製）の水位を測定することにより求めた。ゴムシートの変形に対しては、ポイントゲージによる測定断面方向 3 ケ所の変位測定と、変形後のゴムシート全周長（ $L_0 + \Delta L$ ）の測定を行った。なお、各測定は注水後ゴムシートが安定するまで待った後に実施するよう留意した。

d) 試験結果

試験結果を図 - 4・2，4・3 に示す。

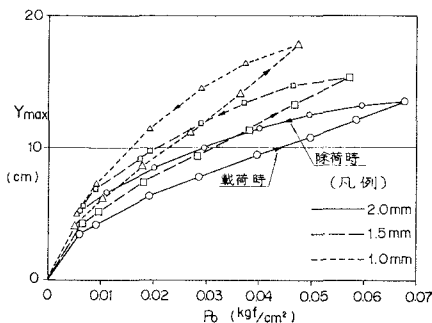


図 - 4・2 最大変位～水圧の関係

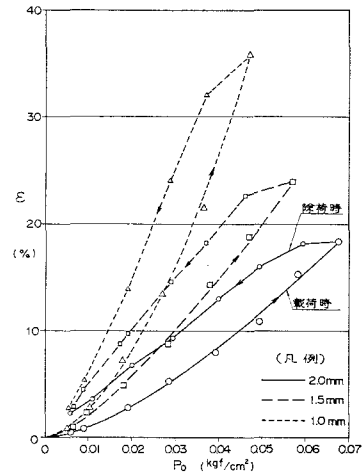


図 - 4・3 ゴムシートひずみ～水圧の関係

(2) 数値解析結果との比較

a) 計算条件等

ゴムシートの弾性係数は、引張り試験の結果をもとに表 - 4・1 のように与えた。ここに、ケース A は引張試験方法 A による測定値を与えた場合であり、ケース B は引張試験方法 B による測定値を与えた場合である。また計算方法は前掲図 - 2・3 に示す手順に従って電算機により行った。

b) 模型実験結果との比較

数値解析結果と模型実験結果を比較したものが

表 - 4・1 弾性係数

シート厚さ	ケース A	ケース B
1.0 mm	$E = 43.2 - 0.57 \sigma_t$	$E = 110 \times 1.17^{-\sigma_t}$
1.5 mm	$E = 44.0 - 1.01 \sigma_t$	$E = 140 \times 1.16^{-\sigma_t}$
2.0 mm	$E = 77.9 - 0.57 \sigma_t$	$E = 137 \times 1.15^{-\sigma_t}$

$E, \sigma_t : (\text{kgf/cm}^2)$

図-4・4～図-4・7である。このうち図-4・4, 4・5はゴムシートの最大変位 Y_{max} と作用水圧 P_0 との関係, 図-4・6, 4・7はゴムシートのひずみ $\varepsilon = \Delta L / L_0$ と作用水圧 P_0 の関係を示している。この結果から見れば, ケースBの方が実験結果と良く一致しており, 引張り試験で採用した荷重速度 (11.4 mm/min) が模型実験におけるゴムシートの変形現象により近い条件であったと推察される。

また, 図-4・8～図-4・11は数値解析結果のみを示したものであり, 張力 T_0 と作用水圧 P_0 の関係及び固定点でのたわみ曲線の水平線とのなす角度 θ_0 と作用水圧 P_0 の関係であるが, この結果によればゴムシート厚さが厚くなる程たわみは小さくなる反面, 張力 T_0 は大きくなる傾向にあることが分る。

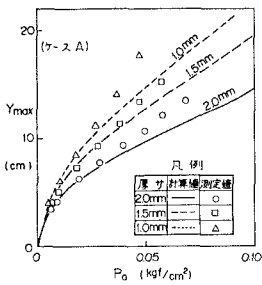


図-4・4 最大変位

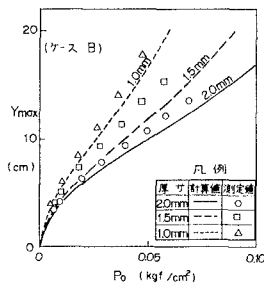


図-4・5 最大変位

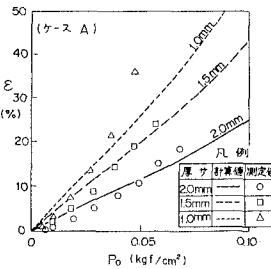


図-4・6 ゴムシートのひずみ

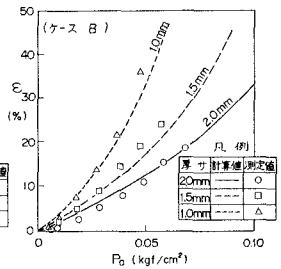


図-4・7 ゴムシートのひずみ

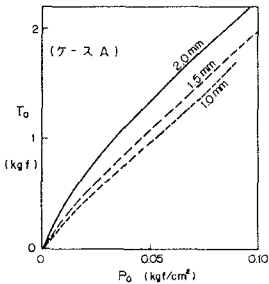


図-4・8 張力 T_0

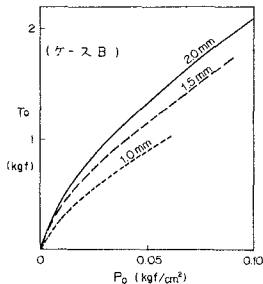


図-4・9 張力 T_0

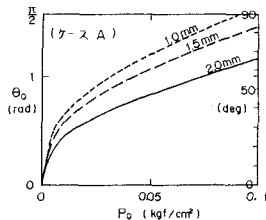


図-4・10 角度 θ_0

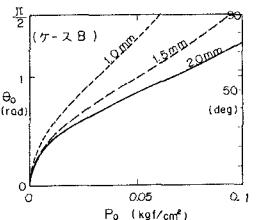


図-4・11 角度 θ_0

5. 結 語

今回提案した背圧を受けるゴムシートの応力・変形解析手法を模型実験結果により検証した結果, その有用性を確かめることができた。この手法はゴムシートを開水路のライニング材として用いた場合のシート厚さ及び固定材の設計等に役立てることができるものと思われる。ただし, 弾性係数の設定には注意が必要で, ゴムシートの粘弾性体としての特性を考慮した上で試験を行って決定する必要がある。

- 参考文献 1) 海老名, 竹内他: 薄層舗装材料の貯水池への応用に関する研究, 農業土木試験所技報, C (造 構) 第 8 号, 1970
- 2) 海老名: 合成ゴムシートの農業用貯水池への応用, 防水ジャーナル, 1978
- 3) ゴム試験法<新版>, 日本ゴム協会編, 昭和55年, pp.225~239

Stress and Deformation Analysis of Rubber Sheet used for Lining of
Open Channel under Back Pressure

F. Kazurayama* and N. Takayama**

Synopsis

Recently, the development in synthetic chemistry has enabled to produce synthetic rubber sheet with progressed durability against ozone and ultraviolet rays and this rubber sheet has been used for irrigation ponds and disposal areas of waste matter for these 10 years.

An application of this rubber sheet to lining materials of open channels as waterways of hydro-electric power plants, which are usually lined with concrete or asphalt concrete to prevent water leakage, is expected to yield many advantages, such as (1) to improve economical efficiency, (2) to reduce construction period and (3) to make maintenance easy.

However, because of its flexibility, rubber sheet is deformed upwards due to back pressure caused by the fluctuation of water level, even if it is anchored on both sides.

This report provides a method to analyze stress and deformation of rubber sheet, which is checked by the model test in a laboratory.

* Electric Power Development Co., Ltd.
Civil Engineering Laboratory.

** The same as above.