

(30) 浮遊式海洋円形プレートの不規則波応答解析

早稲田大学 理工学部 田中 彌壽雄

(株)大林組 原子力部 ○濱本 卓司

早稲田大学 大学院 吉田 正司

§ 1. 序

円形平面の浮遊式海洋構造物は、波の入射方向に関わらず同じ動特性を示す点で長方形平面の浮遊式海洋構造物より優れている。従来、円形平面の浮遊式海洋構造物の波浪応答解析は剛体運動に関してのみ検討されてきた。Garret¹⁾は波を受けて上下運動する円柱状浮体に作用する水平力、垂直力、および回転モーメントを求める方法を示した。井島・田淵・湯村²⁾は波を受けた円柱状浮体の水平、上下、および回転の連成運動を検討し、さらに円柱状浮体に強制運動を与えた時の付加質量と造波減衰を水平、上下、および回転それぞれの運動に対して算定した。伊藤・木原³⁾は波を受けて運動する浮体に作用する波力が浮体を固定した時に作用する波力と静水中における浮体の運動により生じる造波抵抗の和であることを示し、固定した円柱状浮体に作用する波力と水平、上下、および回転の各運動に対する造波抵抗を求めた。

一方、長方形平面の浮遊式海洋構造物に関する研究では、構造物の大規模化に伴い無視できなくなる構造物の弾性変形と海水との動的相互作用を考慮した波浪応答解析が行われている。ShinozukaとWen⁴⁾は長方形平面の浮遊式海洋構造物を両端自由の一次元梁としてモデル化し、海水領域に関する二次元ポテンシャル問題を解いて応答運動を検討した。さらにWen⁵⁾は構造物を周辺自由の平板としてモデル化し、海水領域を三次元ポテンシャル問題へと拡張することにより同じ問題を再検討した。また、構造物と海水との連成系への有限要素法の適用が岡本・増田・加藤⁶⁾により報告されている。

本論文の目的は、構造物の弾性変形と海水との動的相互作用を考慮した浮遊式海洋円形プレートの波浪応答解析手法を示し、数値結果に基づきその動特性を検討することにある。実際に海上都市や海上空港等の人工地盤として用いる場合には、円板半径に対する板厚の比はかなり小さくなる。このような場合には円板の弾性変形が剛体運動よりも卓越することを定量的に示し、さらに設置水深が浅い時は海底の存在により動特性が変化すること、円板下面にアンカーとして分布バネを取り付けることにより自由浮体の時に生じる弾性変形を大幅に減少させることが可能なこと、また振動時の表面波発生に伴う遠散減衰は円板材料の粘性減衰よりもはるかに重要な減衰機構となることを明らかにする。

§ 2. 解析モデルと仮定

波を受けて運動する浮遊式海洋円形プレートを図1に示す。円板は分布バネにより海底地盤にアンカーし、円板周辺には摩擦のないリング・ガイドを配置することにより円板の横揺れを拘束している。したがって、波を受けた円板は上下および回転の剛体2自由度と弾性変形との連成運動で応答する。以下に本研究で導入する仮定を列記する。

a) 円板は均質・等方性・線形弾性であり、板厚は一定である。

b) 海水は非粘性・非圧縮性・渦なしである。

- c) 海底は水平面であり、海水は無限に広がっている。
- d) 円板の運動は線形振動理論に支配される。
- e) 波は $\theta=0$ の方向から入射する不規則平面波であり、円板の運動は $\theta=0$ に関して対称である。
- f) 波の運動は平均値 0 のガウス確率密度分布を有する定常エルゴード過程である。
- g) 不規則波に含まれる成分波の運動は Airy の微小振幅波理論に従う。

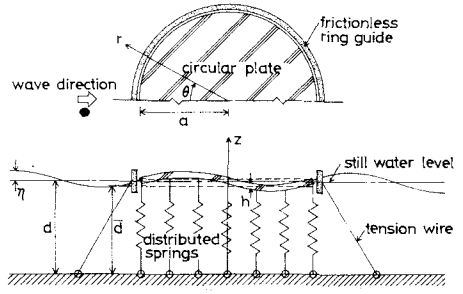


Fig.1 Analytical model.

§ 3. 円板下面に作用する動水圧分布

円板に波が作用すると、円板下面に波圧が分布し、円板は剛体運動と弾性変形との連成運動で応答する。一方、入射した波は円板の存在により反射・散乱して変形し、同時に円板の運動に伴い放射状に広がる速散波が発生する。このような波と円板の相互作用問題を解くために、海水領域を外部領域 ($r \geq a, 0 \leq z \leq d$) と内部領域 ($0 \leq r \leq a, 0 \leq z \leq d$) とに仮想的に分割する。

外部領域の速度ポテンシャル ϕ^{EX} は以下のように表わすことができる。

$$\phi^{EX} = \phi_I^{EX} + \phi_D^{EX} \quad (1)$$

ここに、 ϕ_I^{EX} は入射波の速度ポテンシャル、 ϕ_D^{EX} は反射・散乱波および速散波の速度ポテンシャルである。 ϕ_I^{EX} は以下の境界値問題を満足しなければならない。

$$\nabla^2 \phi_I^{EX} = 0 \quad ; \quad r \geq a, 0 \leq z \leq d \quad (2a) \quad \frac{\partial \phi_I^{EX}}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi_I^{EX}}{\partial t^2} = 0 \quad ; \quad z = d \quad (2b)$$

$$-\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_I^{EX}}{\partial t} = \eta \quad ; \quad z = d \quad (2c) \quad \frac{\partial \phi_I^{EX}}{\partial z} = 0 \quad ; \quad z = 0 \quad (2d)$$

ここに、 g は重力加速度、 t は時間、 η は静水面からの海面変位を表わしている。 ϕ_D^{EX} は以下の境界値問題に支配される。

$$\nabla^2 \phi_D^{EX} = 0 \quad ; \quad r \geq a, 0 \leq z \leq d \quad (3a) \quad \frac{\partial \phi_D^{EX}}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi_D^{EX}}{\partial t^2} = 0 \quad ; \quad z = d \quad (3b)$$

$$\frac{\partial \phi_D^{EX}}{\partial z} = 0 \quad ; \quad z = 0 \quad (3c) \quad \phi_D^{EX} \rightarrow 0 \quad ; \quad r \rightarrow \infty \quad (3d)$$

(3d) 式は無限遠点における放射条件を表わしている。

内部領域の速度ポテンシャル ϕ^{IN} に関する境界値問題は以下のように与えられる。

$$\nabla^2 \phi^{IN} = 0 \quad ; \quad 0 \leq r \leq a, 0 \leq z \leq d \quad (4a) \quad \frac{\partial \phi^{IN}}{\partial z} = 0 \quad ; \quad z = 0 \quad (4b)$$

$$\frac{\partial \phi^{IN}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial t} (\zeta + \omega r \cos \theta + w) \quad ; \quad z = d \quad (4c)$$

ここに、 ζ は円板の剛体上下変位、 ω は剛体回転角、 w は面外弾性変形である。(4c) 式は円板下面に

おける円板と海水の運動の連続条件を表わしている。

仮想的に分割した外部領域と内部領域の結合は、面領域の境界 ($r=a$) における以下の条件を用いて行われる。

$$\frac{\partial \phi^{EX}}{\partial r} = \frac{\partial \phi^{IN}}{\partial r} \quad ; \quad 0 \leq z \leq \bar{d} \quad (5a) \quad \frac{\partial \phi^{EX}}{\partial r} = 0 \quad ; \quad \bar{d} \leq z \leq d \quad (5b)$$

$$\phi^{EX} = \phi^{IN} \quad ; \quad 0 \leq z \leq d \quad (6)$$

(5a)式は面領域の境界における水粒子の運動の連続条件、(5b)式は円板側壁の剛体境界条件、さらに(6)式は面領域の境界における圧力の連続条件を表わしている。

入射波を円振動数 σ 、波数 k 、振幅 η_0 の正弦波と考えると、海面変位 η は次式で与えられる。

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp[i(\sigma t - kr \cos \theta)] \quad (7)$$

この時、波浪を受けて剛体運動と弾性変形の連成運動で応答する円板の下面に作用する動水圧は、円板の運動を固定した時に作用する波圧 P_F 、静水中において入射波の円振動数 σ で強制振動させた時の上下剛体運動による動水圧成分 P_H 、回転剛体運動による動水圧成分 P_R 、面外弾性変形による動水圧成分 P_E の和として以下のように表わすことができる。

$$P = P_F + P_H + P_R + P_E \quad (8)$$

各動水圧成分は、それぞれ対応する内部領域の速度ポテンシャルを用いて以下のように求められる。

$$P_F = -\rho_w \frac{\partial \phi_F^{IN}}{\partial t} \Big|_{z=\bar{d}} \quad (9a) \quad P_H = -\rho_w \frac{\partial \phi_H^{IN}}{\partial t} \Big|_{z=\bar{d}} - \rho_w g \zeta \quad (9b)$$

$$P_R = -\rho_w \frac{\partial \phi_R^{IN}}{\partial t} \Big|_{z=\bar{d}} - \rho_w g \omega r \cos \theta \quad (9c) \quad P_E = -\rho_w \frac{\partial \phi_E^{IN}}{\partial t} \Big|_{z=\bar{d}} - \rho_w g w \quad (9d)$$

ここに、 ρ_w は海水の質量密度であり、 ϕ_F^{IN} 、 ϕ_H^{IN} 、 ϕ_R^{IN} 、 ϕ_E^{IN} はそれぞれ(4c)式の右辺を 0 、 $\partial \zeta / \partial t$ 、 $\partial(\omega r \cos \theta) / \partial t$ 、 $\partial w / \partial t$ と順次置き換えることにより求められる。

§4. 未定係数の決定

(2a~d)式および(3a~d)式を満足する外部領域の速度ポテンシャルは次式で与えられる。

$$\phi^{EX} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left\{ A_{n0} \frac{J_n(kr)}{J_n(ka)} + B_{n0} \frac{H_n^{(2)}(kr)}{H_n^{(2)}(ka)} \right\} \cosh(kz) + \sum_{j=1}^{\infty} C_{nj} \frac{K_n(k_j r)}{K_n(k_j a)} \cos(k_j z) \right] \cos n\theta \cdot \exp(i\sigma t) \quad (10)$$

ここに、 $J_n(kr)$ は n 位の第1種ベッセル関数、 $H_n^{(2)}(kr)$ は第2種ハンケル関数、 $K_n(k_j r)$ は第2種変形ベッセル関数、 k と k_j は以下の超越方程式の根である。

$$\sigma^2 = k g \tanh(kd) = -k_j g \tan(k_j d) \quad (11)$$

また、 B_{n0} 、 C_{nj} は未定係数であり、 A_{n0} は次式で与えられる係数である。

$$A_{n0} = i^{n+1} \varepsilon_n J_n(ka) \eta_0 g / \sigma \cdot \cosh(kd) \quad (12)$$

ここに、 $\varepsilon_0 = 1$ 、 $\varepsilon_n = 2$ ($n \geq 1$) である。

(4a~d)式を満足する内部領域の速度ポテンシャルは各動水圧成分ごとに次式で与えられる。

$$\phi_F^{IN} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[D_{n0} \left(\frac{r}{a} \right)^n + \sum_{s=1}^{\infty} D_{ns} \frac{I_n(l_s r)}{I_n(l_s a)} \cos(l_s z) \right] \cos n\theta \cdot \exp(i\sigma t) \quad (13a)$$

$$\phi_H^{IN} = \left[D_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ D_{0s} \frac{I_0(l_s r)}{I_0(l_s a)} \cos(l_s z) + \frac{2i\sigma \zeta_0 a}{\lambda_{0s}^2} \frac{J_0(\bar{\lambda}_{0s} r)}{J_1(\lambda_{0s})} \frac{\cosh(\bar{\lambda}_{0s} z)}{\sinh(\bar{\lambda}_{0s} d)} \right\} \right] \exp(i\sigma t) \quad (13b)$$

$$\phi_R^{IN} = \left[D_{10} \frac{r}{a} + \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ D_{1s} \frac{I_1(l_s r)}{I_1(l_s a)} \cos(l_s z) + \frac{2i\sigma \omega_0 a^2}{\lambda_{1s}^2} \frac{J_1(\bar{\lambda}_{1s} r)}{J_2(\lambda_{1s})} \frac{\cosh(\bar{\lambda}_{1s} z)}{\sinh(\bar{\lambda}_{1s} d)} \right\} \right] \cos \theta \exp(i\sigma t) \quad (13c)$$

$$\phi_E^{IN} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[D_{n0} \left(\frac{r}{a} \right)^n + \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ D_{ns} \frac{I_n(l_s r)}{I_n(l_s a)} \cos(l_s z) + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2i\sigma}{a \lambda_{ns}} \frac{J_n(\bar{\lambda}_{ns} r)}{J_{n+1}^2(\lambda_{ns})} \frac{\cosh(\bar{\lambda}_{ns} z)}{\sinh(\bar{\lambda}_{ns} d)} \right. \right. \\ \left. \left. \int_0^a \mathcal{W}_{mn}(r) J_n(\bar{\lambda}_{ns} r) r dr \cdot H_{mn}(\sigma) \cdot Q_{mn}(\sigma) \cdot \exp(i\sigma t) \right\} \right] \quad (13d)$$

ここに、 $I_n(l_s r)$ は n 位の第 1 種変形ベッセル関数、 $l_s = s\pi/d$ 、 λ_{ns} は $J_n(\lambda_{ns}) = 0$ を満足する正の s 番目の根、 $\bar{\lambda}_{ns} = \lambda_{ns}/a$ 、 ζ_0 は上下剛体運動の振幅、 ω_0 は回転剛体運動の回転角、 D_{n0} と D_{ns} は未定係数である。また、(13d) 式において $\mathcal{W}_{mn}(r)$ は静穏な海面に浮遊する円板の mn 次連成自由振動モード (n は節直径の数、 m は節円の数)、 $H_{mn}(\sigma)$ は mn 次周波数応答関数、 $Q_{mn}(\sigma)$ は一般化力の振幅であり、これらを用いて面外弾性変形は以下のように表わされる。

$$\mathcal{W} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \mathcal{W}_{mn}(r) \cos n\theta \cdot H_{mn}(\sigma) Q_{mn}(\sigma) \exp(i\sigma t) \quad (14)$$

(13a~d) 式をそれぞれ (5a, b) 式および (6) 式の ϕ^{IN} の項に代入し、双曲線関数と三角関数の直交特性を利用すると、(10) 式の未定係数 B_{n0} 、 C_{nj} と (13a~d) 式の未定係数 D_{n0} 、 D_{ns} に関する連立方程式が各動水圧成分ごとに得られる。この連立方程式の解として各動水圧成分の未定係数は決定する。しかし、(13b) 式と (13c) 式の ζ_0 と ω_0 もこの段階では未知数であり直接連立方程式を解くことはできない。そこでさらに上下剛体運動と回転剛体運動それぞれに関する以下のような動的釣合式を考える。

$$M_p \ddot{\zeta} = \int_0^a \int_0^{2\pi} P_{FH} \cdot r d\theta dr \quad (15a) \quad I_p \ddot{\omega} = \int_0^a \int_0^{2\pi} P_{FR} \cdot r \cos \theta \cdot r d\theta dr \quad (15b)$$

ここに、 $\cdot = \partial/\partial t$ 、 M_p は円板の質量、 I_p は円板の慣性モーメント、 P_{FH} と P_{FR} はそれぞれ上下および回転運動する剛円板に作用する波圧であり以下のように与えられる。

$$P_{FH} = P_F + P_H - \rho^s \zeta \quad (16a) \quad P_{FR} = P_F + P_R - \rho^s \omega r \cos \theta \quad (16b)$$

ここに、 ρ^s は分布バネの単位面積当りのバネ定数である。(13b, c) 式をそれぞれ (9b, c) 式に代入し、さらに (16a, b) 式および (15a, b) 式に代入すると、 ζ_0 と ω_0 を未定係数 B_{n0} 、 C_{nj} 、 D_{n0} 、 D_{ns} を用いて表わすことができる。この結果を (13b, c) 式に代入すれば、すべての未定係数は一意的に定められる。

§5. 運動方程式

(14) 式において一般化座標 $q_{mn}(t)$ を以下のように定める。

$$q_{mn}(t) = H_{mn}(\sigma) \cdot Q_{mn}(\sigma) \cdot \exp(i\sigma t) \quad (17)$$

この時ラグランジュ方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{g}_{mn}} \right) - \frac{\partial T}{\partial g_{mn}} + \frac{\partial S}{\partial g_{mn}} + \frac{\partial R}{\partial \dot{g}_{mn}} = Q_{mn}(t) \quad (18)$$

ここに、 T と S は円板の運動エネルギーとひずみエネルギーであり、それぞれ面外変位 w を用いて以下のように与えられる。

$$T = \frac{\rho_p h}{2} \int_0^a \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 r d\theta dr \quad (19)$$

$$S = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right\} \right] r d\theta dr \quad (20)$$

ここに、 ρ_p は円板材料の質量密度、 $D = E h^3 / 12 (1 - \nu^2)$ は円板の曲げ剛性、 E はヤング係数、 ν はポアソン比である。 R は円板の材料減衰に関する散逸関数であり次式で与えられる。

$$R = \frac{C}{2} \int_0^a \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 r d\theta dr \quad (21)$$

ここに、 C は単位面積当りの粘性減衰係数である。また、一般化力 $Q_{mn}(t)$ は次式で与えられる。

$$Q_{mn}(t) = \int_0^a \int_0^{2\pi} (P_F + P_H + P_R + P_E + P_S) w_{mn}(r) \cos n\theta r d\theta dr \quad (22)$$

ここに、 P_S は分布バネの復元力であり以下のように表わせる。

$$P_S = -k^s (\zeta + \omega r \cos \theta + w) \quad (23)$$

一般化座標 $g_{mn}(t)$ として、円板～海水～分布バネ連成系の自由振動モードにより直交化される規範座標系を用いると、円板の弾性変形に関する P_E と P_S の第3項目が左辺に移項でき以下のように書き表わすことができる。

$$(M_{mn} + M_{mn}^*) \ddot{g}_{mn}(t) + (C_{mn} + C_{mn}^*) \dot{g}_{mn}(t) + (K_{mn} + K_{mn}^*) g_{mn}(t) = Q_{mn}^*(t) \quad (24)$$

ここに、 M_{mn} 、 C_{mn} 、 K_{mn} 、 $Q_{mn}^*(t)$ はそれぞれ円板の mn 次一般化質量、一般化減衰、一般化剛性、および一般化外力であり以下のように与えられる。

$$M_{mn} = \gamma_n \pi \rho_p h \int_0^a w_{mn}^2(r) r dr \quad (25a) \quad C_{mn} = 2 \xi_{mn} \omega_{mn} M_{mn} \quad (25b)$$

$$K_{mn} = \omega_{mn}^2 M_{mn} \quad (25c)$$

$$Q_{mn}^*(t) = \int_0^a \int_0^{2\pi} (P_F + P_R + P_H + P_S^*) w_{mn}(r) \cos n\theta r d\theta dr \quad (25d)$$

ここに、 $\gamma_0 = 2$ 、 $\gamma_n = 1$ ($n \geq 1$)、 ξ_{mn} と ω_{mn} はそれぞれ空中における円板の mn 次材料減衰比と mn 次固有円振動数であり、

$$P_S^* = -k^s (\zeta + \omega r \cos \theta) \quad (26)$$

である。また、 M_{mn}^* 、 C_{mn}^* 、 K_{mn}^* はそれぞれ円板の弾性変形と海水との相互作用に伴う mn 次一般化

付加質量、一般化付加減衰、一般化付加剛性である。 M_{mn}^* と C_{mn}^* はそれぞれ弾性変形に伴う動水圧成分を $\dot{g}_{mn}(t)$ に同位相の成分と $\dot{g}_{mn}(t)$ に同位相の成分とに分離することにより求めることができる。また、 K_{mn}^* は弾性変形に伴う分布バネと海面の復元力とを含み次式により与えられる。

$$K_{mn}^* = \gamma_n \pi (\rho_w g + k^s) \int_0^a w_{mn}^2(r) \cdot r \, dr \quad (27)$$

円板～海水～分布バネ連成系の自由振動解析の結果から以下の関係が得られる。

$$K_{mn} + K_{mn}^* = \bar{\omega}_{mn}^2 (M_{mn} + M_{mn}^*) \quad (28)$$

ここに、 $\bar{\omega}_{mn}$ は海上における円板の mn 次連成固有円振動数である。海上における見かけの mn 次材料粘性減衰比 $\bar{\xi}_{mn}$ と円板の弾性変形に伴う mn 次連散減衰比 $\bar{\xi}_{mn}^*$ は以下のように表わせる。

$$\bar{\xi}_{mn} = \frac{C_{mn}}{2 \bar{\omega}_{mn} (M_{mn} + M_{mn}^*)} = \frac{\bar{\omega}_{mn}}{\omega_{mn}} \xi_{mn} \quad (29a)$$

$$\bar{\xi}_{mn}^* = \frac{C_{mn}^*}{2 \bar{\omega}_{mn} (M_{mn} + M_{mn}^*)} \quad (29b)$$

(28)式と(29a, b)式を(24)式に代入すると、調和入力に対する mn 次非連成運動方程式は最終的に次式で与えられる。

$$\ddot{g}_{mn}(t) + 2 \bar{\omega}_{mn} (\bar{\xi}_{mn} + \bar{\xi}_{mn}^*) \dot{g}_{mn}(t) + \bar{\omega}_{mn}^2 g_{mn}(t) = Q_{mn}^*(t) / (M_{mn} + M_{mn}^*) \quad (30)$$

§ 6. 不規則波応答解析

実際の海の波は振幅、波長、位相の異なる調和成分波を重ね合せた不規則波である。不規則波は次式によりシミュレートすることができる。

$$\eta = \lim_{\substack{\Delta\sigma \rightarrow 0 \\ N \Delta\sigma \rightarrow \infty}} \sum_{j=-N}^N \sqrt{2 S_{\eta\eta}(\sigma_j) \Delta\sigma} \cos(\sigma_j t - k_j r \cos\theta - \varepsilon_j) \quad (31)$$

ここに、 σ_j 、 k_j 、 ε_j はそれぞれ j 番目の成分波の円振動数、波数、および位相角である。 $S_{\eta\eta}(\sigma)$ は波高スเปクトルであり、本研究では次式のPiersonとMoskowitz²⁾のスเปクトルを用いる。

$$S_{\eta\eta}(\sigma) = \frac{\alpha g^2}{\sigma^5} \exp \left[-\beta \left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^4 \right] \quad (-\infty < \sigma < \infty) \quad (32)$$

ここに、 $\alpha = 4.05 \times 10^{-3}$ 、 $\beta = 0.74$ 、 $\sigma_0 = g/V$ (V は海面上19.5mでの平均風速)である。

一般化座標 $g_{mn}(t)$ の自乗平均値は以下のように与えられる。

$$\bar{g}_{mn}^2 = \frac{1}{2} \lim_{\substack{\Delta\sigma \rightarrow 0 \\ N \Delta\sigma \rightarrow \infty}} \sum_{j=-N}^N |H_{mn}(\sigma_j)|^2 |Q_{mn}^*(\sigma_j)|^2 \quad (33)$$

ここに、

$$|H_{mn}(\sigma_j)|^2 = \frac{1}{(M_{mn} + M_{mn}^*)^2} \frac{1}{(\bar{\omega}_{mn}^2 - \sigma^2)^2 + 4(\bar{\xi}_{mn} + \bar{\xi}_{mn}^*)^2 \bar{\omega}_{mn}^2 \sigma^2} \quad (34)$$

である。(33)式が得られれば、円板の変位および応力の自乗平均値は以下のようにして求めることができる。

$$\overline{W}^2 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} W_{mn}^2(r) \cos^2 n\theta \overline{q}_{mn}^2 \quad (35a)$$

$$\overline{Q}_r^2 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Q_{r mn}^2(r) \cos^2 n\theta \overline{q}_{mn}^2 \quad (35b)$$

$$\overline{M}_r^2 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} M_{r mn}^2(r) \cos^2 n\theta \overline{q}_{mn}^2 \quad (35c)$$

ここに、 $Q_{r mn}(r)$ と $M_{r mn}(r)$ はそれぞれせん断力と曲げモーメントの mn 次連成自由振動モードである。

§ 7. 数値結果と検討

円板の半径を500mに固定し、材料定数をヤング係数 $=2.0 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $=0.15$ 、質量密度 $=0.714 \times 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{sec}^2/\text{cm}^4$ とする。また海水の質量密度は $1.046 \times 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{sec}^2/\text{cm}^4$ とする。

図2に、円板の板厚による固有振動数の変化を示す。設置水深を $d/a=0.6$ とし、分布バネのない自由浮体を考える。空中での固有振動数(破線)は円板の板厚に比例して直線的に増加する。これに対し、海上での連成固有振動数は板厚が厚くなるにつれてその変化率は空中での直線勾配に漸近するが、板厚が薄くなると変化率は徐々に減少し空中での直線勾配からのずれが大きくなる。

図3に、設置水深による固有振動数の変化を示す。板厚を $h/a=0.02$ とし、分布バネのない自由浮体を考える。設置水深が残くなると、固有振動数は徐々に減少する。逆に、設置水深が円板半径の1/2以上になると、固有振動数は一定値となる。これは、設置水深が残くなると海底の存在により円板の弾性変形と海水との相互作用に伴う動水圧が増大し、付加質量効果が大きくなるためであると考えられる。

図4に、円板下面に取り付けた分布バネのバネ定数による固有振動数の変化を示す。設置水深は $d/a=0.6$ 、板厚は $h/a=0.02$ とする。分布バネのバネ定数 k_s が 10^{-4} kg/cm^2 より小さい場合は固有振動数の値にほとんど影響を与えないが、 10^{-4} kg/cm^2 より大きくなると連成系の固有振動数の増加は顕著となる。

海面上19.5mでの平均風速が20m/sの時に充分発達した波を受ける浮遊円板の波浪応答挙動を検討する。

図5に、アンカーのない自由浮体の板厚 $h/a=0.02$ と0.10の場合に関し、弾性変形と剛体運動の振幅を比較

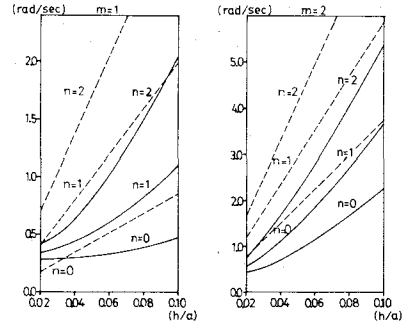


Fig.2 Variation of natural frequencies due to plate thicknesses ($k_s=0, d/a=0.6$).

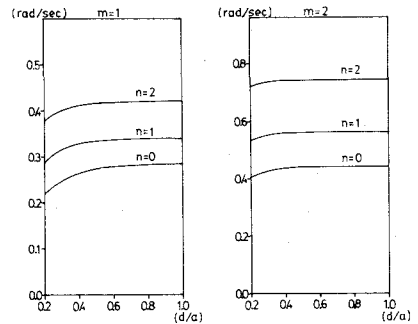


Fig.3 Variation of natural frequencies due to water depths ($k_s=0, h/a=0.02$).

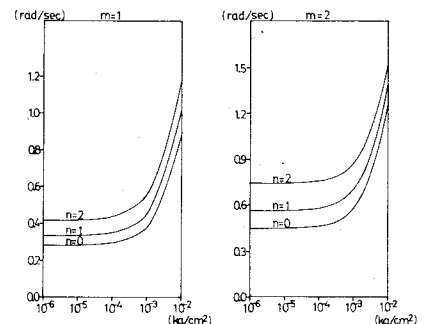


Fig.4 Variation of natural frequencies due to spring stiffnesses ($d/a=0.6, h/a=0.02$).

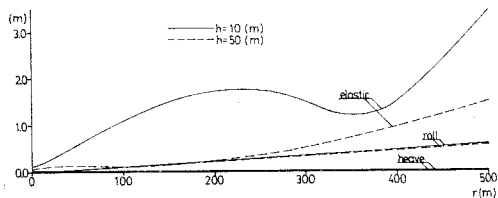


Fig.5 Variation of displacement response of the elastic deformation and rigid body motion due to plate thicknesses ($k^s=0.0, d/a=0.6$).

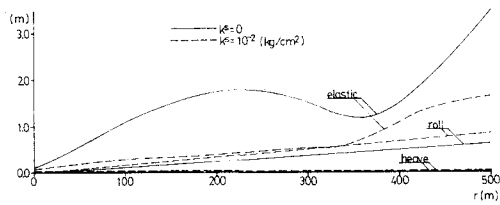


Fig.6 Variation of displacement response of the elastic deformation and rigid body motion due to spring stiffnesses ($d/a=0.6, h/a=0.02$).

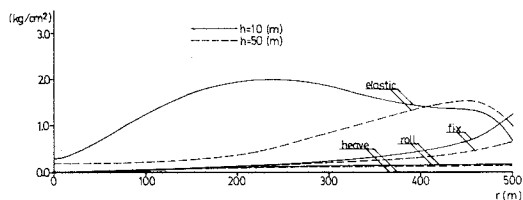


Fig.7 Variation of hydrodynamic pressure components due to plate thicknesses ($k^s=0.0, d/a=0.6$).

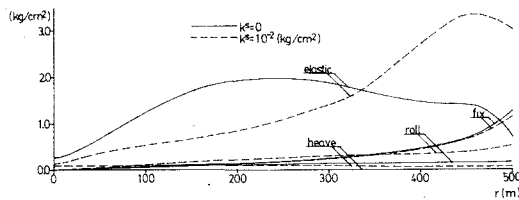


Fig.8 Variation of hydrodynamic pressure components due to spring stiffnesses ($d/a=0.6, h/a=0.02$).

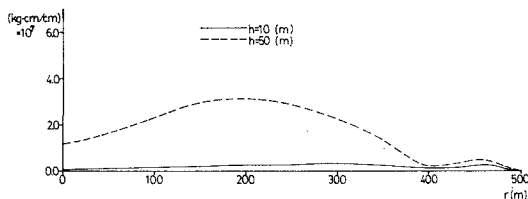


Fig.9 Variation of radial bending moment (M_r) due to plate thicknesses ($k^s=0.0, d/a=0.6$).

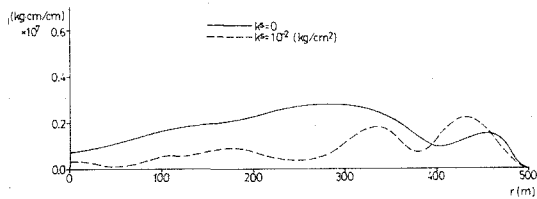


Fig.10 Variation of radial bending moment (M_r) due to spring stiffnesses ($d/a=0.6, h/a=0.02$).

した。板厚による剛体運動の振幅の変化はほとんど認められないが、板厚が薄くなると円板の弾性変形が大幅に増大することがわかる。図6に、板厚を $h/a=0.02$ とし、 $k^s=10^{-2} \text{ kg/cm}^2$ の分布バネをアンカーに用いた時の変形量をアンカーのない自由浮体の変形量と比較した。適当な分布バネを取り付けることにより、弾性変形量を大幅に引き下げることができる。

図7に、自由浮体の場合の板厚による動水圧分布の変化を示した。板厚が薄くなると弾性変形に伴う動水圧成分が大幅に増加する。しかし、板厚が $h/a=0.10$ の場合には円板周辺近傍で弾性変形に伴う動水圧成分が大きくなり、 $h/a=0.02$ の場合の値を凌いでいる。図8に、分布バネを取り付けることによる動水圧分布の変化を示した。中央部では分布バネのない方が弾性変形に伴う動水圧成分が大きい、円板周辺では分布バネを取り付けた方が大きい。

図9に、自由浮体の場合の板厚による曲げモーメントの変化を示した。板厚が厚い場合には、弾性変形量は小さくなるものの曲げモーメントはかなり大きくなる。図10に、板厚 $h/a=0.02$ の時の分布バネの有無による曲げモーメントの変化を示した。分布バネを取り付けることにより、円板に生じる曲げモーメントを低減できることがわかる。

図11に、円板の弾性変形と海水との相互作用に伴う逸散減衰と円板材料の粘性減衰とを、円板の全応答に最も大きな影響を与える $(n, m) = (2, 0)$ のモードに関する減衰比で比較して示した。逸散減衰が材料減衰を大きく上まわり、重要な減衰機構となることがわかる。

図12に、風速変化による円板の応答量変化を示す。風速10~25 m/sでは円板の弾性変形が剛体変位に比して卓越しているが、25 m/s以上では回転剛体運動が急速に増大してくる。

§ 8. 結び

本論文では、モーダル・アナリシスによる弾性変形を考慮した浮遊円板の波浪応答解析手法を示し、数値結果に基づき不規則波に対する応答挙動を検討した。以下に主要な結果を要約する。

1. 円板の板厚が薄くなると、円板の弾性変形は剛体運動に比してはるかに大きくなる。
2. 円板の弾性変形に伴う逸散減衰は、円板材料の粘性減衰よりも重要な減衰機構となる。
3. 円板下面にアンカーとして適当な分布バネを取り付けることにより、円板の弾性変形と円板内に生じる応力を大幅に引き下げることができる。
4. 設置水深が浅い場合には、海底の存在が応答量に影響を与えるようになる。

参考文献

- 1) Garret, C.J.R., "Wave Forces on a Circular Dock", *J. Fluid Mechanics*, Vol. 46 (1971), p. 129~139.
- 2) 井島武士、田端幹修、湯村やす：「有限水深の波による円柱状浮体の運動」，土木学会論文報告集，第206号（1972, 10），p. 71~84.
- 3) 伊藤喜行、木原力：「円柱の動揺に伴う造波抵抗 杭の波力応答と円形浮体の挙動への応用」，港湾技術研究所報告，第11巻第3号（1972），p. 37~58.
- 4) Wen, Y-K, Shinozuka, M., "Analysis of Floating Plate Under Ocean Waves", *Proc. ASCE*, Vol. 98 WW2 (1972), p. 177~190.
- 5) Wen, Y-K, "Interaction of Ocean Waves with Floating Plate", *Proc. ASCE*, Vol. 100 EM2 (1974), p. 375~394.
- 6) 岡本強一、増田光一、加藤渉：「超大型浮遊式海洋構造物の波浪応答解析 第1報 流体と弾性深との動的相互作用」，日本建築学会論文報告集，第314号（昭和57年4月），p. 166~175.
- 7) Pierson, W.J., Moskowitz, L., "Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S.A. Kitaigorodskii", *J. Geophys. Res.*, Vol. 69 (1964), p. 5181~90.

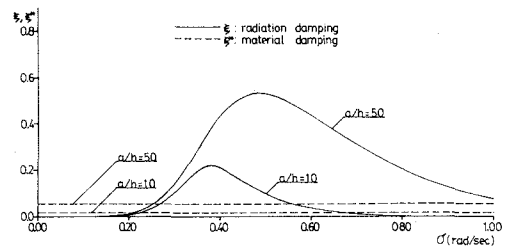


Fig.11 Variation of modal hydrodynamic radiation damping ratios ($n=2, m=0$).

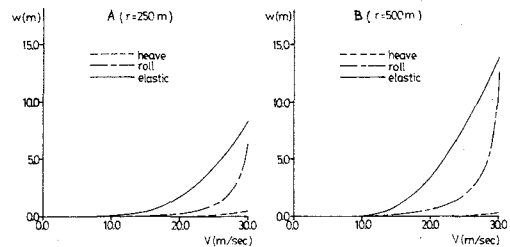


Fig.12 Variation of the elastic deformation and rigid body motion due to wind speeds at the points A ($r=250$ m, $\theta=0$) and B ($r=500$ m, $\theta=0$).

RANDOM WAVE RESPONSE OF FLOATING OFFSHORE CIRCULAR PLATES

Yasuo Tanaka*, Takuji Hamamoto**, Shoji Yoshida***

Wave response characteristics of offshore elastic circular plate structures floating on the sea of finite depth and anchored by uniformly distributed springs to the sea bed are investigated, taking into account the wave diffraction and wave-structure interaction. The excitation is due to wind-induced random ocean waves.

The wave pressure acting on the bottom surface of a circular plate in motion is composed of the wave pressure on the motionless state and the hydrodynamic pressure components due to the rigid body motion and elastic deformation of the plate. These hydrodynamic pressure components can be obtained analytically on the basis of a linear potential flow theory.

The modal equations of motion governing the motion of a liquid-plate-spring coupled system are derived from Lagrange's equation, making use of the orthogonality properties of the free vibration mode shapes of the fluid-plate-spring coupled system. The mode shapes of a circular plate interacting with liquid are assumed by the superposition of the exact mode shapes of the plate with free edge in air. Some numerical examples are presented to illustrate the wave response characteristics due to the changes of thicknesses of circular plates, the stiffnesses of distributed springs and the depths of liquid.

The results are summarized as follows.

1. As the plate thickness becomes thinner, the elastic deformation of the plate becomes dominant in the overall response including the rigid body motion.
2. The hydrodynamic radiation damping associated with the elastic deformation of a plate is significant in comparison with the material damping of the plate.
3. As the water depth becomes shallower, the added mass effects are increased by the existence of sea bed.
4. The elastic deformation and internal force of a plate can be reduced by using suitable anchor system.

* Professor, Dept. of Architecture, Waseda University.

** Ohbayashi-gumi Ltd.

*** Graduate student of Waseda University.