

(27) 球形タンク支持構造の模型載荷実験と弾塑性解析

○山田隆夫<sup>\*1</sup>、高梨晃一<sup>\*2</sup>、田中 尚<sup>\*2</sup>

§1 序 球形タンクの構造上の特徴は、球殻と内容物(液)及び、球殻を支持する下部の立体骨組構造物に要約される。既に、前者については、柴田・曾我部は「小型模型による液面動揺振動実験」を行ない、内部液体の自由液量率と、支持構造に加わる地震力の計算法を示した<sup>(1)</sup>。又、後者については、山本・河田は「球形タンク部分模型の静的加力実験」を行ない、球殻と支柱接合部周りの応力分布を調べ<sup>(1)</sup>。また、秋山は「下部支持構造体の動的崩壊実験」を行ない、耐震要素として、引張筋違を有する構造系としての崩壊過程について研究している<sup>(1)</sup>。然し乍ら、支持構造系に関して、球殻の影響を考慮した系統的研究は行なわれていない。

著者らは、支持構造形式として、柱・梁崩壊形のラーメン形式と、細長比の異なる筋違形式の計7体の球殻-支持構造模型を製作して、載荷実験を行ない復元力特性を調べた<sup>(5)</sup>。本論では、球殻-支柱接合部<sup>(2)</sup>及び、筋違に関する既往の研究を、弾塑性解析に適用し、復元力特性を、どの程度、シミュレートできるかを検討した。

§2 実験概要 試験体は、厚さ約3.2mmのSPC材の板より、ヘラ終りにて成形したフランジ付半球殻とSTK41の鋼管支柱を基本とし、これに、水平抵抗要素として筋違・梁を用いた2種類とし、合計7体の模型試験体を製作した。試験体名称は、下記のように定める。

$$\text{BT} - \left\{ \begin{array}{l} \text{T} \\ \text{C} \\ \text{CS} \end{array} \right\} - n \quad \begin{array}{l} n: \text{支柱本数} \\ \text{BT}; \text{筋違形式} \\ \text{C}; \text{圧縮筋違有効} \\ \text{CS}; \text{圧縮筋違有効断面小} \end{array} \quad \text{RT} - \left\{ \begin{array}{l} \text{C} \\ \text{B} \end{array} \right\} - n \quad \begin{array}{l} \text{RT}; \text{ラーメン形式} \\ \text{C}; \text{柱崩壊型} \\ \text{B}; \text{梁崩壊型} \end{array}$$

球形タンク模型構成部材の素材試験結果を Table-1 に示す。試験体は全て、半球殻に支柱が溶接され、柱脚は、ラーメン形式は、固定、筋違形式は、ピン支持とした。載荷装置を Fig.1 に各種試験体を Fig.2 に示す。球殻を半球にしたのは、水平力を均等に加える為である。載荷はアクチュエータを使用し、荷重はロードセルにより、所要の段階に到達、手動操作により制御(弾性範囲は、荷重制御、塑性範囲では、変位制御)し、差動トランス型変位計により、系全体の水平変位  $\delta$  と 接し角  $\theta$  を測定し、又、歪ゲージ(W.S.G)を貼付して、柱・梁・筋違主要部の歪測定を行なった。

§3 塑性ヒンジ法による骨組の弾塑性解析

3.1 序 塑性ヒンジ法に弾完全塑性体として、塑性流動則を導入し、弾塑性剛性マトリクスを導き、直接剛性法による立体骨組解析を行なったものに、上田<sup>(6)</sup>の研究がある。上田は塑性ヒンジでの弾塑性復活の判定をしながら、外力荷重の反転も扱える方法を示した。従って、これにより、任意の変動荷重に対する弾塑性挙動を理論的にシミュレートできる。

然し乍ら、実際の構造物が繰返し力を受け弾塑性挙動をする時、部材は弾完全塑性体ではなく、また塑性域は加工硬化するから、その分、耐力は高くなる。[\*1. 日本鋼管 \*2. 東大生研教授]

加工硬化の数式モデルとしては、降伏曲面の拡大に関する等方硬化と、降伏曲面の中心の移動に関する移動硬化（この項説に、Prager 則と Ziegler 則の 2 つがある）が比較的、適用が簡単である為、しばしば用いられる。<sup>(7)</sup>

花井は上田の方法に、移動硬化（Ziegler 則）を加えて、理論を發展し、平面骨組の実験と比較して、力学的特性を良く、シミュレートできる事を示した<sup>(9)</sup>。なお、塑性変形が大きくなると、理論上の耐力は多少、実験より低い傾向にある。

ここでは、上田の方法に、移動硬化（Prager 則）と、更に、等方硬化を考慮した場合の解析法について述べる。弾塑性剛性マトリクスは花井と形式的に同じであるが、等方硬化の数式表示を追加した。

3.2. 硬化法則 降伏曲面の塑性変形に伴う変化を規定する法則を硬化法則という。降伏曲面の回転と、ゆがみ<sup>(7,10)</sup>が無くして、表現が簡単で、解析に適用し得る基本的な硬化法則として、等方硬化と移動硬化則がある。

(1) 等方硬化則 降伏曲面は硬化に伴って、中心位置が一定のまま、降伏曲面を規定する全ての応力に関して、同じ割合で相似的に拡大されると考える。従って、降伏関数は、自ずと限定されたものになる。(Fig.3)。即ち、応力空間  $Q$  に於ける降伏曲面歪の中心を  $\bar{\alpha}$ 、硬化を表わすパラメータを  $\kappa$ 、曲面の等方的な拡大率を  $e$  とする時、歪は、

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}(Q - \bar{\alpha}, \kappa) = \bar{\alpha} \{ e(Q - \bar{\alpha}), e\kappa \} = 0 \quad (1)$$

を満足するものでなければならぬ。等方硬化則では Baushinger 効果を表現できない。

(2) 移動硬化則 降伏曲面は硬化に伴って、その大きさを変えないが、中心位置が移動する。と考える。即ち、 $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}(Q - \bar{\alpha}, \kappa) = \bar{\alpha}(Q - \bar{\alpha})$  (2)

Prager は中心の移動  $\dot{\bar{\alpha}}$  が塑性ひずみ増分  $\dot{\epsilon}_p$  に比例する。即ち

$$\dot{\bar{\alpha}} = \hat{H} \dot{\epsilon}_p \quad (\hat{H}; \text{移動硬化に関する硬化係数}) \quad (3)$$

とし、又、Ziegler は、 $\dot{\bar{\alpha}} = \hat{H}(Q - \bar{\alpha})$  (4)

と考へた。<sup>(7)</sup> ここでは、便宜上、Prager 則を用いる。(Fig.4)。塑性ひずみ増分  $\dot{\epsilon}_p$  と、降伏曲面の中心の移動  $\dot{\bar{\alpha}}$  の方向は Fig.5 に示す。これにより、Baushinger 効果を定性的に表現できる。

### 3.3. 降伏関数、塑性流動則

$N$ : 軸力,  $N_p$ : 全塑性軸力,  $M_y, M_z$ : 部材  $y, z$  軸回り曲げモーメント,  $M_{py}, M_{pz}$ : 部材  $y, z$  軸回り曲げ全塑性モーメント,  $Q$ : 一般化応力 ( $N, M_y, M_z$ )  $dQ^e, dQ^p$ : 一般化応力弾性・塑性増分  $\bar{\alpha}$ : 降伏関数の中心座標 ( $\bar{\alpha}_x, \bar{\alpha}_y, \bar{\alpha}_z$ )  $d\bar{\alpha}$ :  $\bar{\alpha}$  の増分,  $\alpha$ :  $\bar{\alpha}$  の無次元量 ( $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ )  $\kappa$ : 降伏関数の大きさを表わすパラメータ (初期値: 1.0),  $\xi$ : 一般化変位,  $d\xi^e, d\xi^p$ : 一般化変位弾性・塑性増分,  $C$ : (移動+等方)硬化に関する硬化係数 (Fig.5 の H に対応)

$\hat{C}$ : 移動硬化に関する硬化係数 (Fig.5 の  $\hat{H}$  に対応)

とする。軸力と二軸曲げを受ける部材の降伏関数歪は、パラメータ  $\beta$  を用いて、次式で表わす (Fig.6.7)。

$$\begin{aligned} (i) \quad |N/N_p| > \beta \sqrt{(M_y/M_{py})^2 + (M_z/M_{pz})^2} & ; \quad \bar{\alpha} = |N/N_p| + (1-\beta) \sqrt{(M_y/M_{py})^2 + (M_z/M_{pz})^2} - 1 = 0 \\ (ii) \quad |N/N_p| \leq \beta \sqrt{(M_y/M_{py})^2 + (M_z/M_{pz})^2} & ; \quad \bar{\alpha} = \sqrt{(M_y/M_{py})^2 + (M_z/M_{pz})^2} - 1 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

(5) 式を降伏曲面の中心の移動  $\alpha$  と、拡大  $\kappa$  を用いて表わすと、

$$(i) \quad |N/N_p - \alpha_x| > \beta \sqrt{(M_y/M_{py} - \alpha_y)^2 + (M_z/M_{pz} - \alpha_z)^2} ;$$

$$\Phi = |N/N_p - \alpha_x| + (1-\beta) \sqrt{(M_y/M_{py} - \alpha_y)^2 + (M_z/M_{pz} - \alpha_z)^2} - \kappa = 0$$

$$(ii) |N/N_p - \alpha_x| \leq \beta \sqrt{(M_y/M_{py} - \alpha_y)^2 + (M_z/M_{pz} - \alpha_z)^2}; \quad \Phi = \sqrt{(M_y/M_{py} - \alpha_y)^2 + (M_z/M_{pz} - \alpha_z)^2} - \kappa = 0 \quad (6)$$

(6)式より,  $\{\partial\Phi/\partial Q\}$  の非零成分の2つを記すと

$$(i) |N/N_p - \alpha_x| > \beta \sqrt{(M_y/M_{py} - \alpha_y)^2 + (M_z/M_{pz} - \alpha_z)^2};$$

$$\left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial Q} \right\} = \begin{cases} \frac{\partial\Phi}{\partial N} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial M_y} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial M_z} \end{cases} = \begin{cases} \text{sgn}(N/N_p - \alpha_x) / N_p & (\text{sgn}(x): x \text{ の符号を表わす}) \\ (1-\beta)(M_y/M_{py} - \alpha_y) / M_{py} \sqrt{(M_y/M_{py} - \alpha_y)^2 + (M_z/M_{pz} - \alpha_z)^2} \\ (1-\beta)(M_z/M_{pz} - \alpha_z) / M_{pz} \sqrt{(M_y/M_{py} - \alpha_y)^2 + (M_z/M_{pz} - \alpha_z)^2} \end{cases}$$

$$(ii) |N/N_p - \alpha_x| \leq \beta \sqrt{(M_y/M_{py} - \alpha_y)^2 + (M_z/M_{pz} - \alpha_z)^2};$$

$$\left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial Q} \right\} = \begin{cases} \frac{\partial\Phi}{\partial N} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial M_y} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial M_z} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ (M_y/M_{py} - \alpha_y) / M_{py} \sqrt{(M_y/M_{py} - \alpha_y)^2 + (M_z/M_{pz} - \alpha_z)^2} \\ (M_z/M_{pz} - \alpha_z) / M_{pz} \sqrt{(M_y/M_{py} - \alpha_y)^2 + (M_z/M_{pz} - \alpha_z)^2} \end{cases} \quad (7)$$

部材(部材端  $i, j$ ) の弾性応力増分  $\{dQ^e\}$  と弾性変位増分  $\{d\delta^e\}$  は弾性剛性マトリクス  $[k^e]$  を用いて

$$\{dQ^e\} = \begin{Bmatrix} dQ_i^e \\ dQ_j^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i^e \\ d\delta_j^e \end{Bmatrix} = [k^e] \{d\delta^e\} \quad (8)$$

塑性応力増分  $\{dQ^p\}$  と、塑性変位増分  $\{d\delta^p\}$  は硬化係数  $C$  を用いて次式で表わせると仮定する。

$$\{dQ^p\} = \begin{Bmatrix} dQ_i^p \\ dQ_j^p \end{Bmatrix} = C \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i^p \\ d\delta_j^p \end{Bmatrix} = C [k^e] \{d\delta^p\} \quad (9)$$

塑性ポテンシャル論より, 塑性変位増分  $\{d\delta^p\}$  は、降伏関数  $\Phi$  を用いて

$$\{d\delta^p\}_k = \left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial Q} \right\}_k d\lambda_k \quad (k=i \text{ or } j) \quad (10)$$

ここに,  $d\lambda_k$  はスカラーである。

(i)  $\Phi \geq 0, d\lambda_k > 0$ ; 塑性流れ状態, (ii)  $\Phi = 0, d\lambda_k = 0$ ; 中立, (iii)  $\Phi \leq 0, d\lambda_k < 0$ ; 弾性復活 (11)

塑性流れ後の一般化応力が新しい降伏曲面上にある条件(直交条件)<sup>(7,9)</sup>より,

$$\left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial Q} \right\}_k^T \{dQ^e\}_k = 0 \quad (12)$$

Prager の移動硬化則は、硬化係数  $\hat{C}$  を用いて,

$$\{d\bar{\alpha}\} = \begin{Bmatrix} d\bar{\alpha}_i \\ d\bar{\alpha}_j \end{Bmatrix} = \hat{C} \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i^p \\ d\delta_j^p \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$(6)式より \quad d\Phi_k = \left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial Q} \right\}_k^T \{dQ\} + \left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial \bar{\alpha}} \right\}_k \{d\bar{\alpha}\} - d\kappa = \left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial \bar{\alpha}} \right\}_k^T \{dQ - d\bar{\alpha}\}_k - d\kappa_k \quad (k=i, j) \quad (14)$$

$$\text{ここで,} \quad \{\bar{\alpha}\}_k = [\bar{\alpha}_x; \bar{\alpha}_y; \bar{\alpha}_z]^T_k = [\alpha_x N_p; \alpha_y M_{py}; \alpha_z M_{pz}]^T_k \quad (15)$$

$$\text{塑性流れ中は,} \quad d\Phi_k = 0 \quad (16)$$

であるから, 塑性流れによる降伏曲面の拡大  $d\kappa$  は,

$$d\kappa_k = \left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial Q} \right\}_k^T \{dQ - d\bar{\alpha}\}_k \quad (k=i, j) \quad (17)$$

#### 3.4. 構成方程式

(1)  $i$  端 - 塑性,  $j$  端 - 弾性の場合 (Fig. 8)

$$\{d\delta_i^e\} = \{d\delta_i - d\delta_i^p\}, \quad \{d\delta_j^e\} = \{d\delta_j\}, \quad \{d\delta_j^p\} = 0 \quad (18)$$

直交条件(12)式に(8),(10),(18)式を用いると,

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial Q} \right\}_i^T \{dQ_i^e\} &= \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial Q} \right\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i - d\delta_i^p \\ d\delta_j \end{Bmatrix} \\ &= \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial Q} \right\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i \\ d\delta_j \end{Bmatrix} - \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial Q} \right\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{d\lambda_i\} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\therefore d\lambda_i = \frac{\{\phi\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i \\ d\delta_j \end{Bmatrix}}{\{\phi\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_i}, \quad \{\phi\} = \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial Q} \right\} \quad (20)$$

また (8), (9), (10), (18), (20) 式より,

$$\begin{aligned} \{dQ\} &= \begin{Bmatrix} dQ_i \\ dQ_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dQ_i^e \\ dQ_j^e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} dQ_i^p \\ dQ_j^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i - d\delta_i^p \\ d\delta_j \end{Bmatrix} + C \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i^p \\ 0 \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i \\ d\delta_j \end{Bmatrix} - (1-c) \frac{\begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_i \{\phi\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i \\ d\delta_j \end{Bmatrix}}{\{\phi\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_i} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで

$$\begin{aligned} [\bar{k}_{ii}] &= \frac{\begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_i \{\phi\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix}}{\{\phi\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_i}, \quad [\bar{k}_{ij}] = \frac{\begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_i \{\phi\}_j^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix}}{\{\phi\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_i} \\ [\bar{k}_{ji}] &= \frac{\begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j \{\phi\}_i^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix}}{\{\phi\}_j^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j}, \quad [\bar{k}_{jj}] = \frac{\begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j \{\phi\}_j^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix}}{\{\phi\}_j^T \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j} \end{aligned} \quad (22)$$

とすると

$$\{dQ\} = [K^p] \{d\delta\} \quad (23)$$

に於る弾塑性マトリクス  $[K^p]$  は次式で求められる。

$$[K^p] = \begin{bmatrix} k_{ii}^e - (1-c)\bar{k}_{ii} & k_{ij}^e - (1-c)\bar{k}_{ij} \\ k_{ji}^e - (1-c)\bar{k}_{ji} & k_{jj}^e - (1-c)\bar{k}_{jj} \end{bmatrix} \quad (24)$$

降伏曲面の中心の移動は (13) 式と (21), (22) 式より

$$\{d\bar{\alpha}\} = \begin{Bmatrix} d\bar{\alpha}_i \\ d\bar{\alpha}_j \end{Bmatrix} = \hat{c} \begin{bmatrix} k_{ii}^e \\ k_{ji}^e \end{bmatrix} \{d\delta_i^p\} = \hat{c} \begin{bmatrix} \bar{k}_{ii} & \bar{k}_{ij} \\ \bar{k}_{ji} & \bar{k}_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i^p \\ d\delta_j^p \end{Bmatrix} \quad (25)$$

降伏曲面の拡大は, (17) 式より

$$d\kappa_i = \{\phi\}_i^T \{dQ - d\bar{\alpha}\}_i, \quad d\kappa_j = 0. \quad (26)$$

(2) i 端-弾性, j 端-塑性の場合 (Fig. 8)

$$\{d\delta_i^e\} = \{d\delta_i\}, \quad \{d\delta_i^p\} = 0, \quad \{d\delta_j^e\} = \{d\delta_j - d\delta_j^p\} \quad (27)$$

直交条件 (12) 式に (8), (10), (27) 式を用いると,

$$\left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial Q} \right\}_j^T \{dQ_j^e\} = \{\phi\}_j^T \begin{bmatrix} k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i \\ d\delta_j - \{\phi\}_j d\lambda_j \end{Bmatrix} = 0 \quad (28)$$

$$\therefore d\lambda_j = \frac{\{\phi\}_j^T \begin{bmatrix} k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i \\ d\delta_j \end{Bmatrix}}{\{\phi\}_j^T \begin{bmatrix} k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j} \quad (29)$$

また (8), (9), (10), (27), (29) 式より,

$$\begin{aligned} \{dQ\} &= \begin{Bmatrix} dQ_i \\ dQ_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dQ_i^e \\ dQ_j^e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} dQ_i^p \\ dQ_j^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i \\ d\delta_j - d\delta_j^p \end{Bmatrix} + C \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ d\delta_j^p \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i \\ d\delta_j \end{Bmatrix} - (1-c) \frac{\begin{bmatrix} k_{ij}^e \\ k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j \{\phi\}_j^T \begin{bmatrix} k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_i \\ d\delta_j \end{Bmatrix}}{\{\phi\}_j \begin{bmatrix} k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j} \end{aligned} \quad (30)$$

ここで

$$[\bar{k}_{ii}] = \frac{\begin{bmatrix} k_{ij}^e \\ k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j \{\phi\}_j^T \begin{bmatrix} k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix}}{\{\phi\}_j \begin{bmatrix} k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j}, \quad [\bar{k}_{ij}] = \frac{\begin{bmatrix} k_{ii}^e \\ k_{ji}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j \{\phi\}_j^T \begin{bmatrix} k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix}}{\{\phi\}_j \begin{bmatrix} k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} \{\phi\}_j}$$

$$\{\bar{K}_{ij}\} = \frac{[K_{ij}^e] \{\phi\}_i \{\phi\}_j^T [K_{ij}^e]}{\{\phi\}_j^T [K_{ij}^e] \{\phi\}_i} \quad \{\bar{K}_{jj}\} = \frac{[K_{jj}^e] \{\phi\}_j \{\phi\}_j^T [K_{jj}^e]}{\{\phi\}_j^T [K_{jj}^e] \{\phi\}_j} \quad (31)$$

とすると、弾塑性マトリクス  $[k^p]$  は (24) 式で表わされる。

降伏曲面の中心の移動は、(3) 式と (30), (31) 式より

$$\{d\bar{\alpha}\} = \begin{Bmatrix} d\bar{\alpha}_i \\ d\bar{\alpha}_j \end{Bmatrix} = \hat{c} \begin{bmatrix} K_{ij}^e \\ K_{jj}^e \end{bmatrix} \{d\theta^p\} = \hat{c} \begin{bmatrix} \bar{K}_{ii} & \bar{K}_{ij} \\ \bar{K}_{ji} & \bar{K}_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\theta_i \\ d\theta_j \end{Bmatrix} \quad (32)$$

降伏曲面の拡大は、(7) 式より  $d\kappa_j = \{\phi\}_j^T \{d\theta - d\bar{\alpha}\}_j$ ,  $d\kappa_i = 0$ . (33)

(3) と、j 端共に塑性の場合 (Fig. 8)

$$\{d\theta_k^e\} = \{d\theta_k\} - \{d\theta_k^p\} \quad (k = i, j) \quad (34)$$

直交条件 (12) 式に (8), (10), (34) 式を用いると

i 端; 
$$\left\{ \frac{\partial \pi}{\partial \alpha} \right\}_i^T \{d\theta_i^e\} = \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e | K_{ij}^e] \begin{Bmatrix} d\theta_i - \{\phi\}_i d\lambda_i \\ d\theta_j - \{\phi\}_j d\lambda_j \end{Bmatrix}$$
  

$$= \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e | K_{ij}^e] \begin{Bmatrix} d\theta_i \\ d\theta_j \end{Bmatrix} - \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e | K_{ij}^e] \begin{Bmatrix} \{\phi\}_i d\lambda_i \\ \{\phi\}_j d\lambda_j \end{Bmatrix} = 0. \quad (35)$$

j 端; 
$$\left\{ \frac{\partial \pi}{\partial \alpha} \right\}_j^T \{d\theta_j^e\} = \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e | K_{jj}^e] \begin{Bmatrix} d\theta_i - \{\phi\}_i d\lambda_i \\ d\theta_j - \{\phi\}_j d\lambda_j \end{Bmatrix}$$
  

$$= \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e | K_{jj}^e] \begin{Bmatrix} d\theta_i \\ d\theta_j \end{Bmatrix} - \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e | K_{jj}^e] \begin{Bmatrix} \{\phi\}_i d\lambda_i \\ \{\phi\}_j d\lambda_j \end{Bmatrix} = 0. \quad (36)$$

(35), (36) 式より

$$\left\{ \begin{array}{c} \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e] \{\phi\}_i | \{\phi\}_i^T [K_{ij}^e] \{\phi\}_j \\ \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e] \{\phi\}_i | \{\phi\}_j^T [K_{jj}^e] \{\phi\}_j \end{array} \right\} \begin{Bmatrix} d\lambda_i \\ d\lambda_j \end{Bmatrix} = \left\{ \begin{array}{c} \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e | K_{ij}^e] \begin{Bmatrix} d\theta_i \\ d\theta_j \end{Bmatrix} \\ \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e | K_{jj}^e] \begin{Bmatrix} d\theta_i \\ d\theta_j \end{Bmatrix} \end{array} \right\} \quad (37)$$

ここで  $A_1 = \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e] \{\phi\}_i$ ,  $A_2 = \{\phi\}_j^T [K_{jj}^e] \{\phi\}_j$ ,  $A_{12} = \{\phi\}_i^T [K_{ij}^e] \{\phi\}_j = \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e] \{\phi\}_i$   
 $A = A_1 A_2 - A_{12}^2$  ((37) 式の determinant),  $a_1 = A_1/A$ ,  $a_2 = A_2/A$ ,  $a_{12} = A_{12}/A$  (38)

とすると、(37) 式より

$$d\lambda_i = (a_2 \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e | K_{ij}^e] - a_{12} \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e | K_{jj}^e]) \begin{Bmatrix} d\theta_i \\ d\theta_j \end{Bmatrix}$$

$$d\lambda_j = (-a_{12} \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e | K_{ij}^e] + a_1 \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e | K_{jj}^e]) \begin{Bmatrix} d\theta_i \\ d\theta_j \end{Bmatrix} \quad (39)$$

また (8), (9), (10), (35), (36) 式より

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} d\alpha_i \\ d\alpha_j \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} d\alpha_i^e \\ d\alpha_j^e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} d\alpha_i^p \\ d\alpha_j^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii}^e & K_{ij}^e \\ K_{ji}^e & K_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\theta_i - d\theta_i^p \\ d\theta_j - d\theta_j^p \end{Bmatrix} + c \begin{bmatrix} K_{ii}^e & K_{ij}^e \\ K_{ji}^e & K_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\theta_i^p \\ d\theta_j^p \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} K_{ii}^e & K_{ij}^e \\ K_{ji}^e & K_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\theta_i \\ d\theta_j \end{Bmatrix} - (1-c) \begin{bmatrix} K_{ii}^e & K_{ij}^e \\ K_{ji}^e & K_{jj}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\phi\}_i d\lambda_i \\ \{\phi\}_j d\lambda_j \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (40)$$

ここで

$$\begin{aligned} [\bar{K}_{ii}] &= [K_{ii}^e] \{\phi\}_i (a_2 \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e] - a_{12} \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e]) + [K_{ij}^e] \{\phi\}_j (a_1 \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e] - a_{12} \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e]) \\ [\bar{K}_{ij}] &= [K_{ii}^e] \{\phi\}_i (a_2 \{\phi\}_i^T [K_{ij}^e] - a_{12} \{\phi\}_j^T [K_{jj}^e]) + [K_{ij}^e] \{\phi\}_j (a_1 \{\phi\}_j^T [K_{jj}^e] - a_{12} \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e]) \\ [\bar{K}_{ji}] &= [K_{ji}^e] \{\phi\}_i (a_2 \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e] - a_{12} \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e]) + [K_{ji}^e] \{\phi\}_j (a_1 \{\phi\}_j^T [K_{ji}^e] - a_{12} \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e]) \\ [\bar{K}_{jj}] &= [K_{ji}^e] \{\phi\}_i (a_2 \{\phi\}_i^T [K_{ij}^e] - a_{12} \{\phi\}_j^T [K_{jj}^e]) + [K_{jj}^e] \{\phi\}_j (a_1 \{\phi\}_j^T [K_{jj}^e] - a_{12} \{\phi\}_i^T [K_{ii}^e]) \end{aligned} \quad (41)$$

とすると、弾塑性マトリクス  $[k^p]$  は (24) 式で表わされる。

降伏曲面の中心の移動は、(3) 式と (40), (41) 式より

$$\{d\bar{\alpha}\} = \begin{Bmatrix} d\bar{\alpha}_i \\ d\bar{\alpha}_j \end{Bmatrix} = \hat{c} \begin{bmatrix} K_{ii}^e & K_{ij}^e \\ K_{ji}^e & K_{jj}^e \end{bmatrix} \{d\theta^p\} = \hat{c} \begin{bmatrix} \bar{K}_{ii} & \bar{K}_{ij} \\ \bar{K}_{ji} & \bar{K}_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\theta_i \\ d\theta_j \end{Bmatrix} \quad (42)$$

降伏曲面の拡大は、(7) 式より

$$dK_R = \{\phi\}_R^T [dQ - d\alpha]_R \quad (R = i, j) \quad (43)$$

移動硬化，等方硬化に関する硬化係数  $c, \hat{c}$  (9, 13 式) の値の選定については，今後更に実験等を通して検討する必要がある。

**§4. 塑性ヒンジ法による筋違の弾塑性解析** 筆者らは，先に<sup>(3)</sup> 塑性ヒンジ法に硬化理論を取り入れて筋違の圧縮後の弾塑性挙動を解析する方法について述べた。ここでは具体的に筋違の軸力-軸方向変位の剛性  $K$  を示す。繰返し荷重を受ける軸力 ( $N$ ) - 軸方向変位 ( $x$ ) の関係を Fig. 9 に示す。図中の応力経路 (STATE) 番号は，筋違の弾塑性状態を示す。ここでは圧縮を正とする。また，前報では，筋違の端部支持状態として，両端ピンの場合について述べたがここでは，ピン支持以外の場合に，本法を適用する方法について述べる。単純な端部支持状態に対する圧縮長  $l_x$  を圧縮形と共に Table. 2 に示す。

**4.1 解析のモデル化** 部材を Table. 3 に示すように，圧縮長  $l_x$  の両端にピンを有し，その中間に塑性ヒンジを生ずる圧縮部材と，軸力のみを受ける端部の真直弾性部材 ( $l$  より  $l_x$  を除いた部分) に置換できるものとする。以下，前報の理論と重複する部分は重要な部分を除き省略する。

(1) STATE-0 部材が全長に亘って，真直で弾性挙動をする状態である。

(2) STATE-1. オイラー圧縮荷重，又は，全塑性軸力の内，小さい方の荷重で圧縮する状態。

$$\text{塑性ヒンジの横たわみ増分} : dy_j = \frac{lx}{4} d\phi_p = \frac{r}{R} \frac{l}{4} d\phi_p \quad (\text{Fig. 11}) \quad (44)$$

$$\text{軸方向変位(飛移)量} : dx_j = \frac{R lx}{\beta} \{2\phi d\phi_p + (d\phi_p)^2\} = \frac{r l}{\beta} \{2\phi d\phi_p + (d\phi_p)^2\} \quad (45)$$

(3) STATE-2. 塑性ヒンジが形成され，圧縮側で「除荷される」から塑性流れが生じている状態。

部材は，piece-wise linear の折回り直線材とする。(Fig. 12, 13)

$$\text{軸方向弾性変位} : x_e = R \frac{2}{m} \frac{1}{EI} \int_0^{l/2} \left( \frac{2NYZ^2}{lx} \right) dz + \frac{Nl}{EA} = \frac{l}{EA} (1+r) \frac{y^2}{3z^2} N \quad (46)$$

$$\text{塑性ヒンジの横方向弾性変位} : y_e = \left( \frac{r}{R} \right)^2 \frac{l^2 y}{12EI} N \quad (47)$$

$$\text{軸方向弾性変位増分} : dx_e = \frac{l}{EA} \left\{ r \frac{2y}{3z^2} dy \cdot N + (1+r) \frac{y^2}{3z^2} dN \right\} \quad (48)$$

$$\text{塑性ヒンジの横方向弾性変位増分} : dy_e = \left( \frac{r}{R} \right)^2 \frac{l^2}{12EI} (dy \cdot N + y \cdot dN) \quad (49)$$

塑性横たわみ増分 :  $dy_p$

$$dy_p = dy - dy_e = \left\{ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \frac{l^2 N}{12EI} \right\} dy - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \frac{l^2 y}{12EI} dN \quad (50)$$

$$\text{塑性ポテンシャルより, } d\lambda = \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right\}^T \{d\alpha\} / H \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right\} = [n; m] \{dN; dN \cdot y + N \cdot dy\} / H(n^2 + m^2) \quad (51)$$

$$\text{一方, 塑性ヒンジの塑性回転角増分} : d\phi_p = d\lambda \left( \frac{\partial \Phi}{\partial M} \right) = m d\lambda = \frac{4}{l} dy_p \quad (52)$$

(50), (51), (52) 式より

$$dy = \left\{ \frac{4}{ml} \left( \frac{r}{R} \right)^2 \frac{l^2 y}{12EI} + \frac{n+my}{H(n^2+m^2)} \right\} dy / \left[ \frac{4}{ml} \left\{ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \frac{l^2 N}{12EI} \right\} - \frac{mN}{H(n^2+m^2)} \right] \quad (53)$$

$$\text{一つの塑性ヒンジの軸方向塑性変位増分} : dx_p = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial N} \right) d\lambda = n d\lambda \quad (54)$$

$$\text{一つの塑性ヒンジによる幾何学的軸方向変位増分} : dx_g = \frac{lx}{4} d\phi_p \quad (55)$$

軸方向全変位増分 :  $dx$

$$dx = dx_e + R (dx_g + dx_p) \quad (56)$$

(4) STATE-3,  $\delta^*$  塑性ヒンジの変形が lock されそのまま折曲り直線材として弾性変形する。

$$dy = dy_e ; \quad dy = \left(\frac{r}{R}\right)^2 l^2 y \, dN / \{12EI - \left(\frac{r}{R}\right)^2 l^2 N\} \quad (57)$$

$$dx = dx_e ; \quad dx = \frac{l}{EA} \left\{ r \frac{2y}{j^2} dy \cdot N + (1 + r \frac{y^2}{j^2}) dN \right\} \quad (58)$$

(5) STATE-4 軸力が引張で塑性流れが生じている状態であり、基本的には STATE-2 と同じ。

(6) STATE-5 引張塑性流れ状態。ここでは加工硬化を考えない方が実験に良く合う。<sup>(11)</sup>

#### 4.2. 剛性の具体的表示

(1) STATE-0 ;  $K = EA/l$  (59)

(2) STATE-1 ;  $K = 0$ . (60)

(3) STATE-2, 4 ;

$$C_1 = \frac{4}{m l}, \quad C_2 = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \frac{l^2 y}{12EI}, \quad C_3 = \frac{n+m y}{H(n^2+m^2)}, \quad C_4 = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \frac{l^2 N}{12EI}$$

$$C_5 = \frac{mN}{H(n^2+m^2)}, \quad C_6 = r \frac{2y}{j^2}, \quad C_7 = 1 + \frac{r y^2}{j^2}, \quad C_8 = \frac{r l \theta}{4} m + k n \quad (61)$$

$$a_1 = \frac{C_1 C_2 + C_3}{C_4 C_5 - C_6}, \quad a_2 = C_1 (C_4 a_1 - C_2), \quad a_3 = \frac{l}{EA} (C_7 + C_8 a_1 N), \quad a_4 = a_3 + C_8 a_2$$

とすると  $dy = a_1 \cdot dN, \quad d\lambda = a_2 \cdot dN, \quad dx_e = a_3 \cdot dN, \quad dx = a_4 \cdot dN$  (62)

$\therefore K = 1/a_4$  (63)

(4) STATE-3 ;  $a_3 = \left(\frac{r}{R}\right)^2 l^2 y / \{12EI - \left(\frac{r}{R}\right)^2 l^2 N\}, \quad a_2 = \frac{l}{EA} \left\{ r \frac{2y}{j^2} a_3 N + 1 + r \frac{y^2}{j^2} \right\}$  (64)

とすると  $dy = a_3 \cdot dN, \quad dx = a_2 \cdot dN$  (65)

$\therefore K = 1/a_2$  (66)

(5) STATE-5 ;  $K = 0$ . (67)

### §5. 実験結果と弾塑性解析との比較 §2の実験によって得られた復元力特性が前述の弾塑性解

析によって、どの程度シミュレートできるかを検討する。

#### 5.1. 解析仮定

- (1) 球殻と支柱接合部の変形は、文献(2)に示す等価バネ剛性で評価し、球殻自体は剛体とし、系全体を Fig.13 のようにモデル化する。
- (2) 部材の降伏関数を規定するパラメータ  $\beta$  は、全て  $\beta = 0.4$  とする。
- (3) 柱、梁部材の加工硬化係数  $C$  は  $C = 0.01$  とする。但し、筋違の加工硬化係数の値は、既報<sup>(3)</sup>の結果より、細長比の影響を考慮して、実験式として下式を用いて計算した。(Fig.14)
$$C/C_0 = 0.013\lambda - 0.50 \quad \text{かつ} \quad C/C_0 > 0.1. \quad (C_0 = 0.01)$$
- (4) 全体の硬化に占める移動硬化の割合  $C_R = \hat{H}/H$  は  $C_R = 0.9$  とする。但し、筋違が STATE-2 にある時は、硬化は全て移動硬化的と考え、等方硬化は考えない。
- (5) 試験体は、理想であるが、接合部の大きさか、部材寸法に比較して無視できない場合があるので、適宜、その影響を考慮している。但し、筋違にあっては、接合部で断面が大きく、かなり剛性があるものの、今回の解析では、これを無視した。従って、実際より、細長比を大きく評価した事になる。
- (6) 筋違の端部は、高カポルトにより、部材よりかなり面内外剛性のあるカセ外に接合されているため、積面内の端部回転は拘束され、歪曲は面外で決った。従って、筋違の断面性能は

構面外に關する値を用いている。

## 5.2 実験と理論値の比較

(1) ラーメン形式 Fig. 15, 16 に RT-B-6 (梁前壊型), RT-C-6 (柱前壊型) について、載荷プログラムと、主要な変位振幅に於ける載荷点(球殻のほぼ中心)の水平荷重  $P$ -水平変位  $\delta$  の復元力特性を示す。図中・印と破線で示した曲線は理論値である。弾性剛性は多少、異なるが、全体のループ形状、最大耐力、Bauschinger 効果等の特徴は良く捉えていると考えられる。

(2) 筋違形式 Fig. 17 に BT-T-6 (引張筋違形式) について、載荷プログラムと初期の変位振幅段階での  $P$ - $\delta$  復元力特性の実験値と理論値(・印、破線)を示す。Fig. 18, 19 は、その時の互いに交差する主構面筋違の軸力  $N$ -軸方向変形  $x$  を示し、Fig. 20, 21 は、対応する筋違のヒンジ位置での軸力  $N$ -曲げモーメント  $M$  の軌跡を示す。復元力ループは、図(5) に示したように、多少細長比を大きく評価している為、実験値より理論値はヤせている。圧縮側での剛性が低いので、これによる計算精度上の誤差の累積らしきものも見られるが、軸力-軸方向変形及び、ヒンジでの軸力-曲げモーメントの降伏関数上での動きも、(7.5. 実験<sup>(11)</sup>) 等と比較して妥当であると考えられる。

**§ 6. 考察及び結論** ラーメン形式構造に対しては、本法は有効であることを示した。然し下り筋違を含む構造に対しては、多少考察が必要である。筋違の STATE-2 に於ける挙動は、かなり複雑である。既報<sup>(3)</sup> を見ても分かるが、細長比によっては、STATE-0, 1 から 2 へ移り、除荷が始まる時直後は、正の勾配をもつ imaginary な領域が存在し(Fig. 22)、直接剛性法による解析を難しくする。また、その後の、この STATE-2 に於ける負勾配が大きいと、全体剛性マトリクスが、negative definite になり、positive  $\rightarrow$  negative  $\rightarrow$  semi-  $\rightarrow$  positive definite の判定をしなから<sup>(12)</sup>、この不安定領域を通過する際、圧縮部材は、塑性-弾性復活の反転を繰返して 振動し、従って、これを打ち回数で制御しようとする、必ずしも以後の解析が正しいとは限らず、また、かりに通過した(Fig. 23)としても、かなりの演算時間を要し、実用に適さない。従って、これを避ける為には、Fig. 22 の飛移りの荷重  $\alpha N_p$  の  $\alpha$  の値を実験等を参考にして、予め適当に下げて評価しておく事が、構造全体の弾塑性復元力を把握するという点から見れば、有効であると思われ。

**§ 7 謝 辞** 本実験を行なうに当り、谷口英武氏(大林組、元助手)、嶋脇与助氏、近藤日出夫氏(技監)、山口一夫氏(上越教育大、元技監、特に山口氏には、実験データの整理に御苦労された)の田中・高梨研究室諸兄に御協力いただいた。又、本稿の整理に当り、堀江建築工学研究所の方々にもお世話になりました。ここに記して謝意を表します。

**§ 8. 文 献** (1) 通産省立地公害局保安課: 球形貯槽耐震実験実行委員会 "L 中カス球形貯蔵タンクの耐震性に關する実験報告書" 1976. (2) 山田山下、江藤: "薄肉球殻と任意断面形状接合部材の接合部の応力解析"、第25回、構造工学シンポ、1979 (3) 山田、高梨: "塑性ヒンジ法による筋違の弾塑性解析" 28回、構造工学シンポ、1982 (4) 山田、高梨: "ケレーズの弾塑性解析の為の簡易モデル" 建大会、556. (5) 田中、高梨、山田、山口: "球形タンク支持構造の塑性載荷実験" 建大会、55. (6) 上田: "マトリクス法による骨組構造物の弾塑性解析" 建論、No. 124, 126. (7) Olajak, et al.: "Recent Trends in the Development of the Theory of Elasticity" Pergamon Press. (8) 田中: "構造物の極限解析" 朝日社. (9) 花井、他: "繰返し荷重を受ける鋼構造骨組の弾塑性解析" 建論、No. 214. (10) Dafalias, Popov: "Plastic Internal Variables Formulation of Cyclic Plasticity" J. Appl. Mech., Dec. 1976. (11) 若林、他: "繰返し軸方向力を受ける部材の挙動に關する実験(9.9.4)" 京大防災研、548.4. (12) 三本木: "梁かまの振動挙動の解析" JSSC、MHI 22 研究発表、5. 46. 6.

Table 1

Specimen	Members	b(mm)	H(mm)	t(mm)	A(cm <sup>2</sup> )	$\sigma_y$ (t/cm <sup>2</sup> )	Z(cm <sup>3</sup> )
BT-T-6	Column	60.7	---	3.0	5.436	3.956	7.477(21.957)
	Brace	15.0	5.62	---	0.844	3.44	---
BT-C-6	Column	60.7	---	3.0	5.436	4.139	7.477(21.957)
	Brace	12.02	12.41	---	1.492	2.76	---
BT-CS-6	Column	60.7	---	3.0	5.436	3.87	7.477
	Brace	9.15	8.78	---	0.803	4.703	---
RT-C-6	Column	60.7	---	3.0	5.438	3.87	7.477
	Beam	60.56	60.14	3.05	7.01	3.38	12.73
RT-B-6	Column	60.7	---	3.0	5.438	3.87	7.477
	Beam	30.13	61.03	2.2	3.812	3.24	5.956
RT-C-12	Column	60.7	---	3.0	5.436	3.679	7.477
	Beam	60.1	60.4	3.12	7.123	3.159	12.19
RT-B-12	Column	60.7	---	3.0	5.436	4.139	7.477(21.957)
	Beam	30.25	60.98	2.25	3.903	3.159	6.19
BT-CL-6	Column	60.7	---	3.0	5.438	3.87	7.477
	Brace	16.05	15.63	---	2.598	3.589	---
All Specimen	Shell	3.13	25.0	---	0.783	2.48	---

b : Width  
H : Height  
 $\sigma_y$  : Yield stress  
t : Thickness of tube; thickness of plate  
Z : Section modulus  
A : Sectional area

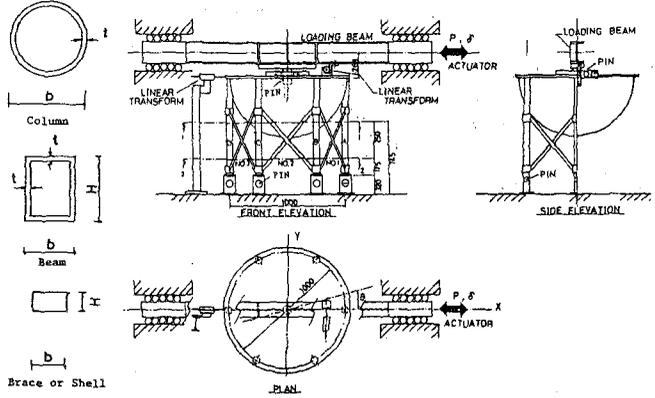


Fig. 1.

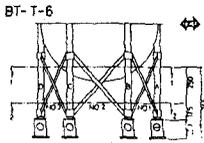


Fig. 2-1

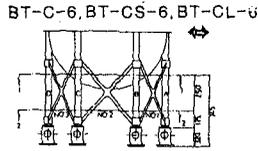


Fig. 2-2

RT-B.C-6

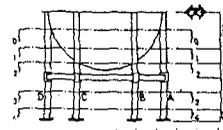


Fig. 2-3

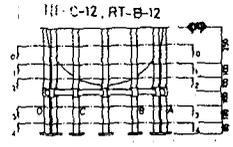


Fig. 2-4

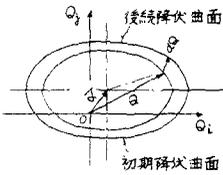


Fig. 3 等方硬化

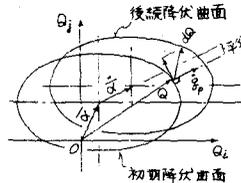


Fig. 4 Prager の移動硬化

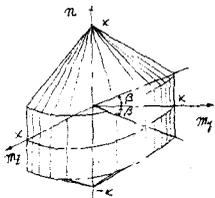


Fig. 6 降伏関数(軸力と二軸曲げ)

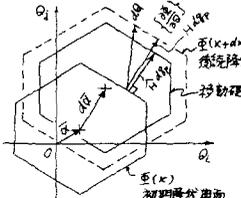


Fig. 5 降伏関数と硬化パス

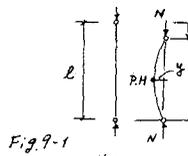


Fig. 9-1

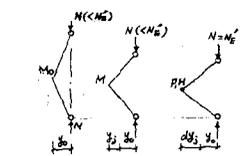


Fig. 11-1

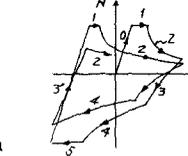


Fig. 9-2

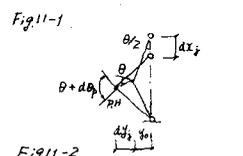


Fig. 11-2

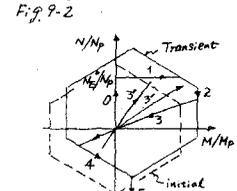


Fig. 10-1

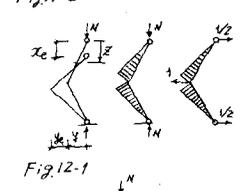


Fig. 12-1

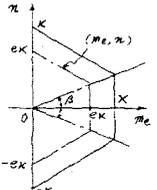


Fig. 7 降伏関数 (n-me 表示)

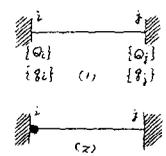


Fig. 8 塑性性 (●)

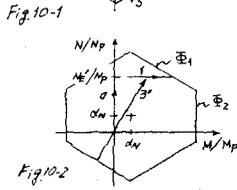


Fig. 10-2

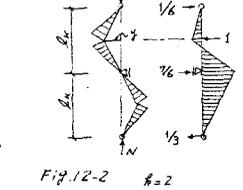


Fig. 12-2

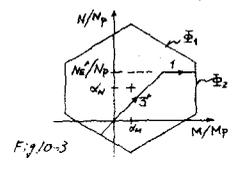


Fig. 10-3

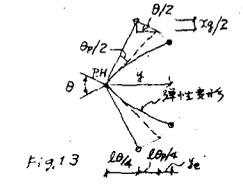


Fig. 13

註  $\alpha_x = N/M_p - \alpha_x$ ,  $m_y = M_y/M_{py} - \alpha_y$   
 $m_z = M_z/M_{pz} - \alpha_z$ ,  $m_e = \sqrt{m_y^2 + m_z^2}$   
 e. 等方硬化を表現する係数

Table 2 変異長  $lx$

回転に付した条件	両端自由	両端拘束	一端自由一端拘束	両端自由	両端拘束
変異形					
$r$ (理論値)	1.0	0.5	0.7	1.0	0.7
$r$ (実験値)	1	1	1	2	2

Table 3 解析モデル (PH: 塑性ヒンジ)

回転に付した条件	両端自由	両端拘束	一端自由一端拘束	両端自由	両端拘束
解析モデル					
	1	1	2	1	2

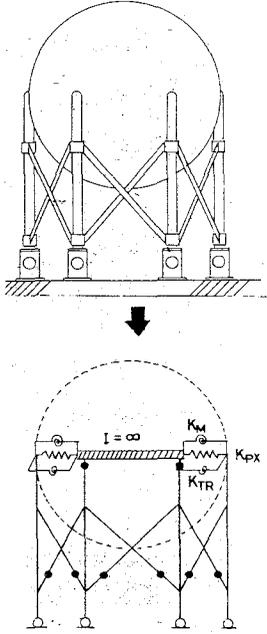


Fig. 13

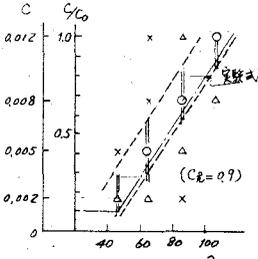


Fig. 14. 硬化係数  $C$  と  $\lambda$

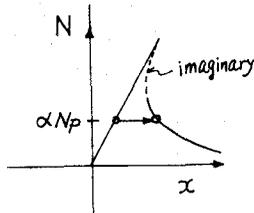


Fig. 22

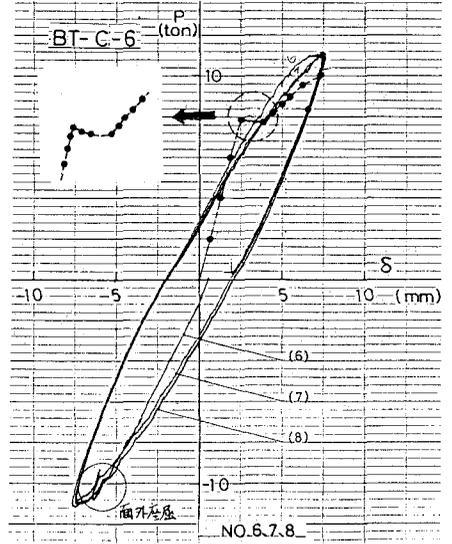


Fig. 23

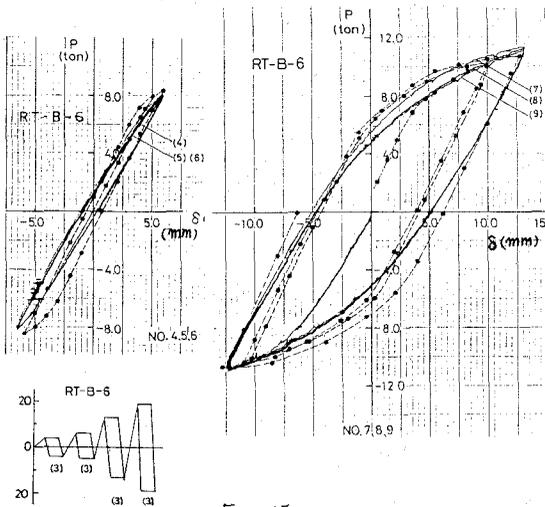


Fig. 15.

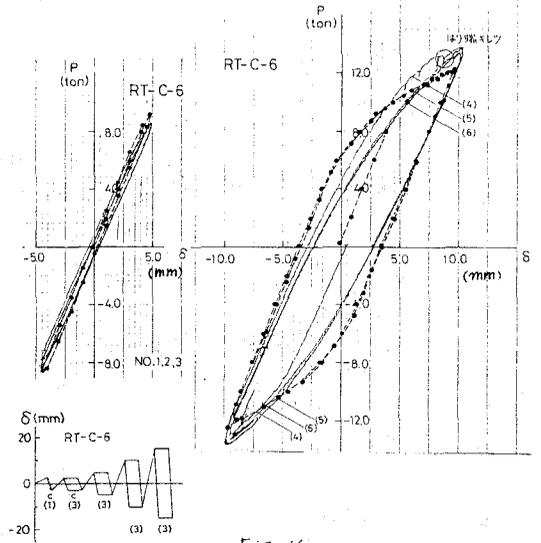


Fig. 16.

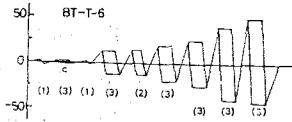


Fig. 17

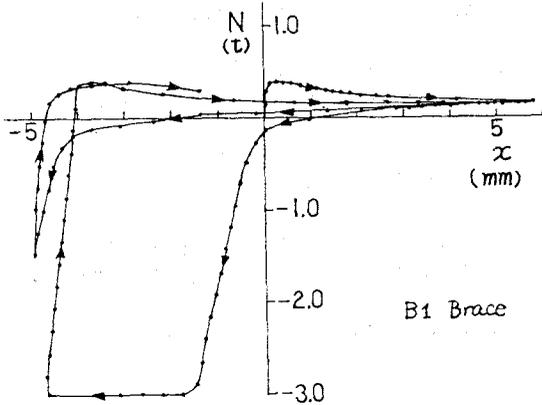
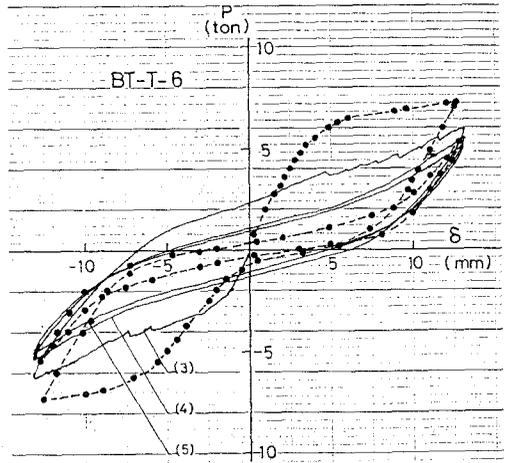


Fig. 18

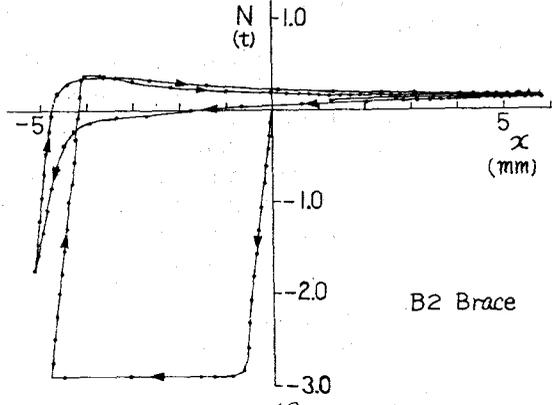


Fig. 19

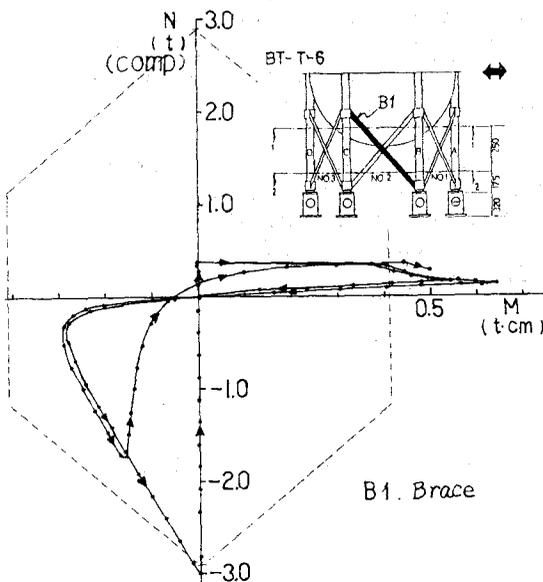


Fig. 20

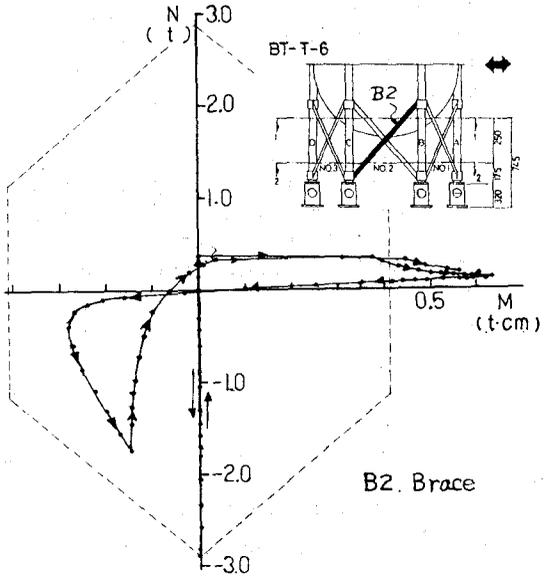


Fig. 21

EXPERIMENTS OF MINIATURE SPHERICAL TANK SUBSTRUCTURES  
AND ELASTO-PLASTIC ANALYSIS

T. YAMADA \*  
K. TAKANASHI \*\*  
H. TANAKA \*\*

Structural characteristics of spherical tanks results in two important problems. One is interaction between inner fluid and spherical shell, the other is sphere supporting substructures.

The past experimental and analytical studies are described as follows:

- (1) Dr. Shibata et al ; Vibrational tests using miniature spherical tank containing fluid to investigate the free mass ratio.
- (2) Dr. Yamamoto et al ; Loading tests on the connection of supporting column to partial spherical shell to investigate stress state.
- (3) Dr. Akiyama ; Dynamic tests of spherical tank to pursuit the collapsing process due to yielding of bracing systems.

However, systematic studies on the performance of substructures have not been carried out.

We made seven miniature spherical tank substructures such as column or beam collapsing Rahmen types and bracing types with various slenderness ratios. The substructures were tested under cyclic loading conditions controlled by displacement being constant in each cycle but increasing gradually. Thus the restoring force-displacement relations of substructures were investigated.

The objective of this paper is to present that elasto-plastic analysis using our proposed numerical methods concerning to;

- (1) connection of supporting column to spherical shell and
  - (2) bracing systems of various slenderness ratios
- can simulate experimental results fairly well.

---

\* Nippon Kokan K.K.

\*\* Prof. Ins.Ind.Sci., Univ. of Tokyo