

(24) 可変パラメーターを持つ振動系の応答解析

○奥田寿太郎 春藤元宏 (東海興業(株)技術研究所)

1. 序文

構造物の動的挙動解析は、従来上部構造物の方が下部構造物に比べて重視されてきた。しかし、近年動的相互作用として下部構造物に対する評価が高まり、多くの研究者が着目し、成果を上げてきた。

構造物に地震力が入力した場合、上部構造物から下部構造物へ軸方向力として、押込み、引抜きが加わることはよく知られているが、本論文はこの現象に着目し、杭に長期軸力が加わっている場合に、押込み時と引抜き時の変位が異なること、すなわちパラメーターが変化することに着目し、周波数領域で解析を試みたものである。

モデルとして粘弾性モデルを使用し、可変パラメーターの特性として電子工学のダイオード変周回路の理論を利用して、方程式の作成および解析を行った。この理論はダイオードの解析手法として使用され、時変定数と呼ばれるパラメーターが階段状に変化する場合に有効な解法であり、解析の数学的手段は種々あるが、今回は建築工學上扱い慣れているフーリエ変換を用いた。

本論文では、入力を調和波として扱ったので、応答量としては押込み時、引抜き時の各々の変位の最大値の比を算出することに留めた。

2. モデルの仮定

本理論は杭基礎を粘弾性モデルに置換し、バネ要素およびダンパー要素を並列、直列に組合わせ、そのうちの1つの要素が、1点において可変性を持つ場合を例として、外力に(静的)長期軸力と

(動的)調和軸力が同時に加わる場合を想定し、応答量を算出するものである。

Fig. 1 に杭の変形状を示す。

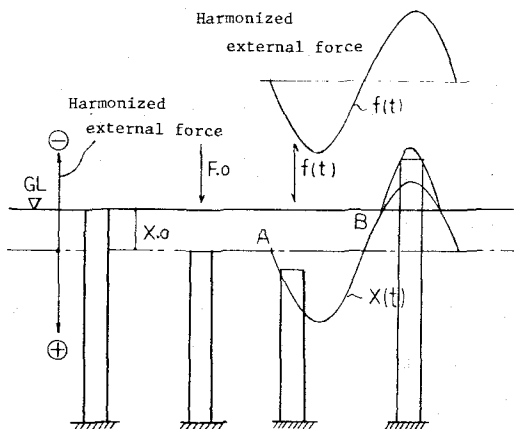


Fig. 1 Behavior of pile's deformation

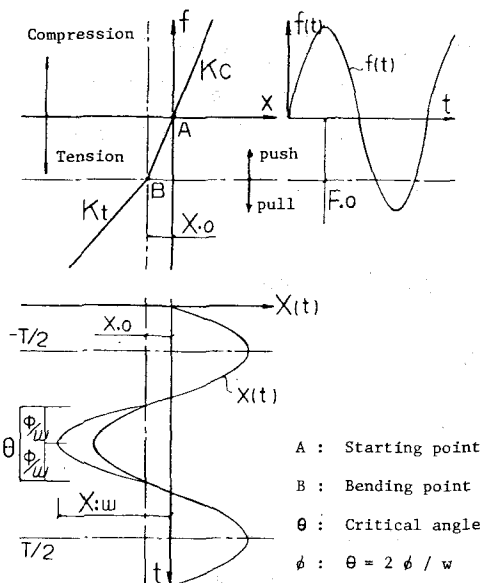


Fig. 2 Bending line characteristic of spring

Fig. 2 の記号を説明すると

$F.0$: 長期軸力

$F.w$: 動的調和軸力

K_c : 圧縮時バネ定数

K_t : 引張時バネ定数

Fig. 2より、バネが可変の場合は押込みと引抜き
の応答変位量が異なる。同様にダンパーが可変
の場合は、応答速度が異なる。

今、Fig. 2の特性をもつパラメーターにより可
変粘弾性モデルを4種類構成し、Fig. 3に示す。

但し、このモデ
ルの解析におい
ては以下の条件
の仮定をする。

- (1) 杭と周辺地
盤は一体と仮
定し、かつヒ
ステリシスは
生じないもの
とする。

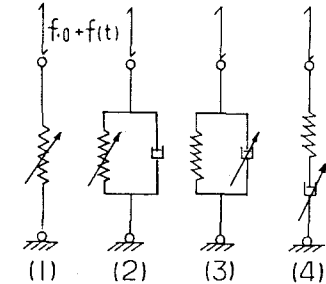


Fig. 3 Non-linear rheology models
* Arrows show variable parameters.

- (2) 杭は長期軸力を持ち、動的な外力は調和波とす
る。
- (3) 外力波、応答波共に周期的であり定常状態で
あるので、初期条件・境界条件は考慮しない。
- (4) バネおよびダンパー自身は質量を持たないもの
とする。

3. 物理量と記号の説明

周期関数である変位 $\chi(t)$ は次のように表現で
きる。

$$\chi(t) = X_{\omega} \cos(\omega t + \theta_{\omega}^x)$$

ここに $\chi(t) = \chi(t + T)$

X_{ω} ; ω なる角速度で変化している余
弦波の最大振幅

θ_{ω}^x ; 角速度 ω である余弦波変位の t
= 0 の初期位相角 (今回は $\theta_{\omega}^x =$
0 とする)

T ; 周期

ω ; 角速度

また オイラーの定理より

$$\cos \theta = \frac{1}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta})$$

したがって

$$\begin{aligned} \chi(t) &= \frac{1}{2} X_{\omega} e^{j(\omega t + \theta_{\omega}^x)} + \frac{1}{2} X_{\omega} e^{-j(\omega t + \theta_{\omega}^x)} \\ &= X_{\omega} + X_{-\omega} \end{aligned}$$

ここに

$$X_{\omega} = \frac{1}{2} X_{\omega} e^{j(\omega t + \theta_{\omega}^x)} \dots \text{正規ハーフ動ベクトル}$$

$$X_{-\omega} = \frac{1}{2} X_{\omega} e^{-j(\omega t + \theta_{\omega}^x)} \dots \text{共役ハーフ動ベクトル}$$

すなわち 変位 $\chi(t)$ は2つの複素ベクトルの
和として表現される。

今、 $t=0$ において $\frac{1}{2} X_{\omega} e^{j\theta_{\omega}^x}$ なる初期位置か
ら時間の経過と共に ω なる角速度で反時計方向
に回転する。ここに記号的に、

$$X_{\omega} = \frac{1}{2} X_{\omega} e^{j\theta_{\omega}^x} \dots \text{正規ハーフ静ベクトル}$$

$$X_{-\omega} = \frac{1}{2} X_{\omega} e^{-j\theta_{\omega}^x} \dots \text{共役ハーフ静ベクトル}$$

であり、今回は $\theta_{\omega}^x = 0$ であるため

$$X_{\omega} = X_{-\omega} = \frac{1}{2} X_{\omega}$$

となる。したがって、 $\chi(t)$ をフーリエ変換し上
記記号で表現すると、

$$\begin{aligned} \chi(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} X_{(n\omega)} e^{jn\omega t} \\ &= X_0 + X_{\pm\omega} + X_{\pm2\omega} + \dots + X_{\pm n\omega} + \dots \end{aligned}$$

$$X_{(n\omega)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \chi(t) e^{-jn\omega t} dt$$

となる。以後の解析には上記記号を使用する。

4. パラメーター特性

Fig. 2は杭に長期軸力が加わっている場合、

さらに動的外力が加わってもパラメーターは変化せず静的特性から決定されるパラメーターとなるが、動的外力が長期軸力と反対方向に加わり、かつ長期軸力を越えて引抜きを生ずる場合にはパラメーターが変化することを示すものである。パラメーターとしてバネおよびダンパーを考え、パラメーター中の1つの要素を可変としてFig. 2に示すように1点においてのみ折点をもつ1次折線特性を扱う。

可変パラメーターの基礎方程式は時間と変位の2つの変数が確定された場合に釣合うので、

バネの場合：
$$f_0 + f(x) = R\dot{x} + F(x, t)$$

ダンパーの場合：
$$f_0 + f(x) = G(\dot{x}, t) + Kx$$

のように非線形方程式となる。

Fig. 2より折点を境に定義範囲を決定すると、

$$f(x) = \begin{cases} K_c x & (x \geq -x_0) \\ K_t x & (x < -x_0) \end{cases}$$

となり、異なるパラメーターが決定されるが、各定義範囲内ではそれぞれ線形であり釣合っている。ここに横軸に時間、縦軸にパラメーターをとると各定義範囲内で常に $df/dx = \text{一定}$ であり、外力 f が応答量 x の関数として決定される。この場合任意の変数 x に対して必ず関数の値が可変パラメーターを介して決定されているので、この関数は一意連続である。従って、この様な可変パラメーターはFig. 4

に示すような時間関数となり、パラメーター

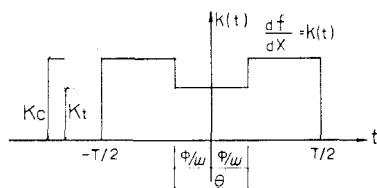


Fig. 4 Variable parameter characteristic of spring

自体は非線形形であるが任意の時刻では力と変位は線形的に釣合っている。

ダンパーについて外力 $f(t)$ と速度 $\dot{x}(t)$ の関係も同様である。

5. 可変パラメーターを持つ振動系の方程式

5-1. 双対方程式の作成

ある系の運動エネルギーを T 、位置エネルギーを V 、消散関数を J とするとラグランジェの運動方程式は(1)式で表わされる。

$$f_a = \frac{\partial J}{\partial \dot{x}^a} + \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}^a} + \frac{\partial V}{\partial x^a} \quad \dots\dots(1)$$

今、 T, V, J は

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} [\dot{x}^a]^T [M] [\dot{x}^a] \\ V &= \frac{1}{2} [x^a]^T [K] [x^a] \\ J &= \frac{1}{2} [x^a]^T [R] [\dot{x}^a] \end{aligned}$$

であり、これを(1)式に代入すると(2)式となる。

$$f_a = M\ddot{x} + R\dot{x} + Kx \quad \dots\dots(2)$$

力学系と電気系の対応を考えると、外力は電圧に、速度は電流に対応する。電圧と電流は双対量であるので外力と速度の間にも双対性があると考えると双対ラグランジェ方程式(3)式を得る。

$$\dot{x}^a = \frac{\partial J}{\partial f_a} + \frac{d}{dt} \frac{\partial V}{\partial f_a} + \frac{\partial T}{\partial p_a} \quad \dots\dots(3)$$

ここで、共変ベクトル $\{f_a\}$ と反変ベクトル $\{\dot{x}^a\}$ は $\{f_a\}\{\dot{x}^a\} = \text{スカラー}$ の関係があり、

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} [\dot{x}^a]^T \left[\frac{1}{M} \right] [\dot{x}^a] \\ V &= \frac{1}{2} [x^a]^T \left[\frac{1}{K} \right] [x^a] \\ J &= \frac{1}{2} [\dot{x}^a]^T \left[\frac{1}{R} \right] [\dot{x}^a] \\ P &= [M] [\dot{x}^a] \\ \dot{P} &= [K] [x^a] = [R] [\dot{x}^a] \end{aligned}$$

となり、(3)式に代入すると次式を得る。

$$\dot{x}^a = \frac{1}{K} \ddot{P} + \frac{1}{R} \dot{P} + \frac{1}{M} P \quad \dots\dots(4)$$

(2)式はVoigt型の、(4)式はMaxwell型の釣合方程式となる。すなわち線形要素からなるVoigt

モデルおよびMaxwellモデルは双対概念であり、この双対性を可変パラメーター要素を持つモデルにも拡張して以下の方程式を作成する。

5-2. 振動方程式

Fig. 3に示される各モデルの方程式を作成するとTable-1のようになる。なおモデル4の可変パラメーターは逆数をとるのでマトリックスでは転置となる。また、方程式を作成する場合のマトリックスは、正規側と共役側を初期値を介して表示する。

今回は外力を調和軸力と想定しているので、方程式内の微積分は周波数領域で行なうことができる。又、可変パラメーター自体は線形とならないため、応答量は可変パラメーターに比例したベクトルでの応答となる（変位または速度）。今、外力、応答量および可変パラメーターをフーリエ級数展開を行うと次のようになる。

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} F_{(n\omega)} e^{jn\omega t} & x(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} X_{(n\omega)} e^{jn\omega t} \\ K(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} K_{(n\omega)} e^{jn\omega t} & R(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} R_{(n\omega)} e^{jn\omega t} \end{aligned}$$

そこで、可変バネ定数 $K(t)$ あるいは可変ダンパー $R(t)$ に関する各周波数成分波がそこへ加わる外力によって変化し、Fig. 2から臨界角 ϕ が変位または速度によって決定される。したがって、 $K(t) = df(x)/dx$ または $R(t) = df(x)/d\dot{x}$ であるので可変バネおよびダンパーはFig. 4の様に表わされる。今、この可変バネ $K(t)$ と可変ダンパー $R(t)$ のフーリエ変換を行うと、可変バネの場合、

$$\begin{aligned} K_{:o} &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K(t) dt \\ &= \frac{1}{T} \left\{ \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K_c dt + \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K_t dt + \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K_c dt \right\} \\ &= K_c - \frac{\phi}{\pi} (K_c - K_t) \\ K_{:n\omega} &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K(t) e^{-jn\omega t} dt + \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K(t) e^{jn\omega t} dt \\ &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K(t) \cos n\omega t dt \\ &= \frac{2}{T} \left\{ \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K_c \cos n\omega t dt + \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K_t \cos n\omega t dt + \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K_c \cos n\omega t dt \right\} \\ &= \frac{2}{n\pi} (K_t - K_c) \sin n\phi \end{aligned}$$

従って

$$K_{: \omega} = \frac{2}{\pi} (K_t - K_c) \sin \phi$$

$$K_{: 2\omega} = \frac{1}{\pi} (K_t - K_c) \sin 2\phi$$

ダンパーについても同様に、

$$R_{:o} = R_c - \frac{\phi}{\pi} (R_c - R_t)$$

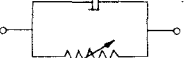
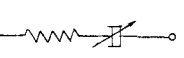
$$R_{: \omega} = \frac{2}{\pi} (R_t - R_c) \sin \phi$$

$$R_{: 2\omega} = \frac{1}{\pi} (R_t - R_c) \sin 2\phi$$

である。

以上の様に、可変バネ定数あるいは可変減衰定数はフーリエ変換することにより周波数領域で異なる周波数毎に列々に複素ベクトル方程式を作成でき、各々の方程式は線形であるので、各周波数毎に列々に計算し最後に重ね合わせれば実数微分方程式が得られる。これは変位等の独立変数と可変パラメーターの各周波数成分を掛け合わせた積の総和が従属変数である力の成

Table 1 Vibration equations of rheology models

MODEL	1	2	3	4
				
Push	$f_o + f = K_c x$	$f_o + f = K_c x + R \dot{x}$	$f_o + f = K x + R_c \dot{x}$	$\dot{x}_o + \dot{x} = \frac{1}{R_c} f + \frac{1}{K} \ddot{f}$
Pull	$f_o + f = K_t x$	$f_o + f = K_t x + R \dot{x}$	$f_o + f = K x + R_t \dot{x}$	$\dot{x}_o + \dot{x} = \frac{1}{R_t} f + \frac{1}{K} \ddot{f}$

分となることである。従って、Fig. 5 の様に、バネの場合の変数パラメータだけでの釣合を考え、この釣合をマトリックス表示すると Fig. 6 の様になる。(ダンパーの場合も同様である)

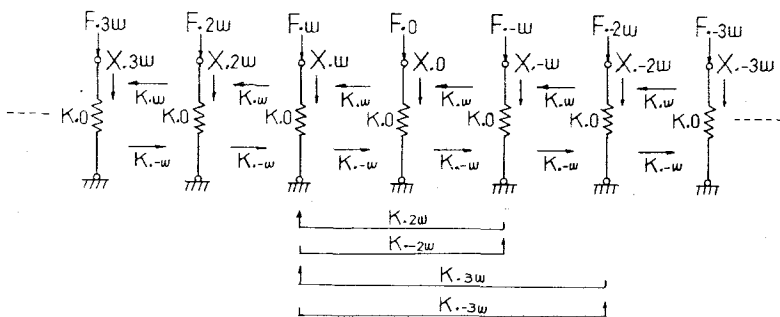


Fig. 5 The relation of angular velocity

Fig. 6 の式は本来、 $0 \sim \pm n\omega$ までの範囲で釣合ことになるが、今は外力を調和軸力として扱っているので、外力の周波数成分は $\omega, 0, -\omega$ のみとなり、可変パラメータマトリックスはハッチ部分での周波数制限をされ、他の周波数とベクトルの相互結合はないものとする。これより得られる方程式は、

$$\begin{Bmatrix} F_{-2\omega} \\ F_{-\omega} \\ F_0 \\ F_{\omega} \\ F_{2\omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{-4\omega} & K_{-3\omega} & K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 \\ K_{-3\omega} & K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 & K_{\omega} \\ K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 & K_{\omega} & K_{2\omega} \\ K_{-\omega} & K_0 & K_{\omega} & K_{2\omega} & K_{3\omega} \\ K_{-3\omega} & K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 & K_{\omega} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{-2\omega} \\ X_{-\omega} \\ X_0 \\ X_{\omega} \\ X_{2\omega} \end{Bmatrix}$$

Fig. 6 Balance matrix for variable parameter

$$\begin{Bmatrix} F_{-\omega} \\ F_0 \\ F_{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 \\ K_{-\omega} & K_0 & K_{\omega} \\ K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{-\omega} \\ X_0 \\ X_{\omega} \end{Bmatrix}$$

である。これを用いて各モデルのマトリックス振動方程式を作成すると以下の様になる。

モデル1

$$\begin{Bmatrix} F_{-\omega} \\ F_0 \\ F_{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 \\ K_{-\omega} & K_0 & K_{\omega} \\ K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{-\omega} \\ X_0 \\ X_{\omega} \end{Bmatrix} \quad \text{---- (5)}$$

モデル2

$$\begin{Bmatrix} F_{-\omega} \\ F_0 \\ F_{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_{-\omega} \\ \dot{X}_0 \\ \dot{X}_{\omega} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 \\ K_{-\omega} & K_0 & K_{\omega} \\ K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{-\omega} \\ X_0 \\ X_{\omega} \end{Bmatrix} \quad \text{---- (6)}$$

モデル3

$$\begin{Bmatrix} F_{-\omega} \\ F_0 \\ F_{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{-2\omega} & R_{-\omega} & R_0 \\ R_{-\omega} & R_0 & R_{\omega} \\ R_{-2\omega} & R_{-\omega} & R_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_{-\omega} \\ \dot{X}_0 \\ \dot{X}_{\omega} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{-\omega} \\ X_0 \\ X_{\omega} \end{Bmatrix} \quad \text{---- (7)}$$

モデル4

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_{-\omega} \\ \dot{X}_0 \\ \dot{X}_{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{K} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{F}_{-\omega} \\ \dot{F}_0 \\ \dot{F}_{\omega} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{-2\omega}} & \frac{1}{R_{-\omega}} & \frac{1}{R_0} \\ \frac{1}{R_{-\omega}} & \frac{1}{R_0} & \frac{1}{R_{\omega}} \\ \frac{1}{R_{-2\omega}} & \frac{1}{R_{-\omega}} & \frac{1}{R_0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{-\omega} \\ F_0 \\ F_{\omega} \end{Bmatrix} \quad \text{---- (8)}$$

ここで(5)(6)(7)式において

$$F_0 = -Mg$$

である。また(6)式には、

$$\dot{X}_{-\omega} = j\omega X_{-\omega}, \quad \dot{X}_{-\omega} = -j\omega X_{-\omega}, \quad \dot{X}_0 = 0$$

(7)式には

$$X_{-\omega} = \frac{1}{j\omega} \dot{X}_{-\omega}, \quad \dot{X}_{-\omega} = -\frac{1}{j\omega} X_{-\omega}, \quad X_0 = 0$$

(8)式には

$$\dot{F}_{-\omega} = j\omega F_{-\omega}, \quad \dot{F}_{-\omega} = -j\omega F_{-\omega}, \quad \dot{F}_0 = 0$$

を代入すると振動方程式は各々以下の様になる。

モデル1

$$\begin{Bmatrix} F_{-\omega} \\ F_0 \\ F_{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 \\ K_{-\omega} & K_0 & K_{\omega} \\ K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{-\omega} \\ X_0 \\ X_{\omega} \end{Bmatrix} \quad \text{---- (9)}$$

モデル2

$$\begin{Bmatrix} F_{-\omega} \\ F_0 \\ F_{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega R + K_{-2\omega} & K_{-\omega} & K_0 \\ K_{-\omega} & K_0 & K_{\omega} \\ K_{-2\omega} & K_{-\omega} & j\omega R + K_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{-\omega} \\ X_0 \\ X_{\omega} \end{Bmatrix} \quad \text{---- (10)}$$

モデル3

$$\begin{Bmatrix} F_{-\omega} \\ F_0 \\ F_{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{j\omega} K + R_{-2\omega} & R_{-\omega} & R_0 \\ R_{-\omega} & R_0 & R_{\omega} \\ R_{-2\omega} & R_{-\omega} & \frac{1}{j\omega} K + R_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_{-\omega} \\ \dot{X}_0 \\ \dot{X}_{\omega} \end{Bmatrix} \quad \text{---- (11)}$$

モデル4

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_{-w} \\ \dot{X}_{-0} \\ \dot{X}_{-w} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{j\omega}{K} + \frac{1}{R_0} & \frac{1}{R_{-w}} & \frac{1}{R_{-2w}} \\ \frac{1}{R_{-w}} & \frac{1}{R_0} & \frac{1}{R_{-w}} \\ \frac{1}{R_{-2w}} & \frac{1}{R_{-w}} & -\frac{j\omega}{K} + \frac{1}{R_0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{-w} \\ F_{-0} \\ F_{-w} \end{Bmatrix} \quad \text{----(12)}$$

これらの方程式の以後の解析手順は同様に進められるので、モデル2を例に解析を進める。

(10)式を各成分に分解すると

$$F_{-w} = (j\omega R + K_0) X_{-w} + k_w X_{-0} + K_{-2w} X_{-w} \quad \text{---(13)}$$

$$F_{-0} = k_{-w} X_{-w} + k_0 X_{-0} + k_{-w} \dot{X}_{-w} \quad \text{---(14)}$$

$$F_{-w} = K_{-2w} X_{-w} + k_{-w} X_{-0} + (-j\omega R + K_0) \dot{X}_{-w} \quad \text{---(15)}$$

を得る。(13)(14)(15)式は動ベクトル方程式なので、これを静ベクトル方程式に直すと

$$F_{-w} = (K_0 + \frac{K_{-2w}}{2} + j\omega R) X_{-w} + k_w X_{-0} \quad \text{---(16)}$$

$$F_{-0} = \frac{1}{2} k_{-w} X_{-w} + k_0 X_{-0} \quad \text{---(17)}$$

$$F_{-w} = (-j\omega R + K_0 + \frac{K_{-2w}}{2}) X_{-w} + k_{-w} X_{-0} \quad \text{---(18)}$$

ここで(16)式と(18)式は共役の関係にあるので、(16)式と(17)式の連立方程式として引張時における最大変位応答量を求めると

$$X_{-w} = \frac{K_0 F_{-w} - K_{-w} F_{-0}}{(K_0 + \frac{1}{2} K_{-2w} + j\omega R) K_0 + \frac{1}{2} K_{-w}^2}$$

となる。次に、引張時および圧縮時の最大変位応答値の比を考えると

$$r = \frac{X_{-w}}{X_c}$$

$$\therefore X_c = F_{-w} / (K_c - j\omega R)$$

X_c ; 圧縮時の最大応答値

である。

モデル1, 3, 4の場合も同様に

モデル1

$$X_{-w} = \frac{K_0 F_{-w} - K_{-w} F_{-0}}{(K_0 + \frac{K_{-2w}}{2}) K_0 + \frac{1}{2} K_{-w}^2}$$

$$X_c = F_{-w} / K_c$$

モデル3

$$\dot{X}_{-w} = \frac{R_0 F_{-w} - R_{-w} F_{-0}}{(R_0 + \frac{1}{2} R_{-2w} + \frac{K}{j\omega}) R_0 + \frac{1}{2} R_{-w}^2}$$

$$\dot{X}_c = F_{-w} / (R_c - \frac{K}{j\omega})$$

モデル4

$$\dot{X}_{-w} = (\frac{j\omega}{K} + \frac{1}{R_0} + \frac{2}{R_{-2w}}) F_{-w} - \frac{4}{R_{-w}} F_{-0}$$

$$\dot{X}_c = (\frac{1}{R_c} - \frac{j\omega}{K}) F_{-w}$$

となる。但しモデル3, 4の応答比は $r = \dot{X}_{-w} / \dot{X}_c$ である。

6. 結果

Fig. 1 に示す様な杭に調和軸力が加わった場合の変形挙動における杭体の押込み時と引抜き時のパラメーターが変化する場合の応答解析結果を述べる。

Fig. 7 に、押込み時と引抜き時のバネ比: $\alpha = K_c / K_t$, ダンパー比: $\beta = R_c / R_t$ をパラメーターとして、横軸に臨界角、縦軸に応答量の押込み時振幅に対する引抜き時振幅の比を示した。これより、各モデルの応答量最大値を算出する場合、押込み時パラメーターと引抜き時パラメーターからパラメーターレシオ、又長期軸力から臨界角が決定され、この2つのファクターから応答比が決められる。そこで、この応答比と線形的に求まる押込み時の応答最大値から、非線形である引抜き時の応答最大値を決定することができる。

尚、本論では、解析上種々の制限があり理想化された場合を扱っている。今後は、外力は過渡波で、又、ヒステリシスを生じる場合を仮定して取組む予定である。

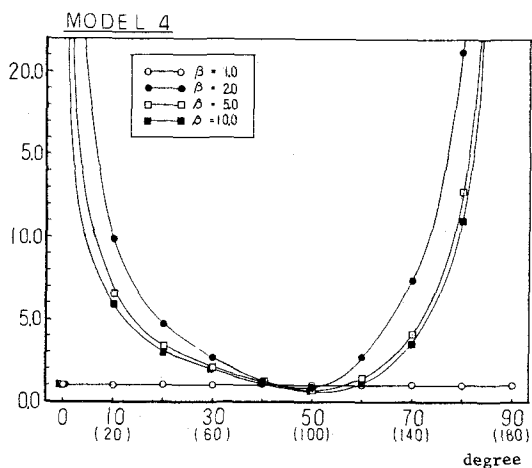
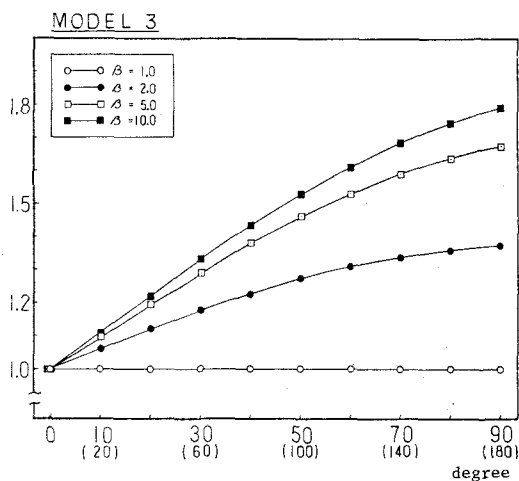
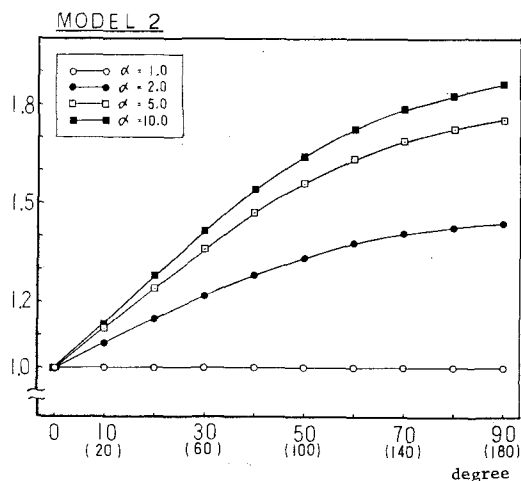
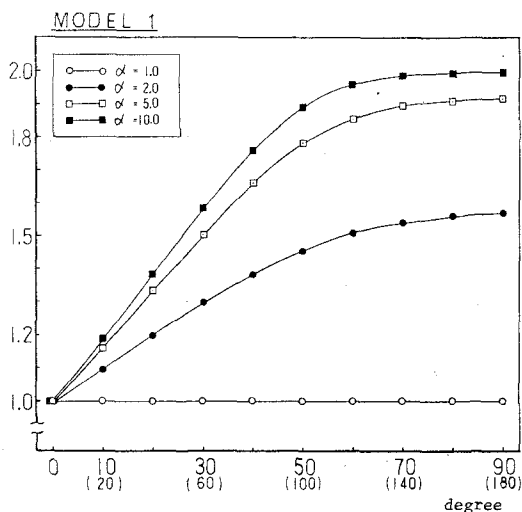


Fig. 7 Amplitude ratio of response value between tension and compression

Ordinate is r and abscissa is $\phi/w, (\theta)$

謝辞

図面作成および計算等に協力された本研究室石原美津男君に感謝します。

5. 山本三三三 「物体の変形学」 誠文堂

6. バイブス/ハーヴィル著 「応用数学3」

小堀与一 他共訳 コロナ社

参考文献

1. 秋山守男 「回路網統一理論」 森北出版
2. 秋山守男 「パラメトリック回路の解析法」 電気書院
3. 秋山守男 「応用数学」 森北出版
4. 大崎恒彦 建築構造学大系「振動理論」 彰国社

RESPONSE ANALYSIS OF VIBRATION SUSTEM WITH VARIABLE PARAMETER

JUTARO OKUDA* , MOTOHIRO SHUNTOH*

When seismic force puts into structure, the axis force with push and pull acts upon foundation structure. In this paper, we substituted rheology model shown in Fig. 3 for foundation pile with long-time axis force and took note of changing response quantity (displacement or velocity) in case of changing parameter (spring constant or damping factor). And we tried to analyze vibration system with variable parameter in the frequency domain, using harmonic axis force.

The characteristic of variable parameters is that the spring constant and damping factor change at only one bending point, and have no hysteretic character.

The variable parameters are time functions that change in the time domain shown in Fig. 2 and Fig. 4.

We set up complex equation each frequency by Fourier transformation and transform into real equations by principle of superposition because equations are linear, and we calculate response quantity from those.

In regard to make up equations of rheology models, we supposed that the relation between Voigt and Maxwell model was dual idea.

The amplitude ratio of response quantity of pull side to push side was shown in Fig. 7 as parameter of α or β , and the critical angle and the response ratio was plotted along the abscissa and ordinate respectively.

In conclusion, when the α or β is obtained and the critical angle is obtained from long-time axis force, the response ratio and the maximum response value are decided from the former factors.

And we used one degree bending line characteristic of diode frequency convert circuit as the characteristic of variable parameters.

* Technical Research Lab., Tokai Kogyo Co., Ltd.