

## (18) 正弦波外乱を受ける非線形履歴型応力-歪関係に従う骨組モデルの応答解析

中村恒善\* 小坂郁夫\*\* 来田義弘\*\*\*

1. 序 激震外乱の作用をうける鋼骨組の動的崩壊過程の特性を解明するために、増幅した記録地震外乱を振動台の入力とする1質点骨組モデルの加振実験が行われてきた[1~3]。その実験結果は現実的な外乱の作用を受ける構造物の動的応答解析におけるベンチマーク資料としての意義を持つている。他方では数値解析法の発展により、実用サイズの骨組の線形歪硬化1次元連続体としての動的応答解析や[4,5]、単純骨組の一層精密な動的応答解析[6]も可能になり、ている。

鋼骨組の動的崩壊過程の基本的特性を解明し、限界解析理論の手がかりを得るという目的には、単純な理想化された外乱の作用を受ける単純骨組モデルの限界挙動解析を行うのが第1ステップと考えられる。1質点骨組モデルの正弦波加速度外乱の下における崩壊過程と解明するための実験的研究[7~9]や数値解析[6]も行われている。若林ら[7]は4供試体に対しマス増幅振幅の正弦波加速度外乱を与えた場合の限界加速度振幅を見出し、振動数比への依存性を指摘している。藤本ら[6]は、線形歪硬化材料の柱に定振幅の正弦波加速度外乱を作用させた場合の動的応答解析を多數行い、初期固有周期の100倍の時間経過後における「応答変位のピークの増分」が著しく大となるような加速度振幅レベルを限界値と定義し、その限界値が(外乱振動数/固有振動数)比によらず如何に変動するかを明らかにしている。

中村・上谷らは片持梁-柱の定軸圧下両振り変位振幅塑性曲げ試験を行い[10,11]、その際に実現される定常状態の安定限界に関する理論[12~15]を展開し、韧性設計の基礎曲線を提示している。これは单调載荷時のオイラー曲線や接線係数荷重曲線のような基礎曲線を発見したという意義を持っている。本論文の目的は、上記の一連の研究の進展状況を直接の動機とし、定振幅の正弦波加速度外乱の作用を受ける1質点骨組モデルの定常振動及びその限界挙動の特性を解明することにある。下記の諸点において既往の研究[例えば6]と比較して新しい数値解析結果を提示する。

(1) 線形歪硬化材料よりは一層現実的な、非線形履歴型応力-歪関係式に従う材料で構成された梁-柱とともに1質点骨組モデルの正弦波加速度外乱下での実現される定常振動とその限界挙動の特性を解明する。ただし応力-歪曲線の歪速度依存性[3]については、変動歪速度効果を無視し、履歴応力-歪関係式の降伏点応力を上昇させる効果だけを平均的な意味で考慮するにとどめる。このレベルの近似でも、降伏棚の存在が定常化過程と定常振動に及ぼす効果をかなり明らかにできると思われる。

(2) 安定限界解析では、塑性域での応力-歪曲線の勾配に対する、挙動解析結果の敏感度が高い可能性に配慮する必要があると思われる。そこで、鋼材の静的引張圧縮試験から導かれた Ramberg-Osgood式のパラメータ値を基準として、歪硬化域勾配を減小させることになるようなパラメタ一値を定義する材料で構成されたモデルについても解析し、その効果を調べる。

\* 本研究は、昭和56年度文部省科学研究費補助金：試験研究(1)課題「建築骨組の一次固有周期制約条件下的最適設計理論に基づく動的耐震設計法」(研究代表者 中村恒善)による研究の一部として行ったものである。  
\*\* 京都大学工学部建築学科 \*\*\* 京都工芸織維大学工芸学部住環境学科 \*\*\*\* 住友建設株式会社大阪支社

2. 骨組モデル 図1に示すような剪断型構造物モデルを取扱う。梁は長い剛体で回転しないもののヒし、柱は式(1), (2), (3)の单軸非線形履歴応力-歪関係式に従う材料で構成された箱形断面部材とする。数十サイクルの定常振動を解析するという目的から、処女硬化曲線以外の履歴応力-歪関係式には、引張、圧縮共に同一のパラメータ値を採用した。シングでは歪速度が応力-歪関係曲線の形状に及ぼす影響を無視するが、履歴ループの応力軸方向への上昇効果だけを比較的単純に考慮に入れる[3]ために  $\sigma_y$  の値を 3.3 ton と仮想して解析した。図2に柱断面形状を示した。柱の分布質量を無視し、柱頭の質量を、柱軸力比が 50%となるようとした ( $W = 1068.21 \text{ ton}$ )。

Virgin strain-hardening path:

$$\left(\frac{\epsilon}{\sigma_y / E}\right) = \left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right) \left(1 + \hat{\alpha}^{-\hat{R}} \left|\frac{\sigma}{\sigma_y}\right|^{\hat{R}-1}\right) \quad \dots \dots \dots (1)$$

where  $\hat{\alpha}=0.490$ ,  $\hat{R}=2.94$  ( $\dot{\epsilon}<0$ )  $\hat{\alpha}=0.524$ ,  $\hat{R}=3.41$  ( $\dot{\epsilon}>0$ )

Path reversed from yield plateau:

$$\left(\frac{\epsilon - \epsilon^{(i)}}{\sigma_y / E}\right) = \left(\frac{\sigma - \sigma^{(i)}}{\sigma_y}\right) \left(1 + a^{-r} \left|\frac{\sigma - \sigma^{(i)}}{\sigma_y}\right|^{r-1}\right) \quad \dots \dots \dots (2)$$

where  $a=1.943e_p^{-0.0749}$ ,  $r=16.4e_p^{-0.214}$

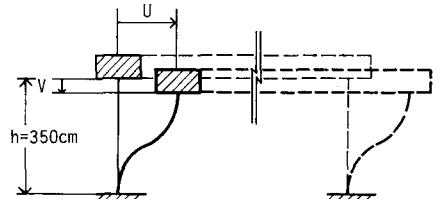


図1 剪断型構造物モデル

The  $(i+1)$ -st path from a reversal point  $(\epsilon^{(i)}, \sigma^{(i)})$ :

$$\left(\frac{\epsilon - \epsilon^{(i)}}{\sigma_y / E}\right) = -\max \left( \left| f \left( \frac{\sigma - \sigma^{(i)}}{\sigma_y} \right) \right|, \left| g \left( \frac{\sigma - \sigma^{(i)}}{\sigma_y} \right) \right| \right) \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{where } f \left( \frac{\sigma - \sigma^{(i)}}{\sigma_y} \right) = \left( \frac{\sigma - \sigma^{(i)}}{\sigma_y} \right) \left( 1 + \left[ \hat{\alpha} \right]^{-\hat{f}} \left| \frac{\sigma - \sigma^{(i)}}{\sigma_y} \right|^{\hat{f}-1} \right)$$

$$g \left( \frac{\sigma - \sigma^{(i)}}{\sigma_y} \right) = \left( \frac{\sigma - \sigma^{(i)}}{\sigma_y} \right) \left( 1 + \left[ \hat{\alpha} \right]^{-\hat{g}} \left| \frac{\sigma - \sigma^{(i)}}{\sigma_y} \right|^{\hat{g}-1} \right)$$

where  $\hat{\alpha}=0.5745S_M^{(i)} + 0.469$ ,  $\hat{f}=2.26S_M^{(i)} + 3.725$

$\hat{\alpha}=0.4415S_M^{(i)} + 0.6735$ ,  $\hat{g}=4.5$

$S_M^{(i)}$  : maximum normalized stress amplitude

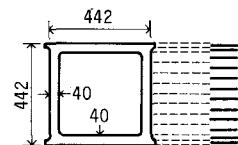


図2 柱断面形状

3. 解析方法 部材の剛性行列には、精度良い非線形履歴応力-歪関係式[16]を組み込んだ移動要素座標系法に基づく梁-柱剛性行列[17]を用いた。この剛性行列の梁-柱部材の静的解析精度は、すでに文献[17]において極めて良好であることが確かめられている。

運動方程式の数値積分には Newmark- $\beta$  法を適用した。 $\beta=1/4$  とし、時間きざみ幅の最大値を  $T_0/100$  とした。運動方程式の数値積分の検証のために、座屈撓角法による剛性を用いた線形振動理論解と本解析プログラムにより得た弹性振動解との比較を行った。固有周期差は 0.1% 以下で、26 秒付近の変位の最大値の差は 0.5% 以内、その時刻の差は 0.1% 程度である。

#### 4. 数値実験計画

4. 1 正弦波加速度外乱  $A \sin(2\pi T_0/T)$  (gal) の振幅  $A$  の  $10 \sim 80$  gal の範囲と、外乱周期  $T$  の骨組モデルの弹性固有周期  $T_0$  に対する比が  $0.4 \sim 2.0$  の範囲で、種々の  $A$  と  $T$  の組合せを採用し、合計 35 ケースの解析を行った。その組合せは、後に結果のまとめと共に図10に示す。

4. 2 処女歪硬化曲線の形状の効果を調べるために、モデル M1 の外に表1の  $a$ ,  $r$  をもつ M2 と M3 を考え、 $A=60$ ,  $T=T_0$  の場合の応答解析を行った。

表 1

	Virgin curve ( $\xi < 0$ )	The $(i+1)$ -st path
M1	$\hat{\alpha}=0.625, \hat{R}=2.94$	$\hat{\alpha}=0.5745S_M^{(i)} + 0.469, \hat{f}=2.26S_M^{(i)} + 3.725, \hat{\alpha}=0.4415S_M^{(i)} + 0.6735, \hat{\beta}=4.5$
M2	$\hat{\alpha}=0.625, \hat{R}=4.16$	$\hat{\alpha}=1.8, \hat{f}=16.0, \hat{\alpha}=1.8, \hat{\beta}=16.0$
M3	$\hat{\alpha}=0.594, \hat{R}=4.30$	$\hat{\alpha}=1.8, \hat{f}=16.0, \hat{\alpha}=1.8, \hat{\beta}=16.0$

## 5. 数値実験結果

### 5. 1 種々の振幅と振動数の組合せの正弦波加速度外乱の作用を受けるモデルM1の挙動

20~30サイクル領域のモデルM1の挙動は、弹性振動以外に、次の3種類にまとめられる。

(1) 対称定常振動 最大緑歪が歪硬化開始点歪近傍にとどまるような、定振幅と振動数の組合せの正弦波加速度外乱を受けるモデルは、静止時弦軸線と振動中心とする定変位振幅対称定常振動に収束する挙動を呈した。その2例を図3と図4に示した。過渡状態では、各サイクルの反転点、圧縮歪の最大値は、歪硬化開始点歪までは段階的乃至急速に漸増するが、歪硬化開始点歪を超えるとその増加速度が鈍化し遂に定常ループを描くに至る。これに対応して、層剪断力-相対変位曲線は薄いレンズ状曲線に次第に収束してゆく。また、過渡状態における変位振幅の方が定常振動の変位振幅よりも大きいという挙動を呈した場合もある。

(2) 非対称定常振動 後述のような定加速度振幅と振動数の組合せの外乱を受けるモデルは、静止時弦軸線から少し傾いた、弦端を結ぶ直線と振動中心とする定変位振幅振動、すなわち非対称な定常振動に収束する挙動を示した。その2例を図5と図6に示した。図6のように一方向に単調に傾きが増加し、やがてその傾きの増加速度が0に近づくという型の過渡状態を示したものと、図5のように、一方向に一旦増加した傾きがやがて僅かに減少し、傾きの少ない非対称な定常振動に収束するという過渡状態を示したものがあった。後者の場合の曲率分布の変動状況を図5(g)に示した。振動中心線の傾きが最大となる、19サイクル反転点附近の梁-柱の曲率分布を見ると、相対変位の負側(19(-))の反転点における曲率分布と、正側(19(+))の反転点における曲率分布との間の相異がかなり大きくなっている。その際、ピーク曲率を示している梁要素の多数の層要素が降伏棚上または棚からの反転経路上の点を表さる応力-歪状態にあり、このような梁要素は剛性が小さく、曲率増分が比較的大きくなり易く、従っていずれか一方に曲がり易い状態にあるために、非対称な変形を呈したものと解される。その後、この梁要素の層要素が逐次歪硬化域に入るにつれマサの曲率の絶対値が減少する(27サイクル反転点付近)。このように、一旦増加した振動中心線の傾きが減少するという挙動は、対称定常振動に収束する挙動を示したモデルの中にも若干見られた。

(3) 発散挙動 後述のような定加速度振幅と振動数の組合せの外乱の作用を受けるモデルは、サイクル毎に、振動中心線が一方向に傾いていく発散挙動を呈した。その1例を図7に示した。初期の数サイクル乃至十数サイクルでは対称定常振動または非対称定常振動に収束するかのようなる性状を呈しながら、或るサイクル数の附近で振動中心線の傾き増分が急に増大し、その後ほぼ一定の傾き増分で振動中心線が傾いていくと見なせる挙動を呈したモデルと、最初から或る程度の傾き増分で振動中心線が傾き始め、或る段階でその増分が急増するという挙動を呈したモデルとが観察された。この種の発散過程は、図7(c)のように、層剪断力-相対変位曲線は負勾配を呈していい範囲において生じている。また、この発散過程における相対加速度の時刻歴曲線からは、何等の特徴も観察できない。

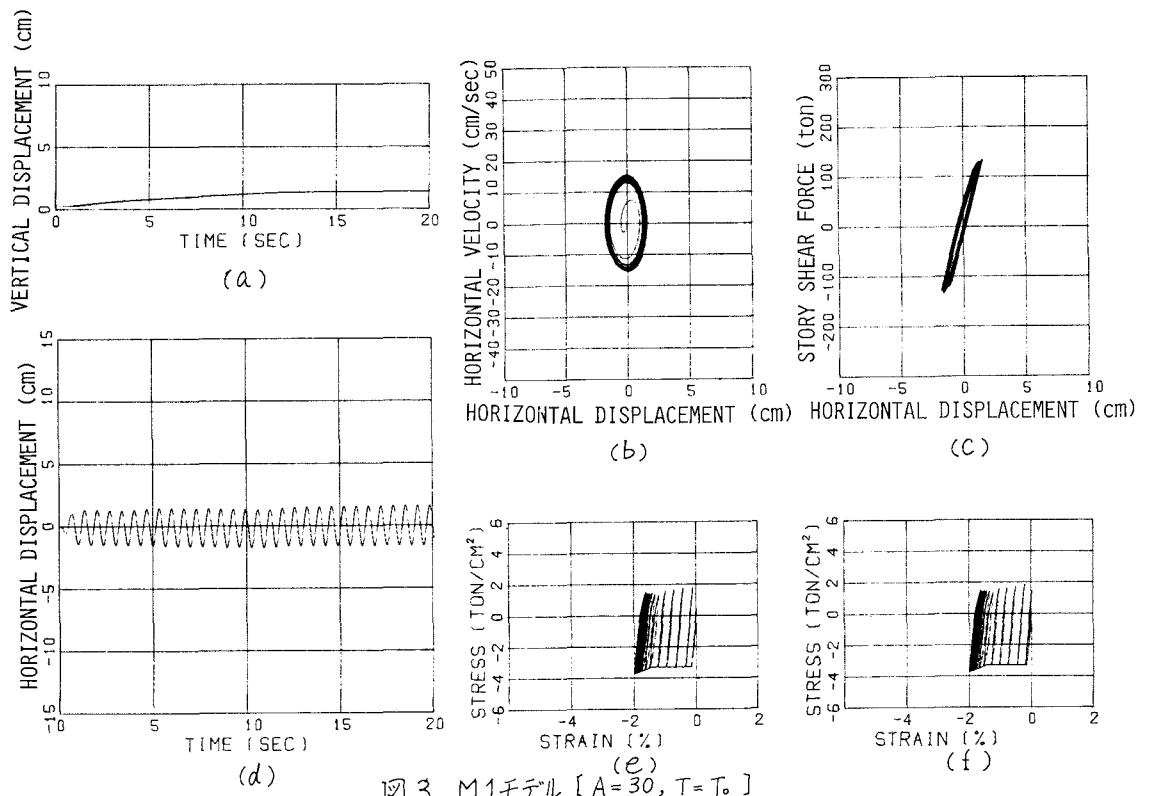


図3 M1モデル [ $A = 30$ ,  $T = T_0$ ]

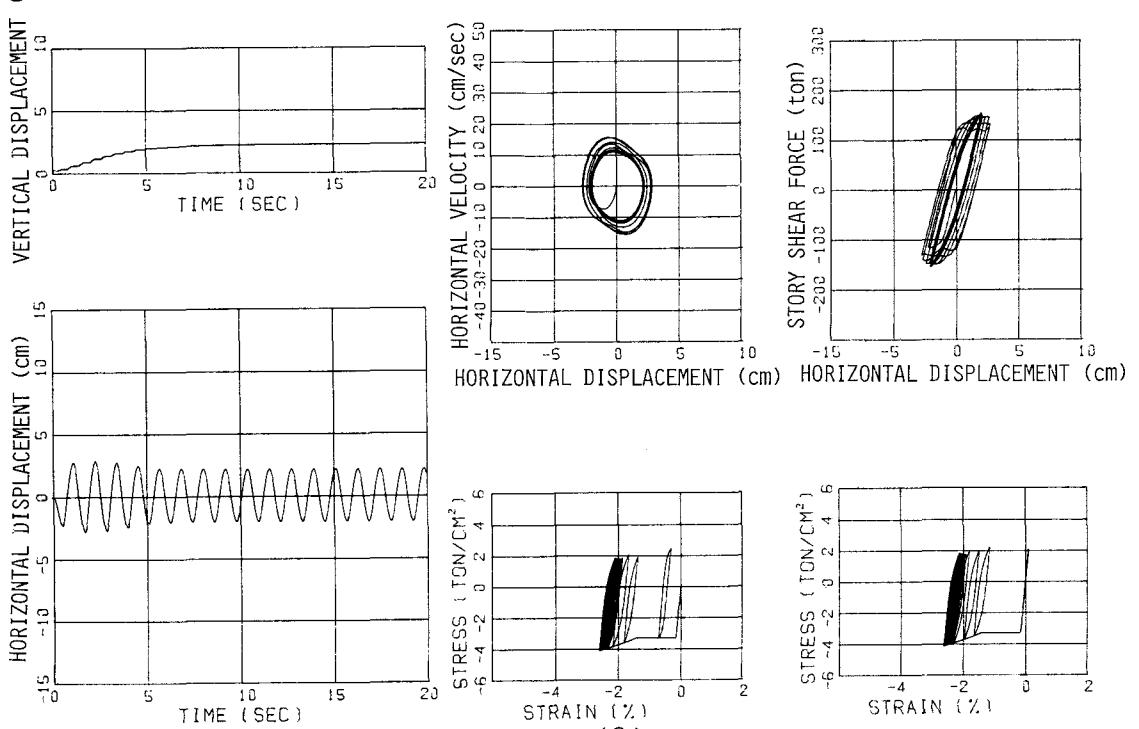


図4 M1モデル [ $A = 90$ ,  $T = 1.8 T_0$ ]

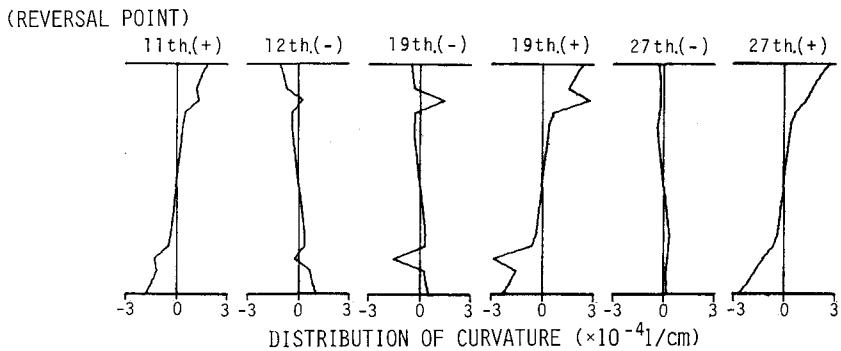
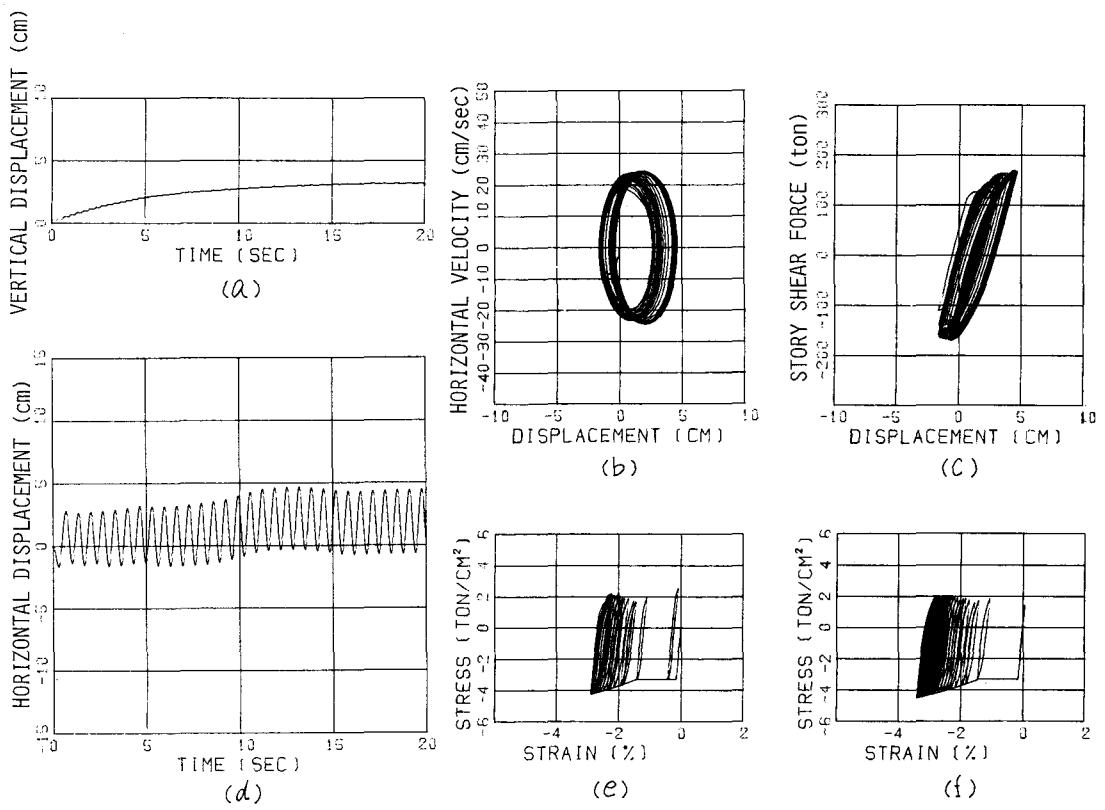


図5 M1モデル [ $A = 90$ ,  $T = T_0$ ]

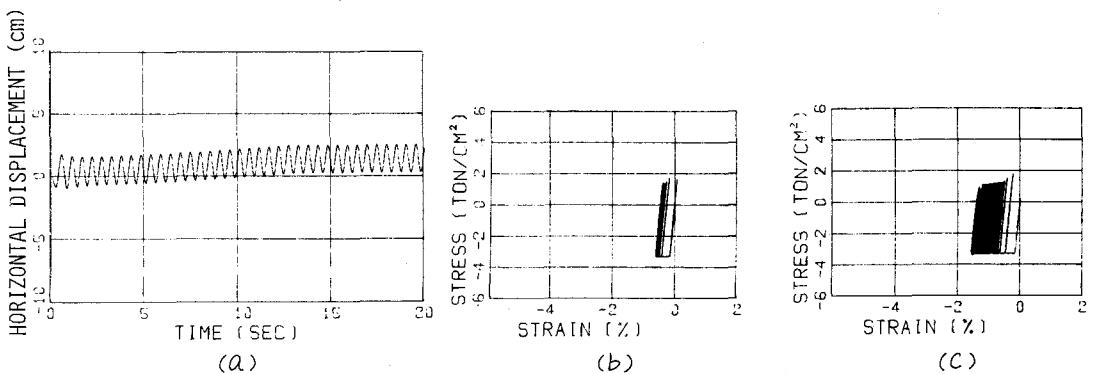


図6 M1モデル [ $A = 60$ ,  $T = 0.8T_0$ ]

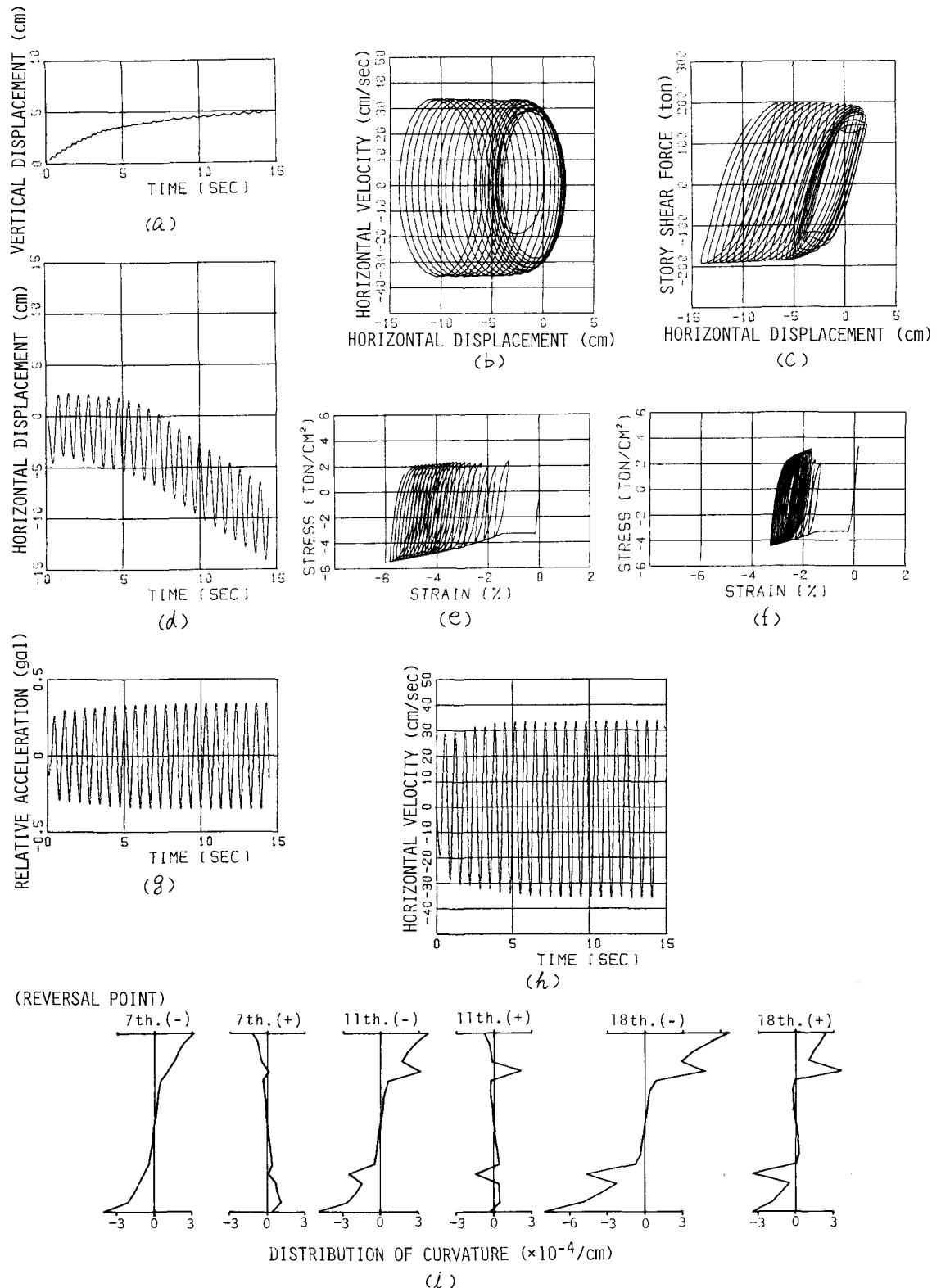


図7 M1 E7YL [A=180, T=T<sub>0</sub>]

## 5. 2 歪硬化域勾配が異なる材料で構成された3個のモデルの挙動の比較

表1のパラメーター値で表される処女歪硬化域の応力-歪曲線を図8に示した。表1のパラメーター値で定義される材料で構成された柱を持つ3個のモデルM1, M2, M3に同一の外乱( $A=60, T=T_0$ )を作用させたときの応答を比較した。図9(a~c)は相対変位の時刻歴曲線を示す。静的引張圧縮試験から導いたパラメーター値の平均値を採用したM1が非対称定常振動へと収束する挙動を示すような種類の外乱に対し、M2, M3のように歪硬化域勾配が小さいモデルは、発散挙動を示すことが確かめられた。M2, M3の挙動の発散過程もすべて、層剪断力-相対変位曲線における勾配が正の領域で発生している。

## 6. 考察

### 6. 1 挙動の分類とその外乱加速度-周期平面表示

定振幅の正弦波加速度外乱の作用を受ける1質点骨組モデルの塑性変形を含む応答は、次の3種類に分けられる。

- (1) 対称定常振動：静止時材軸線に関して対称な定変位振幅振動。
- (2) 非対称定常振動：静止時材軸線に関して若干傾いた材端を結ぶ振動中心線廻りのほぼ定振幅の振動と見なせるときの挙動。
- (3) 発散挙動：各サイクルの振動中心線が一方向に漸増し、各サイクルにおけるモデルの応答が傾いた振動中心線廻りのほぼ定振幅の振動とみなせるときの挙動。

定常振動状態に収束したかどうかの判定には、外乱開始後25~30秒間の集中質量の相対変位の最大値の収束状況のみならず、応力-歪レベルにおける収束状況を資料として用いた。対称定常振動と非対称定常振動の判定では、定常化後の集中質量の振動中心の、静止時位置からのずれが0.1mm以内を対称と見なすこととした。これは部材角換算値で $2.9 \times 10^{-4}$ に相当する。

外乱加速度振幅-周期平面上において、各試験条件に対する応答の分布を概観するために、図10のように、対称定常振動を●印、非対称定常振動を■印、発散挙動を▲印で表した。定常振動の限界を規定する外乱加速度振幅と周期比の組合せは1個の曲線を定義することになる。その推定曲線を図10に記入した。

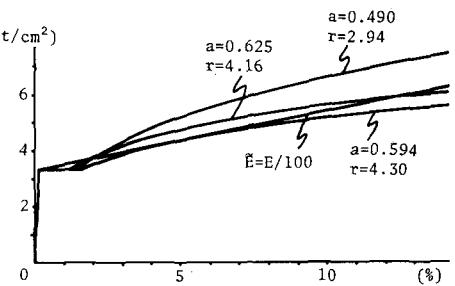
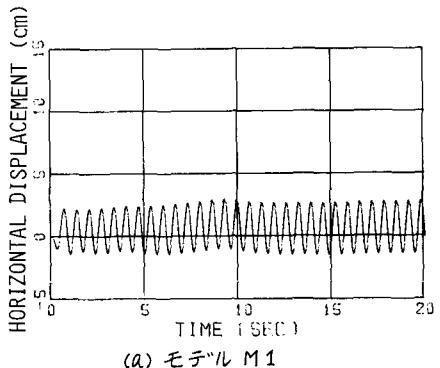
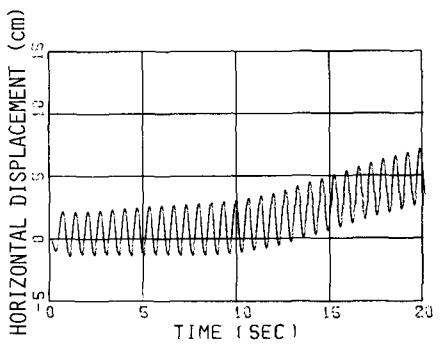


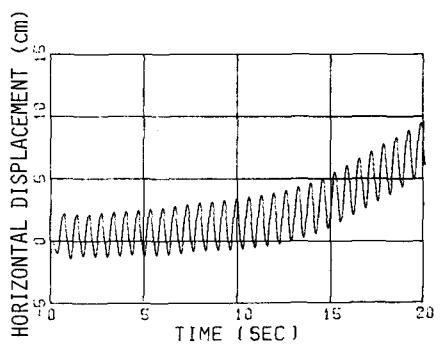
図8 STRESS-STRAIN RELATIONS



(a) モデル M1



(b) モデル M2



(c) モデル M3

図9

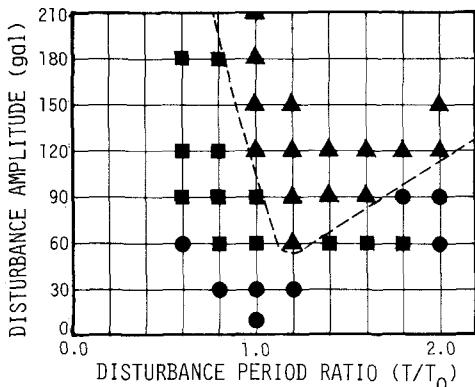


図 10

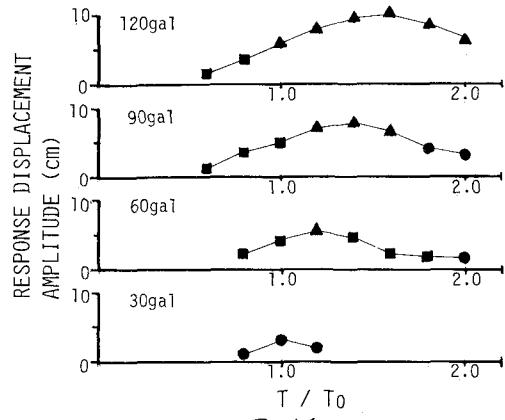


図 11

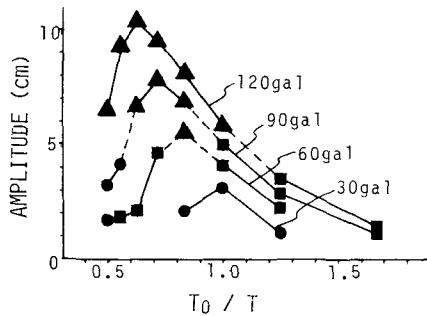


図 12

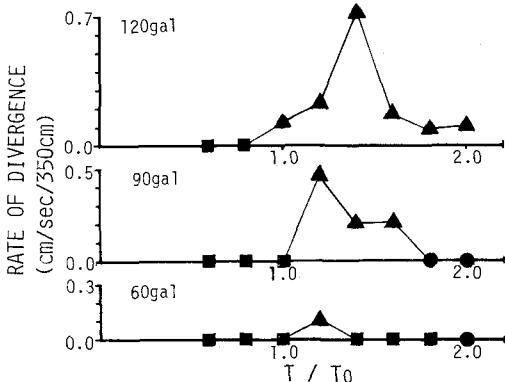


図 13

弾性振動領域も区別すると、このモデルの応答を支配する外乱加速度振幅と周期の組合せは、4個の領域に分類されることがわかる。

### 6. 2 応答相対変位振幅

シングでは図10の範囲の外乱を取り扱い、いろいろな発散挙動を示すモデルでも、ほぼ一定と見なせるような相対変位振幅が振動しながら時刻歴曲線上で振動中心がずれまくという発散過程を示す。シングで発散過程についても応答相対変位振幅を定義する。これを含めて、4レベルの各外乱加速度振幅毎に、加速度外乱の固有周期比に関してM1モデルの応答相対変位振幅をプロットした結果が図11である。また、通常の共振曲線の形式で、振動数比に関して応答相対変位振幅をプロットした結果が図12である。バイリニヤ復元力特性を示す1質点剪断形構造物モデルの定常応答の共振曲線は周知[18]であるが、シングでは非線形履歴応力-歪関係式に従う材料の柱とともに1質点モデルについて、定常振動と発散挙動を区別して応答曲線を提示している。

### 6. 3 発散速度

5で述べたように、発散挙動を呈するモデルの1サイクル当りの振動中心線の傾きの増加率は、静止時弦軸線位置から傾き始めて数サイクル後にはほぼ一定と見なせる。シングで、1サイクル当りの傾きの増加率を発散速度と称する。図13は、発散速度を外乱加速度振幅レベル毎に、周期比に関してプロ

ロットした結果である。図11と比較すると、外乱加速度レベルの上昇に伴い、ピークを与える  $T/T_0$  が  $T/T_0 > 1$  の方向にずれ、やや傾向は共通であることがわかる。同一の  $T/T_0$  を比較すると、外乱加速度レベルが高いからといえど必ずしも発散速度が大であるとは限らない。

#### 6.4 定常振動と発散挙動に及ぼす応力-歪曲線の形状の効果

定常振動に至る過渡状態においては、5.1(2)に述べたように、降伏棚の存在による曲率ピークが一旦現れ、定常状態への収束過程で曲率分布が平滑化される。過渡状態において経験した塑性変形の履歴が対称または非対称定常状態に対しても如何なる影響を及ぼすかについては、この数値実験では解明できていない。

M1, M2, M3 の同一正弦波外乱に対する応答の比較から、定常限界は少なくとも処女歪硬化域の勾配によって支配される側面を持っていると推定される。

7. 結論 線形歪硬化材料法則よりは一層現実的な、非線形履歴応力-歪関係式に従う材料が構成された梁-柱をもつて質点骨組構造物モデルについて、種々の定振幅と振動数の正弦波加速度外乱を作用させた場合の応答解析を行った結果を提示した。この数値実験から次の結論が導かれる。

- (1) 1個の骨組モデルが定振幅の正弦波加速度外乱に対して示す応答は、外乱加速度の周期と振幅に応じて、対称定常振動、非対称定常振動及び発散挙動の3種類に分けられる。
- (2) この3種類の応答を生ぜしめる、外乱加速度振幅-外乱加速度周期平面上の各点の表す組合せは、3個の領域に分けられ、対称定常振動の領域は更に弾性応答領域と塑性変形を含む応答の領域に分けられる。本論文の数値実験結果から、この平面上で定常限界曲線が存在すると推定できる。対称定常振動と非対称定常振動を分ける限界曲線の存在については、部分的に不明確なところが残っている。
- (3) 発散挙動についても応答相対変位振幅を定義して、振動数比に関してプロットすると、バイリニア復元力特性の1質点モデルの共振曲線と類似の曲線となる。周知の共振曲線とは異り、この曲線は同時に発散挙動の振幅レベルを表す図であると見ることができる。外乱加速度周期一定として結果を調べると、外乱加速度振幅が大きくなる程、応答相対変位振幅が大きくなる傾向が見られるのにに対して、発散速度は必ずしも外乱加速度振幅が大きいとは云えない。

(4) 定常振動に収束する場合の過渡状態において、静止時軸軸線に対する振動中心線の傾きが、一旦は或るレベルまで増大するが、やがて僅かに減少し、傾きが殆んど0か、又は若干小さいが尚静止時軸軸線から傾いている振動中心線に関する定常振動するという挙動を呈する場合が存在する。

(5) 降伏棚の存在は過渡状態の曲率分布の変動に対する影響を及ぼしている。(2)項の定常限界曲線は、処女歪硬化域の勾配によって支配される側面を持つ、といふ。しかるべき意味でも、(1)～(4)の意味でも、応力-歪曲線の特性が定常限界に及ぼす影響はかなり顕著であるといえる。

#### [参考文献]

- [1] 加藤勉、秋山宏、鈴木弘之、深沢義和、久保哲夫 「H型柱の動的崩壊実験」 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州) 昭和47年10月, pp 1309-1310
- [2] 加藤勉、秋山宏、鈴木弘之、藤洋一 「引張プレース構造模型の振動実験」 同(北陸) 昭和49年10月, pp 957-958
- [3] 岩林實、中村武、吉田望、岩井哲、高井秀博 「振動台を用いた鋼構造骨組の動的加振実験」 京大防災研究所報第22号B-1 昭和54年4月, pp 243-254, 同(2) 京大防災研年報 第23号B-1, 昭和55年4月, pp 173-185

- [4] R.Tanabashi,Tsuneyoshi Nakamura and S.Ishida, "Gravity effect on the catastrophic dynamic response of strain-hardening multi-story frames". Proc.5WCEE,Rome, Italy,2,2140-2151,1974.
- [5] Y.Yokoo,Tsuneyoshi Nakamura,S.Ishida and Takashi Nakamura, "Cyclic load-deflection curves of multi-story strain-hardening frames subjected to dead and repeated alternating lateral loads". Preliminary Report of IABSE symp. on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads Lisbon, 81-87, 1973.
- [6] 藤本盛久, 緑川光正 「正弦波入力を受けるH型鋼柱の弾塑性応答解析」 日本建築学会大会学術講演梗概集(東海), 昭和51年10月, pp 1097-1098
- [7] 若林實, 中村武, 吉田望, 井上明 「正弦波外乱を受ける小型鉄骨骨組模型の動的崩壊実験」 同(関東), 昭和50年10月, pp 821-822
- [8] 山本昇 「鉄骨建築の動的崩壊挙動に関する研究」 同(東海), 昭和51年10月, pp 1101-1102
- [9] 浅野幸一郎, 鈴木三四郎 「1層1スパン鉄骨架構の動的崩壊過程に関する実験及び解析的研究」 同(北海道), 昭和53年9月, pp 737-734, 及び 同(関東), 昭和54年9月, pp 673-674
- [10] 中村恒善, 上谷宏二, 竹脇公一 「鋼片持梁-柱の繰返し両振り塑性曲げ過程における不安定現象(その1; 角形鋼管供試体による実験)」 同(近畿), 昭和55年9月, pp 1157-1158
- [11] 中村恒善, 上谷宏二, 今久保好 「中実矩形断面鋼片-柱の振幅漸増完全両振り繰返し曲げ試験(対称及び非対称応答状態と発散挙動に関する実験)」 同(九州), 昭和56年9月, pp 2059-2060
- [12] 中村恒善, 上谷宏二 「鋼片持梁-柱の繰返し両振り塑性曲げ過程における不安定現象(その2; 対称限界理論と定常限界理論)」 同(近畿), 昭和55年9月, pp 1159-1160
- [13] 中村恒善, 上谷宏二, 以頭秀司 「鋼片持梁-柱の繰返し両振り塑性曲げ過程における不安定現象(その3; 数値解析)」 同(近畿), 昭和55年9月, pp 1161-1162
- [14] 中村恒善, 上谷宏二 「完全両振り繰返し曲げと両振り鋼片持梁-柱の対称限界解析法(その1; 基礎理論)」 同(九州), 昭和56年9月, pp 2055-2056
- [15] 中村恒善, 上谷宏二, 以頭秀司 「完全両振り繰返し曲げと両振り鋼片持梁-柱の対称限界解析法(その2; 1次元有限要素法による数値解析)」 同(九州), 昭和56年9月, pp 2057-2058
- [16] 横尾義貴, 中村恒善他 "Non-stationary hysteretic uniaxial stress-strain relations of a wide-flange steel, part I,II" 日本建築学会論文報告集 第259号, 昭和52年9月, pp 53-66, 同 第260号, 昭和52年10月, pp 71-82
- [17] 中村恒善, 鐘形修一, 小坂郁夫 「非定常履歴単軸構成法則とその部材解析への適用(その1,2)」 同 第300号, 昭和56年2月, pp 11-18, 同 第301号, 昭和56年3月, pp 9-15
- [18] T.K.Caughey, "Sinusoidal excitation of a system with bilinear hysteresis". Journal of Applied Mechanics, vol. 27, Trans.ASME,vol. 82, Series E, 640-643, 1960.

RESPONSE ANALYSIS OF A FRAME MODEL OBEDIING A NONLINEAR HYSTERETIC  
STRESS-STRAIN RELATION UNDER SINUSOIDAL DISTURBANCES

by Tsuneyoshi NAKAMURA\*, Ikuo KOSAKA\*\* and Yoshihiro KITADA\*\*\*

The results of systematic numerical experiments are presented for clarifying the steady-state response of a one mass shear-type frame model under sinusoidal acceleration disturbances. The model consists of a lumped mass rigid beam and a beam-column obeying a nonlinear hysteretic uniaxial stress-strain relation. The following conclusions have been drawn from the numerical results.

- (1) The responses of the model under sinusoidal disturbances of various amplitudes and frequencies are classified into three groups: steady-state vibrations symmetric with respect to the initial column axis at rest, non-symmetric steady-state vibrations about an inclined center of vibration and divergent behaviors (Fig.3,4 and 5).
- (2) Points on a disturbance amplitude-disturbance period plane representing those combinations which cause the afore-mentioned three different types of responses are fairly clearly classified into three regions. It may be inferred from the plots that there exists a steady-state limit curve on the disturbance amplitude-disturbance period plane, as predicted by the dashed line in Fig.10. As for the existence of a symmetry limit curve, there still remains a question of accuracy as may be observed from the plots of ● and ■ in Fig.10.
- (3) If the response relative displacement amplitude (including response amplitude during divergence process) is plotted with respect to the frequency ratio, curves analogous with the resonance curves of a one-degree-of-freedom model with a bilinear restoring-force characteristics are obtained. It should however be noted that the curves in Fig.12 may be regarded as those indicating the response amplitude levels of divergent behaviors and are not resonance curves in the ordinary sense.
- (4) During transient states in some cases, the model has exhibited a peculiar behavior such that the inclination of the central line of vibration from the initial column axis at rest is increased up to a certain level once and then diminishes slightly. The final behavior after convergence is a steady-state vibration about an inclined center line of a smaller inclination(Fig.5(d)).
- (5) The yield plateau on the stress-strain curve has an apparent influence upon the variation of curvature distribution during a transient state( Fig. 5(g)). The steady-state limit mentioned in (2) above is governed by the slope of the virgin strain-hardening curve, at least partially (Fig.9(a-c)). Not only from these observations but also from the conclusions (3) and (4), the influence of the characteristics of the stress-strain relation upon the steady-state limit may be said to be remarkable.

---

# This investigation is partially supported by a GRANT-IN-AID for Developmental Scientific Research in 1981 (Head Investigator: Tsuneyoshi NAKAMURA)

\* Department of Architecture, Kyoto University

\*\* Department of Architecture and Environmental Design, Kyoto Technical University

\*\*\* Sumitomo Construction Co.Ltd.