

(4) 骨組構造の最適特性に関する一考察

○長谷川彰夫^{*}, 阪上精希^{**}, 後藤芳顕^{*}, 松浦 聖^{*}

1. まえがき

骨組構造物の最適設計は基本的に 1) 構造部材の断面の最適化 (Level 1), 2) 骨組構造の構造部材断面配分の最適化 (Level 2) 及び 3) 骨組構造の配置 (Layout) の最適化 (Level 3) に分けられる¹⁾。Level 1 の部材断面の最適特性については、すでに長谷川・岡崎・松浦が一定の成果をあげている²⁾。これらの成果を利用した形での Level 2 の骨組構造の構成部材断面配分の最適化の方法論は、長谷川・阪上・松浦が展開し、簡単な不静定トラスに適用を試みた³⁾。

これらの論文における最適化の理念としては、長谷川等の提唱した最大荷重設計の考え^{3), 4)}が用いられている。最大荷重設計のアルゴリズムは、特定の荷重のもとで、特定の構造物を最適化させる最小重量設計的な適用よりも、仕荷荷重下による構造物の最適特性の把握を行うに有効であり、その長所を発揮する。文献(1)においても、基本的にはそのような立場から、骨組構造の最適化が論じられているが、応用例は軸力のみを受ける部材からなる簡単なトラスにとどまっている。

本論文では、一般的な軸力と曲げおよびせん断を受ける部材から成るフレーム構造を取り上げ、最大荷重設計による骨組構造の構成部材断面配分の最適化が一般的に可能であることを明らかにする。

骨組構造物が静定である場合、構成部材断面配分と無関係に、各部材の断面力が確定する。したがって、変位制限等の変形概念が考慮されない限り Level 2 の断面配分の最適化の問題と言っても、静定構造物では、構造解析の繰り返しを必要とせず、実質的には、Level 1 の構造部材の断面の最適化として取り扱うことが可能である。対象が不静定構造物であったり、静定構造物でも、変位制限が加わる場合には、構成部材断面配分の変化により応力、たわみ等の力学量が変わるため、断面等の幾何学量を独立変数とする構造最適化の問題では、Level 2 の最適化において、構造解析の繰り返しを必然的に必要とする。

構造解析の繰り返しが必要なこと、及び SUMT, SLP 等の数理的最適化のテクニック自身が局所的な最大最小値を求める数値的手法であることは一般に、構造最適化の計算を非常に複雑なものとし、その結果として、計算コストの増大と信頼性に対する不安の問題を残している。これらの問題とも関連して、従来は、最小重量設計的な立場から、特定荷重下における構造物の最適化の検討という色彩が強く、計算の内容も例題の提示にとどまる傾向が強い。その場合には、応力制限、座屈制限、たわみ制限等、それぞれが力学的内容を持つた制限であるにもかかわらず、最適化の結果は、最適解の提示だけにとどまり、最適解を与えている力学的内容と拘束条件の因果関係の考察に関しては、不十分なものにとどまっている。

本研究では、鉛直荷重及び水平荷重を受ける 2 層 2 スパンのフレーム構造を検討の対象とする。フレーム構造としては比較的簡単なものであるが、構成部材は軸力、曲げ及びせん断を受ける平面構

* 名古屋工業大学土木工学科, ** 新日本製鉄

造として、一般的なものであり、この対象に座屈、ねじり制限をも考慮すれば、実務設計で考慮すべき骨組構造の設計条件は基本的に含むものと言える。ここでは、最適設計解の例題的提示というよりも、荷重の大小言い換えれば、構造物の slenderness または重量による最適特性の変化、及び設計条件のとり方による最適特性の変化の考察に重点を置く。

一般に、実務設計においては、与えられた荷重下での適当と考えられる骨組形状の設計を対象とし、設計条件は示方書等で定められた力学条項を一括して取り扱って設計計算を行う。実務設計では最適化計算によらずとも、過去の経験の蓄積により、比較的、最適解に近い実施設計を行っていることは十分考えられる。さらに、円熟した設計技術者であれば、どの設計条件がどういう状況で卓越するかも、経験的に知っている場合が多い。しかし、一方で、これらの経験的に知り得た最適特性を、理論的、合理的に説明するための努力は必要であり、また、必ずしも最適とは言えない経験的設計慣習を見つけ出す必要もある。経験的事実及び設計慣習と一定の便宜的仮定のもとに導かれる論理的最適解は必ずしも一致するとは限らないが、これらの情報を相互補完的に活用すれば、今後の設計の合理化に十分益するものと考えられる。さらに、最適設計の成果が蓄積され、その手法も汎用化、一般化してくれば、経験の比較的浅い設計技術者でも、十分合理的な設計をすることが可能となろう。

本研究における骨組構造の最適特性に関する考察も、そのような立場を配慮しながら、最適化の手法に対する考察というよりも、構造物の slenderness に応じた最適解に対する設計条件のカガわり方を中心を検討を加える。

2. 最大荷重設計の適用と断面最適特性の活用

(1) 最大荷重設計の適用: Fig.1 に示す2層2スパンで柱、はりとも部材長さ l のフレーム構造を計算の対象とする。荷重としては、Fig.1 に示すように上層、下層はりとも等分布荷重 q 、はり軸方向に横荷重 $0.2ql$ を考える。ここでは、特に断わらない限り独立断面横変数として下層柱 A_1 、上層柱 A_2 、下層はり A_3 、上層はり A_4 を選ぶ。

最大荷重設計による骨組構造の最適化は最終的に

$$\bar{P}_{\max} = \max_{\bar{A}_i} \{ \min_{\bar{F}_j} \bar{F}_j(\bar{A}_i) \} \quad (i = 1 \sim m-1, j = 1 \sim n) \quad (1)$$

と表現することができ¹⁾。ここで、 $\bar{P}_{\max} = p_{\max}/\sigma_y l$ 、 $p_{\max}$ は最大等分布荷重、 σ_y は降伏応力、 l は基準長でこの場合は部材長さ、 $\bar{A}_i = A_i/l^2$ 、 i は独立断面横変数の添字、 j は考慮する設計項目を示す。 $\bar{P}_j$ は

$$\bar{P}_j \equiv \bar{C}_j / \bar{S}_j \quad (2)$$

で定義される設計項目 j の無次元化状態能力関数である。 $\bar{C}_j$ 、 $\bar{S}_j$ はそれぞれ設計項目 j の無次元化現定関数、無次元化構造解析関数である。

フレーム構造の設計では、座屈を含む軸方向応力、曲げ応力、せん断応力、節点の変位等が設計項目となる。トラスの最適化では軸方向応力のみが応力として対象となり、いわゆる相関式の検討を含まないため、状態能力関数の評価は全て式(2)の表現で処理することができた。フレーム構造では軸力と曲げを受ける部材を持つため、相関式による評価も必要となり、ここでは、文献(2)の部材の最適化においてはり-柱に適用した直線相関式を用いる。直線相関式を用いた場合には、状態能力関

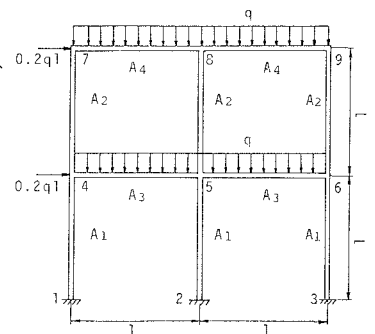


Fig.1 A 2-Span, 2-Story Frame

数は式(2)の表現のかわりに

$$\bar{P}_j = \frac{\bar{C}_j}{\bar{S}_j} = \frac{1}{\frac{\bar{S}_{j1}}{\bar{C}_{j1}} + \frac{\bar{S}_{j2}}{\bar{C}_{j2}}} \quad (3)$$

を用いればよい。このようにすれば、単独作用として計算された規定関数、構造解析関数を $\bar{C}_{j1}$, $\bar{C}_{j2}$ 及び $\bar{S}_{j1}$, $\bar{S}_{j2}$ に反映することにより、相関作用も単独作用と同様に扱うことができる。

フレームの最適化計算における規定関数 $\bar{C}_j$ の評価を、ここでは、道路橋示方書の基本耐荷力にもとづいて算定する。具体的には柱及びはりの耐荷力として文献(2)に掲げた設計式を用い、安全率は1.7とする。せん断応力の規定関数は、ミゼスの降伏条件に従って

$$\bar{C}_t = \frac{1}{1.7} \frac{\tau_y}{\sigma_y} = \frac{1}{1.7} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

とする。変位制限を考慮する場合は、全節点の水平及び垂直変位を考えるものとし、ここでは許容節点変位として $\bar{C}_\delta = \delta_{\text{all}}/l = 1/200$ を用いる。

式(2, 3)に現われる構造解析関数 $\bar{S}_j$ は単位荷重系($\bar{P}=1$)のもとでの応力 σ 変位などの構造応答を表し、骨組構造解析の結果として求まる。文献(1)で与えた無次元された断面力等を用いることにより、軸応力、曲げ応力、せん断応力及び変位に関する構造解析関数は具体的に、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{S}_a &= \frac{\sigma}{\sigma_y} = \frac{P/\sigma_y l^2}{A/l^3} \quad (\text{軸応力}), & \bar{S}_b &= \frac{\sigma_b}{\sigma_y} = \frac{M/\sigma_y l^3}{W/l^3} \quad (\text{曲げ応力}) \\ \bar{S}_t &= \frac{\tau}{\sigma_y} = \frac{V/\sigma_y l^2}{A_w/l^2} \quad (\text{せん断応力}), & \bar{S}_\delta &= \frac{u_{\text{max}}}{l} \quad (\text{変位}) \end{aligned} \quad (4a \sim d)$$

ここで P, M, V, u_{max} は単位荷重系のもとで発生する軸力、曲げモーメント、せん断力、及び最大変位であり、 A, W, A_w は部材断面積、強軸に関する断面係数、せん断を负担するウェブ断面積である。

(2) 断面最適特性の活用：このようにして、具体的に規定関数 $\bar{C}_j$ 、構造解析関数 $\bar{S}_j$ が各設計項目に関して評価できれば、式(1)の最大荷重設計のアルゴリズムにより、最適解を探索することが可能となる。しかし、式(1)では、独立変数として各部材の断面積成分のみをとっているのに対し、式(4)の構造解析関数の表現では、断面幾何学量として、断面係数 W 、ウェブ断面積 A_w が現われている。さらに式(4)の断面力等を求める骨組構造解析には、強軸に関する断面2次モーメント I が関係し、規定関数 $\bar{C}_j$ にも、座屈を考慮する場合には、弱軸回りの断面2次半径 r_w 、横座屈に関する換算断面2次半径 i が関与する。

したがって、式(1)のように部材断面積 A のみを独立変数にする場合には、断面積以外の断面定数を断面積によって表す必要がある。文献(1, 2)ではそのような立場から次のような係数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$ を定義した。

$$A = \alpha I^{1/2}, \quad A = \beta W^{2/3}, \quad I_w = \gamma I, \quad i = \delta r_w, \quad A_w = \eta A \quad (5)$$

ここで、 I_w は弱軸回りの断面2次モーメントである。これらの係数の部材としての最適値は文献(2)で求めたようにLevel 1の構造部材の断面の最適化の結果として得られ、ここに活用することができる。

文献(2)によれば、 $\alpha, \beta, \gamma, \xi, \eta$ の最適係数の値は、曲げモーメントと軸力との比率（偏心比）によりかなり変化するが、部材の一般化細長比 $R_i = l_i^2/A_i$ に関してはほぼ一定に近い。不静定構造の場合、荷重配置、骨組配置が一定であっても、偏心比は構造部材断面比率の違いにより変化する。しかしその変化量は必ずしも大きいものでなく、例えば、全部材等断面としたときの偏心比によって、最適係数の値を決めても十分と考えられる。このように考えれば、構造部材断面比率が未知の段階でも、Level 1 の成果により、最適係数の値を近似的に与えることが可能であり、Level 2 の骨組構造の最適化の問題を Level 1 の計算と分離することができる。

本研究では、簡単のため、構造部材全断面が同一の最適係数を持つものとして計算する。部材断面は鋼種 SS41 ($\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$) の 2 軸対称 H 形断面とする。文献(2)で調べたように、この場合、最適係数 $\alpha, \beta, \gamma, \xi, \eta$ は互に独立とならず、最適なウェブと圧縮フランジの面積比 A_w/A_{cf} が定まれば、 $\alpha^2/\beta^3, \xi, \eta$ はその関数として一意に決まる。

ここでは、文献(2)の結果より $A_w/A_{cf} = 0.3$ と固定し、そのもとで α, β は 2 ケース、 γ については 3 ケースを考える。計算例で用いる数値は以下の通りである。

$$\frac{A_w}{A_{cf}} = 0.3 \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha^2/\beta^3 = 0.913 \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1.0 \\ \beta = 1.03 \end{array} \right. \text{ or } \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0.80 \\ \beta = 0.89 \end{array} \right. \\ \xi = 1.05 \\ \eta = 0.13 \\ \gamma = 0.3, 0.6, 0.9 \end{array} \right. \quad (6)$$

($b/h = 0.97, 1.37, 1.69$ に相当)

ここで、 b, h は 2 軸対称 H 形断面のフランジ幅、ウェブ高であり、したがって γ の値は特定の A_w/A_{cf} のもとにおける弱軸、強軸の剛性比を示すといえる。

3. 解析結果と考察

鋼種 SS41 の 2 軸対称 H 形断面部材からなる Fig. 1 に示す 2 層 2 スパンのフレーム構造に対して、式(1)の最大荷重設計のアルゴリズムにもとづく最適化計算を実施した。断面積以外の断面定数を断面積の関数で表すための最適係数としては式(6)の値を全部材に対して用いる。式(1)に与える最大化問題を数値的に探索する最適化の手法として、Powell の共役方向法を用いた¹⁾。収束判定条件としては、独立変数の許容相対誤差 ε を使い、ここでは $\varepsilon = 0.01$ とした。最適化の結果は、文献(1)で述べたように、次の無次元量を用いて整理する。

$\bar{P}_{\max} (= \bar{g}_{\max}/\sigma_y l)$ 適用可能最大荷重

$R = 1/\sum \bar{A}_i \bar{l}_i$ 構造物総体積の逆数

ここで $\bar{A}_i = A_i/l_i^2, \bar{l}_i = l_i/l$

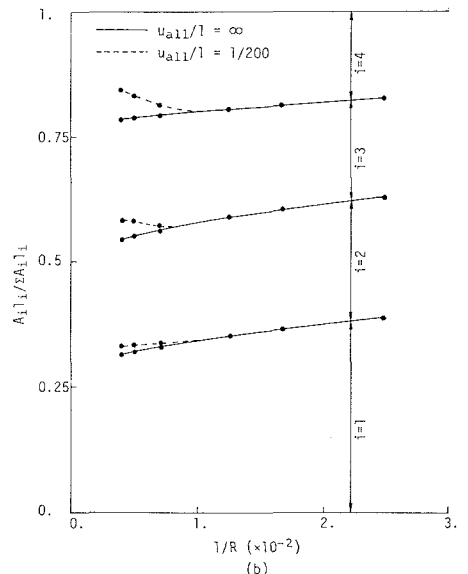
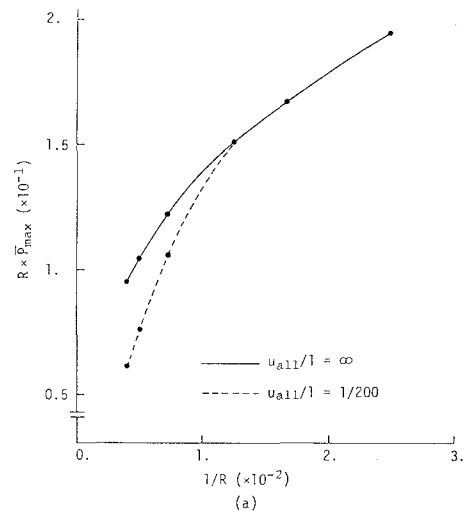


Fig. 2 Influences of Deflection Constraint (Neither Buckling nor Shear Considered)

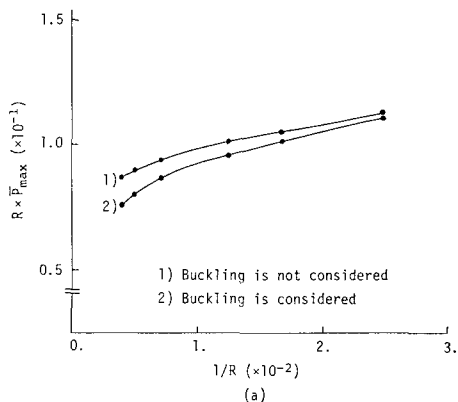
$$(r_i)_{opt} = (A_i l_i / \sum A_i l_i)_{opt} \quad \text{構成部材最適体積比率} \quad (7)$$

$$R \times \bar{P}_{max} (= \frac{P_{max}}{\sum A_i l_i} \frac{l^2}{\sigma_y}) \quad \text{単位体積あたり最大荷重}$$

以下、力学的立場から見た骨組構造の最適特性について考察する。

(1) 座屈、せん断を考慮しない場合の結果と変位制限の影響：座屈及びせん断を考慮しない場合の結果を Fig. 2 に示す。横軸は構造物総体積 $1/R$ 、縦軸は単位体積あたり最大荷重 $R \times \bar{P}_{max}$ と構成部材最適体積比率 $(r_i)_{opt}$ である。構成部材最適体積比率は同一断面積変数を持つ部材の和で表わしている。計算に必要な最適係数は、この場合、座屈、せん断を考慮していないため、 α, β のみであり、 $\alpha = 1.0$, $\beta = 1.03$ とした。

Fig. 2 によれば、 $1/R$ が小さいすなわち slender な構造では、変位制限で支配されやすくなる。 $1/R$ が大きいすなわち massive な構造になると変位制限を設けても事実上支配要因とならず、結果的に全応力設計になることを確かめた。Fig. 2a の単位体積あたり最大荷重 $R \times \bar{P}_{max}$ は $1/R$ の増加とともに増大する。これは座屈を考慮しない場合でも、断面積の増加を上回る率で曲げ成分に寄与する断面 2 次モーメント I と断面係数 W が増加するためであり、トラスの最適特性と顕著な相違を示す。図で、 $R \times \bar{P}_{max}$ の $1/R$ に対する増加の割合が減少するのは、massive な構造物では曲げ応力に比べ、軸応力が卓越するためであろう。Fig. 2b によれば、最適体積比率 $(r_i)_{opt}$ は $1/R$ の変化に対し、比較的鈍感であるが、変位制限の有無により結果に相違を示す。



(2) せん断を考慮した場合の結果と座屈制限の影響：座屈、せん断を考慮する場合には、計算に必要な最適係数として新たに γ, ξ, η が必要となる。 α, β は前項の値をそのまま適用し、

$$\alpha = 1.0, \quad \beta = 1.03, \quad \gamma = 0.6, \quad \xi = 1.05, \quad \eta = 1.03 \quad (8)$$

とする。座屈を考慮する場合、柱の有効座屈長、はりの固定点間距離として部材長を用いる。ここでは変位制限を考慮しない。

この場合の結果を Fig. 3 に示す。Fig. 3a によれば、この場合も、座屈考慮の有無にかかわらず単位体積あたり最大荷重 $R \times \bar{P}_{max}$ は $1/R$ の増加とともに増大する。ただし、増加率はせん断を考慮しない Fig. 2 の場合に比較し、はるかに小さく、一定値に収束するような状況を示す。これは、軸応力のみならず、せん断応力も断面積 A と比例的な関係を持ち、それが支配するためと言える。座屈を考慮した場合には、しない場合に比べ、当然 $R \times \bar{P}_{max}$

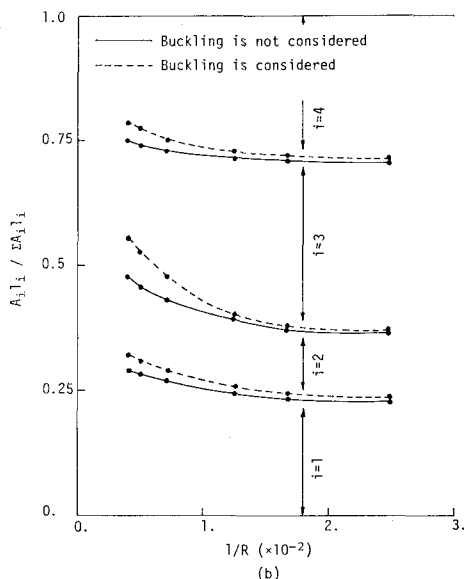


Fig. 3 Influences of Buckling Constraint
(Shear Considered, Deflection not Considered)

は減少するが、 $1/R$ の小さいスレンダーな構造ではその減少が著しく、 $1/R$ が大きくなるにつれ、座屈しにくくなるため、減少の割合が小さくなる。

Fig. 3b の最適体積比率は $1/R$ の変化に対し、Fig. 2b と異なり傾向を示すが、いずれにしても $1/R$ が増大するにつれ、一定比率を与えるような傾向を示す。座屈を考慮した場合には、 $1/R$ の小さい領域で最適体積比率の変化が大きくなり、柱部材 ($i=1, 2$) の占める率が高くなるのが注目される。ここでは、変位制限を考慮していないため、全て全応力の状態で最適解が得られた。支配応力は、柱部材 ($i=1, 2$) で縁応力、はり部材 ($i=3, 4$) でせん断応力となっており、はり部材の曲げ応力が支配応力となっていないことは注意されてよい。

(3) 座屈を考慮した場合の結果とせん断制限の影響
 ここでも最適係数の値として、式 (8) を用いる。変位制限は考慮しない。計算結果を Fig. 4 に示す。Fig. 4a によれば、せん断を無視した場合には、単位体積あたり最大荷重 $R \times \bar{P}_{max}$ は $1/R$ とともに急激に増大し、せん断を考慮した場合との結果の差が大きくなる。このことからせん断応力がこのようなフレーム構造のはりの設計で大きな役割を果たすことがわかる。Fig. 4b の結果によれば、 $1/R$ の変化による最適体積比率の変化は、せん断考慮の有無により大きく相違する。せん断を考慮する場合には構造物が massive になるにつれ、はり部材の体積比率が増大するが、考慮しない場合には、柱部材の体積比率が増大する。

実務設計における設計条件と言える座屈、せん断ともに考慮した場合の Fig. 1 に示すフレーム各部材の最適状態における柱の座屈パラメータ ($\lambda_{c1}, \lambda_{c2}$)、はりの座屈パラメータ ($\lambda_{b3}, \lambda_{b4}$)²⁾ を Table 1 に示す。 $1/R$ の値が増大するにつれ、構造物が massive となり、座屈パラメータ λ_b, λ_c の最適値が減少する。この表によれば、 λ_c, λ_b とともに値が 0.2 ~ 0.8 という実用部材の範囲にあり、本計算で実施した $1/R$ の値の範囲が、実用構造物の範囲に近いことがわかる。

Fig. 2 ~ 4 の (b) において最適体積比率 $(\gamma_i)_{opt} = (A_i l_i / \sum A_i l_i)_{opt}$ を $1/R$ に対して表わした。この結果をもとに、座屈、せん断ともに考慮した場合の

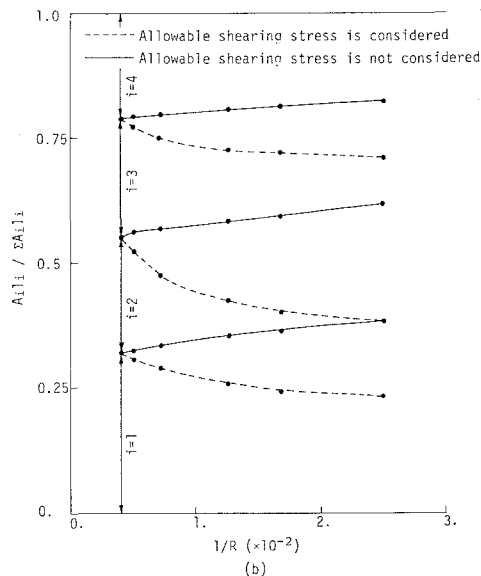
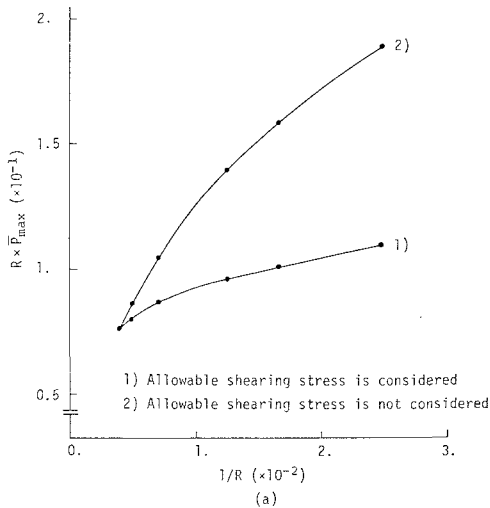


Fig. 4 Influences of Shear Constraint
 (Buckling Considered, Deflection not Considered)

Table 1 Values of Buckling Parameters at Optimum

$1/R (\times 10^{-2})$	0.40	0.50	0.71	1.25	1.67	2.5
A ₁ λ_{c1}	0.67	0.62	0.53	0.42	0.38	0.32
A ₂ λ_{c2}	0.79	0.72	0.65	0.53	0.47	0.40
A ₃ λ_{b3}	0.61	0.53	0.42	0.30	0.26	0.21
A ₄ λ_{b4}	0.64	0.56	0.44	0.32	0.27	0.22

$$\left(\lambda_{c1} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{1}{r}, \lambda_{b3} = \frac{2}{\pi} \sqrt{3 + \frac{A_w}{2A_{cf}}} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{1}{b} \right)$$

$1/R = 0.7 \times 10^{-2}$ における最適状態での断面比率を図示したのが、Fig. 5 である。特定の $1/R$ におけるフレーム断面の最適配分を視覚的に理解するものとして、わかりやすい。

(4) 変位制限のみを考慮した場合の結果： 応力制限を設けず、変位制限（この場合 $\delta_{all}/l = 1/200$ ）のみを設計条件とした場合について検討する。この場合、計算に必要な最適係数は α のみとなり、 $\alpha = 1.0$ とする。最適化計算の結果を Fig. 6 に示す。この結果によれば、単位体積あたり最大荷重 $R \times \bar{P}_{max}$ は構造物総体積 $1/R$ にほぼ比例して増大し、最適体積比率 $(\gamma_i)_{opt}$ は $1/R$ に無関係にほぼ一定となることがわかる。これはフ

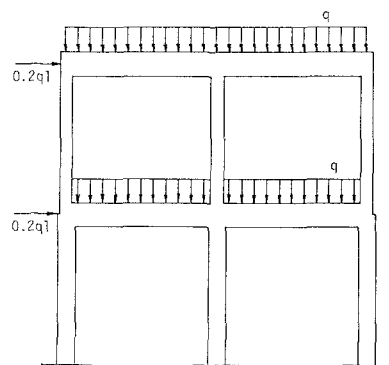


Fig. 5 Optimum Configuration with $1/R=0.7 \times 10^{-2}$

ーム節点の変位がほとんど部材の曲げ変位により支配され、その曲げ変位の影響因子が断面2次モーメント I であることに起因する。トラス構造では、影響因子が断面積 A のみであるため、単位体積あたり最大荷重が $1/R$ に無関係に一定となり、フレームでは断面2次モーメント I が主に関与するため、 $1/R$ に比例することは、構造系になる最適特性の相違として注意されてよい。ただし、最適体積比率は両者ともに、 $1/R$ に無関係にほぼ一定となる。

(5) 骨組構造の最適特性に及ぼす断面の最適係数の影響： これまでの検討では、骨組構造の最適化に必要

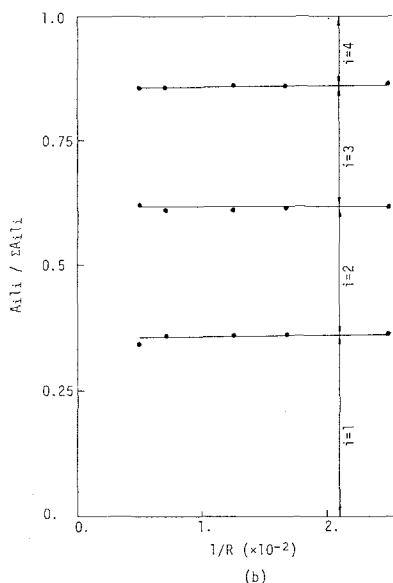
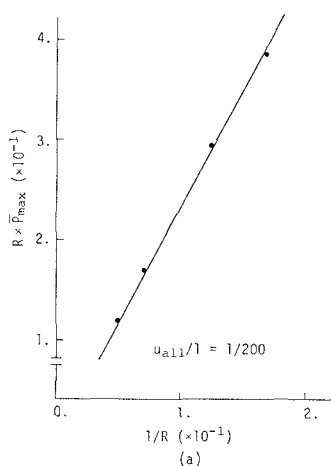


Fig. 6 Optimization only with Deflection Constraint

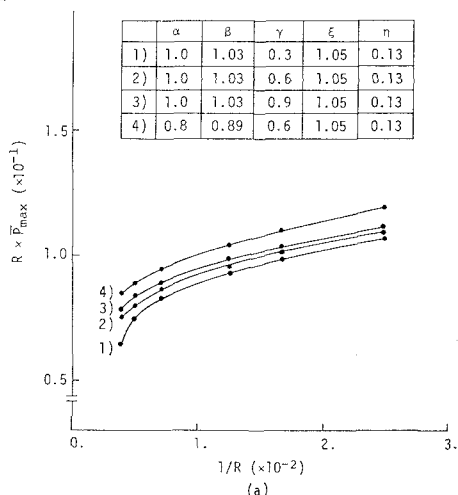


Fig. 7 Influences of Optimum Shape Coefficients

は部材断面の最適係数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$ として、式(8)の値を用いた。ここでは、座屈、せん断を考慮し、変位制限のない場合を対象に、 $A_w/A_{cf} = 0.3$ と固定した式(6)の範囲の最適係数を用いて、最適化の計算を行ない、式(5)で定義した最適係数の値が骨組構造の最適特性に及ぼす影響について調べる。

Fig.7 に計算結果を示す。ここでは、Fig.7a 中の表に示す4つのケースについて計算した。ケース1)~3)は $\alpha, \beta, \delta, \eta$ を同一の値とし、 γ の変化による最適特性の相違を与えるものである。ケース2)と4)は γ, δ, η の値を同一とし、 α, β の変化による最適特性の相違を示す。Fig.7a について検討する。ケース1)~3)の比較により、 $\alpha, \beta, \delta, \eta$ の値が同一であれば、 γ の値が大きくなるにつれ、単位体積あたり最大荷重が大きくなる。これは、弱軸の断面2次モーメントが相対的に高まるためである。ただし、 α, β, η が一定のことから、同一の断面積に対し、強軸の断面2次モーメント I 、断面係数 W 、ウェブ断面積 A_w が一定のため、上昇の程度は必ずしも大きなものではない。一方、ケース2)と4)の比較により、 γ, δ, η の値が同一であれば、 (α, β) の値が小さくなると、単位体積あたり最大荷重は増大する。これは、同一の断面積に対し、 (α, β) の値が小さくなることで、 I, W が相対的に高まるためである。

Fig.7b によれば、最適体積比率は、単位体積あたり最大荷重にくらべ、断面の最適係数の値に、さらに鋭感であると言える。実用的な立場から言えば、最適化の結果として、最大荷重の値よりも、構造物の寸法を決める最適体積比率の方が重要であろう。その意味で、最適体積比率が、断面の最適係数の値に鋭感であることは、Level 1 と Level 2 の最適化計算の分離に非常に有効となる。

(6) 独立変数の多少による最適特性の相違と計算効率：これまでの計算では、Fig.1 に示したように、2層2スパンのフレームに対して、4個の独立断面積変数 $A_1 \sim A_4$ (最適化計算上の独立変数の数は重量一定の条件から1つ減、3個¹⁾)を選んだ。部材数が合計10本ある以上、独立断面積変数を多くとれば、理論的にはより正確な最適解が得られるはずであるが、一方、計算時間、収束性等の計算効率の面で不利となる。

ここでは、それらの長所、短所を検討するために、Fig.8 に示すように独立断面積変数を2個(A_1, A_2)、4個($A_1 \sim A_4$)、6個($A_1 \sim A_6$)に選び、同一条件下で計算して最適特性の結果を調べた。設計条件は、項(1)の場合を取り上げ、座屈、せん断ともに考慮せず、変位制限は $1/200$ とした。最適係数として $\alpha = 1.0, \beta = 1.03$ を用いた。

計算の結果を比較したものを Fig.9 に示す。Fig.9a によれば、2 → 4 の変数の増加に対する単位体積あたり最大荷重の増加は (10 ~ 20) %、4 → 6 の変数の増加に対しては (10 ~ 15) % である。

Fig.9b の最適体積比率の結果によれば、柱部材6本の合計の体積比率は 0.57 ~ 0.62 (2変数)、0.6 ~ 0.65 (4変数) でほぼ一致する。下層の柱部材3本の合計の体積比率に注目しても、0.33 ~ 0.38 (4変数)、0.28 ~ 0.33 (6変数) となり、上層の柱部材3本の合計

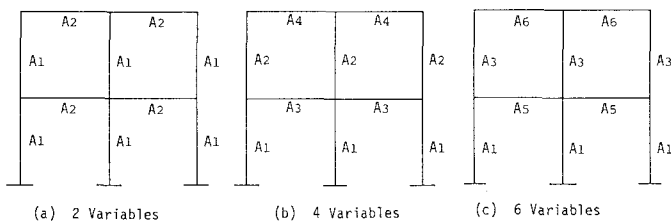


Fig.8 Selections of Independent Area Variables

の体積比率も 0.23 ~ 0.25 (4 変数), 0.23 ~ 0.28 (6 変数) となっている。はり部材に対しても同様の考察ができ、ある程度おおまかに見るならば、力学的挙動の類似した部材群を単位に考え、それらの合計の体積比率で比較すれば、独立変数の選ぶ方の多少にかかわらず、大体一致しているといえる。最適化の結果としては、最大荷重の値より、最適体積比率すなわち最適断面配分の結果の方が工学的に重要となることを考えると、この事実は、多変数の骨組構造最適化の問題を、いくつかの少変数最適化の問題に分割できることを示唆し、重要である。

Fig. 9 における計算効率を $1/R = 1.25 \times 10^{-2}$ の点での計算で示したのが Fig. 10 である。横軸は独立断面変数の数、縦軸は 2 変数での値を単位としたときの相対的最大荷重及び相対的計算時間を示す。基準にヒッした 2 変数の計算時間は名古屋大学大型計算機センター FACOM M-200 で約 0.4 秒である。この結果によれば、独立変数の増加による最大荷重の増加は、必ずしも大きなものではないが、所要計算時間は飛躍的に増大する。Fig. 9b の最適体積比率に対する考察とも合わせて考えれば、このことは、あまりに独立変数の数を増して解析するより、骨組構造の力学的特性を配慮した上で、少変数のまま解析または少変数に分割して解析することが効率的であることを示す。

4. 結論

最大荷重設計のアルゴリズムを用いて、骨組構造の最適特性を調べた結果、次の結論を得た。

1) 変位制限の影響は、構造物が slender の場合にあらわれやすく、massive になるにつれ、変位制限は支配的なくなり、全応力設計が最適解を与える。

2) 一般に単位体積あたり最大荷重は、構造物の総体積が増加するにつれ、増大する。構成部材の座屈を考慮した場合、その傾向は著しく、逆にせん断を考慮すると、その増加率は小さくなる。変位制限のみを考慮した場合は、その傾向が最も著しく、ほぼ比例的に増大する。これらの事実は slender な部材の座屈による耐荷力の減少の他、総体積に直接関与する部材断面積と、断面 2 次モーメント、断面係数、ウェブ断面積等の他の断面定数の間の増加率の関係から説明される。断面積が主として関与するトラ

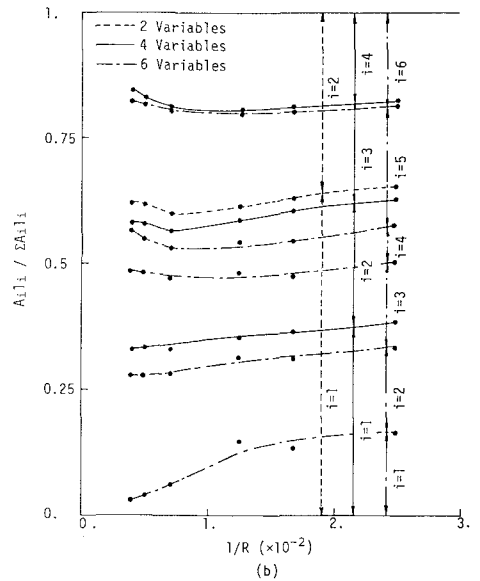
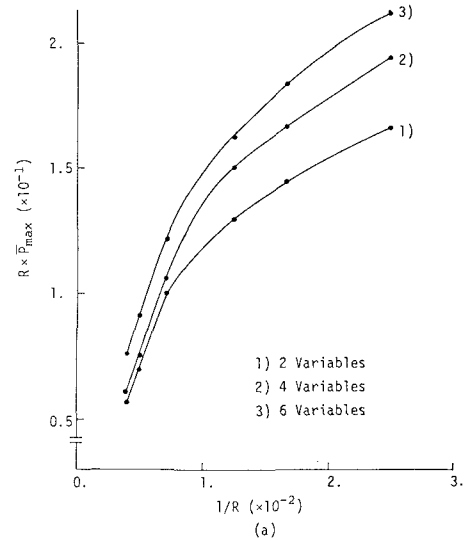


Fig. 9 Results Depending on the Number of Independent Variables

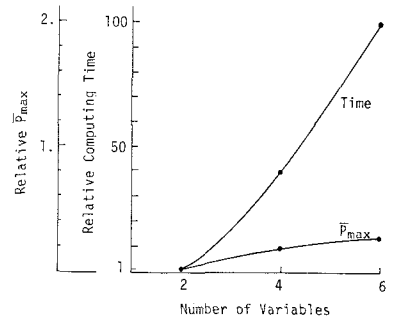


Fig. 10 $\bar{P}_{max}$ and Computing Time vs. the Number of Variables

ス構造の最適特性との相違に注意すべきである。

3) 変位制限が支配しない全応力設計が最適解を与える場合、フレーム構造の柱部材は軸応力と曲げ応力の相乗作用による縁応力、はり部材はせん断応力によって支配される傾向が強い。座屈、せん断、変位制限を考慮せず、縁応力のみで設計する場合には、最適体積比率の変化は構造総体積の変化に比較的鈍感である。一方、座屈、変位制限は、構造総体積の小さなところで最適体積比率に影響を与え、せん断の考慮は、構造総体積の大きな領域で影響を与える。これを全てを考慮した場合は、構造総体積が大きくなるにつれて、はり部材の最適体積比率が相対的に大きくなる。変位制限のみを考慮した場合、最適体積比率は構造総体積に無関係にほぼ一定である。

4) 骨組構造の最適化では、断面積以外の最適断面定数を表わす最適係数を導入する必要がある。Level 1の部材の最適化の結果が利用される。Level 1の最適化により得られた範囲で、最適係数の値の骨組構造最適特性に与える影響を調べた結果、一定の差違があるものの、その影響は必ずしも大きなものでない。その鈍感性は、実務設計への応用を考える場合重要である。

5) 独立断面積変数の数を変えて、骨組構造の最適特性と計算効率を調べた。力学的挙動の類似する部材をグループ化し、少変数の最適化問題として解いた場合も、多変数最適化の結果をグループ別に分類した特性と類似する結果を示す。このような結果と所要計算時間が、変数の増加とともに、飛躍的に増大することを考えると、一度に多変数最適化を実行するよりも、力学的挙動の類似する部材をグループ化することにより、いくつかの段階に分けて最適化計算を行う多段階最適化が効率的であると予想される。

以上の結論は、鉛直及び水平荷重を受ける2軸対称H形鋼断面からなる2層2スパンのフレーム構造に対して得た結果である。実際の骨組構造はさらに複雑であり、本計算で考慮した力学的特性以外の配慮も必要なことはいうまでもない。また、ここで得た結論でも、経験的、直感的にすでにわかっている内容も含まれる。しかし、このように、骨組構造の設計の本質的要因を全て含んだ形での最適特性の把握または裏付けは、今後の設計の合理化に役立つ情報となろう。

参考文献

- 1) 長谷川彰夫, 阪上精希, 松浦 聖: 最大荷重設計による骨組構造の最適化、土木学会論文報告集、オ322号, 1982年6月(掲載予定)
- 2) 長谷川彰夫, 岡崎光央, 松浦 聖: 最大荷重設計による柱およびはり柱の最適特性, オ27回構造工学シンポジウム講演集, pp.1-10, 1981年2月
- 3) Hasegawa, A., W.B. Hall, and N.C. Lind: Maximum Load Design of Cold Formed Steel Channel Beams, Proc. of ASCE, ST Div., Vol.104, No. ST7, pp1093-1107 July, 1978
- 4) 長谷川彰夫, 小椋義隆, 松浦 聖: 最大荷重設計による2軸対称プレート・ガーダーの最適化, 土木学会論文報告集, オ310号, pp.45-56, 1981年6月

OPTIMUM CHARACTERISTICS OF FRAMED STRUCTURES

Akio HASEGAWA*, Seiki SAKAUE**, Yoshiaki GOTO* and Sei MATSUURA*

Quite recently, the method of maximum load design has been found useful for the optimization of steel structural members such as beams and columns (Level 1), and has also been developed in principle for the optimization of general steel structures (Level 2), combined with the Level 1 optimization, in which simple trusses have been examined for demonstration

This paper extends the above results to the optimization of steel framed structures and the extensive calculations are performed for 2-span, 2-story steel frames with H-shaped members. Emphasis is placed on presenting the general optimum characteristics of framed structures depending on the slenderness of structures and the respective influences of design constraints. The results of Level 1 optimization for component members are incorporated into the frame optimization of Level 2, introducing the concept of the optimum shape coefficients of individual structural components.

From this study, the following conclusions have been made

- 1) Deflection constraint tends to dominate for slender frames.
- 2) Maximum load carrying capacity per unit volume increases with the total volume of frame. This tendency is remarkable when buckling is considered, while the rate of increase declines when shear constraint is considered.
- 3) Without deflection constraint, fully stressed design gives the optimum for frames, in which the column components are governed by combined normal stresses, while the beam components are dominated by shear stresses.
- 4) Optimum proportioning for component members depends on the total volume of frame. However, the rate of dependence is not remarkable in general, although it varies with the design constraints considered.
- 5) Optimum shape coefficients of component members do not give much influences for the optimum frame proportioning from the practical standpoint.
- 6) Grouping of similar members such as first story columns helps the reduction of independent variables in the optimization procedure and thus results in the good efficiency of calculations. This may imply a possibility of effective multistage optimization of structures.

* Department of Civil Engineering, Nagoya Institute of Technology

** Nippon Steel Corporation