

(2) 主観的不確定性の構造信頼性への影響

白石成人* 古田 均*

1. まえがき

構造物の安全性を評価するには、設計・施工過程に含まれる種々の不確定性の影響を定量的に把握することが必要である。従来の信頼性解析法では、このような不確定要因を確率・統計理論を援用することにより評価し、破壊確率・安全性指標などの尺度により構造安全性を議論しようとしてきた。しかしながら、これらの信頼性理論から得られた安全性が実構造物の安全性とは異なっているのではないかという疑問が投げかけられている。¹⁾ この問題に対して、柴田は“信頼性”と“安全性”を区別し、前者を確率統計論に基づく数字で表現された客観的なもの、後者を社会がその構造物が安全であるかどうかとみなす主観的なものと規定し、この両者のギャップを埋めることが信頼性理論を真に有用なものとするために最も重要であると述べている。

主観的・客観的という概念は、不確定要因の分類にも用いられる。Brown²⁾は不確定性を主観的不確定性と客観的不確定性に分類している。客観的不確定性とはいわゆるランダム性を有するもので、確率変数として表現でき、従来の確率論を基礎とした信頼性理論で扱えるものを指す。これに対し、主観的不確定性とはモデル化に伴う誤差、施工上の過誤、そして従来のあまり考えられていない構造設計を取り巻く社会的・政治的・産業的・経済的風土³⁾などである。そして、この主観的不確定性を定量的に把握し構造物の安全性評価に結びつけることが、信頼性解析は実際的なものにし、上述の疑問に答えることになる。

本研究では、この主観的不確定性に注目し、構造安全性における重要性を明らかにし、信頼性解析への導入法について検討を加える。過去の橋梁事故の調査報告を調べることにより、現実の構造物の安全性を支配する不確定要因を抽出し、その中での主観的不確定要因の重要性を明らかにする。つぎに、これらの不確定要因が構造安全性にどのような形で関与しているか、また、各不確定要因相互間にどのような関係があるかを、フォールトツリーの考え方をを用いて明確にすることも試みる。フォールトツリー解析における構造関数とファジイ演算を用いることにより簡略化し、各不確定要因の評価を言語変数の形で行なう。そして、規定したフォールトツリーを用いることにより、総合的評価値を計算し、各要因の構造安全性への影響を評価する。さらに、その総合的評価値の帰属度関数を用いて、客観的に得られた破壊事故の発生確率をファジイ化し、主観的不確定性を構造信頼性の評価に結びつけることを考える。最後に、簡単な数値計算を行なうことにより、ファジイ演算を用いたフォールトツリー解析法あるいはファジイ確率の有効性について検討を加える。

2. 橋梁の事故原因と主観的不確定性

橋梁事故は人的災害も含めて大きな被害を手えることが多い。一般に、事故が起こると調査委員会が組織され報告書が出されるが、調査範囲はその事故に限定され、直接の原因には触れられているものの一般的な評価はなされないことが多い。しかしながら、一連の事故調査報告書を比較検討するこ

* 京都大学工学部土木工学科

とにより、橋梁の事故原因の一般的傾向を把握することは可能である。⁷⁾たとえば、Smith⁸⁾は143例の橋梁事故を調査することにより、事故原因は大別して9つの組に分類できるとしている。

A. 洪水および基礎の移動	-----	70 例
B. 欠陥材料の使用	-----	22 例
C. 超過荷重あるいは衝突事故	-----	14 例
D. 施工上の問題	-----	12 例
E. 地震	-----	11 例
F. 不適切な設計	-----	5 例
G. 風荷重	-----	4 例
H. 疲労	-----	4 例
I. 腐食	-----	1 例

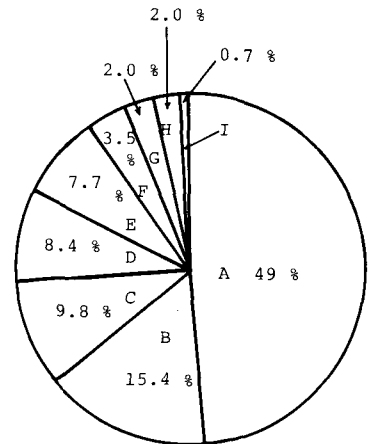


図1 橋梁の事故原因の割合

この結果によると、橋梁事故は設計ミス・施工ミスなどの人為的な原因ではなく、洪水・地震・風などの自然現象で生じることが多いということになる。しかしながら、これらの結果は直接事故に関与する一次的な原因のみを挙げたもので、その誘因となる二次的な原因は考慮されていない。また、洪水による事故が最も多いという結果が得られているが、これは小さな橋について言えることで、大きな橋梁が洪水のために破壊したという例は少ない。さらに、洪水による事故も詳細に検討していくと、その前に荒振等によるピアーの移動を促す原因などがある場合が多く、橋脚を取巻く環境の把握が正確に行われていなかったこと、あるいは維持管理が充分に行われていなかったことなどが、二次的な原因として挙げるることができる。このような二次的な要因を考慮していくと、設計ミス・解析誤差、施工誤差、ヒューマンエラーなどのいわゆる主観的不確定性の重要性が容易に認識できる。

以上のように、実構造物の破壊事故には必ず主観的不確定性が関与しており、構造物の安全性を議論するにはこれらの影響を考慮しなくてはならない。上述の143の橋梁事故例に日本で生じた橋梁事故例を加え、二次的な原因とも考慮して得られた代表的な不確実な要因を以下に示す。

1. 荷重作用の予測誤差
2. 抵抗強度の統計的ばらつき
3. 構造物の解明されていない挙動
4. 知識の不足・先例の欠如
5. 設計者の人為的ミス
6. 設計・施工における一体性の欠如
7. 施工中の人為的ミス
8. 施工段階における予測しえない出来事（発生）
9. 天災・異常な出来事（地震・風・洪水・火災・爆発・船の衝突等）
10. 構造物の不適切な使用
11. 構造物の不適切な維持・管理

12. 構造物を取巻く外的要因(経済・政治・産業・職業的要請等)

この内、1~6の要因は主として計画・設計(狭義の意味での)段階に関連し、4,6,7,8は施工段階に関連する。また、10,11は維持管理に関連し、9,12は設計全般に関連する。

3. フォールトツリー解析(FTA)

FTAでは、頂上事象・中間事象・基本事象を規定し、それらを“AND”あるいは“OR”の論理ゲートで結ぶことによりフォールトツリーが構成される。¹¹⁾ ANDゲートは全ての入力事象が生起したとき出力事象が発生するという関係を表わし、ORゲートは入力事象の内の1つ以上が生起すると出力事象が発生するという関係を表わす。(図2,3参照) FTAの目的としては、システムの故障の原因の明確化という定性的なもの、システムの故障についての確率的情報を得るという定量的なものが考えられる。

ある基本事象 i の発生が頂上事象にどのような影響を与えるかを知らるために構造関数というものが定義される。¹⁰⁾ 基本事象 i の状態 x_i を次のように定義すると、

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{基本事象} i \text{ が生起している} \\ 0 & \text{基本事象} i \text{ が生起していない} \end{cases} \quad (1)$$

頂上事象の状態 ϕ は、 $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$ の関数として

$$\phi(\phi) = \begin{cases} 1 & \text{頂上事象が発生している} \\ 0 & \text{頂上事象が発生していない} \end{cases} \quad (2)$$

で定義される。いま、図2,3に示したフォールトツリーの構造関数は、

$$\phi_{AND}(\phi) = \prod_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

$$\phi_{OR}(\phi) = \prod_{i=1}^n x_i \stackrel{\text{def}}{=} 1 - \prod_{i=1}^n (1 - x_i) \quad (4)$$

となり、図4のフォールトツリーでは以下のような¹²⁾ なる。

$$\phi(\phi) = \{x_4 \pi [x_3 \cup (x_2 \cap x_5)]\} \cup [x_1 \pi (x_3 \cup x_5)] \quad (5)$$

ところが、上式を用いて各基本事象の状態から頂上事象の状態を直接求めることは、論理演算が複雑なため容易ではない。そこで、ここでは、0と1の2値からなる x_i を特性関数とみなし、AND, ORの論理計算にブール代数で用いられる *hard version* の定義¹²⁾を用いる。

いま、 $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=0$ として、図2, 図3のフォールトツリーの構造関数を求める。

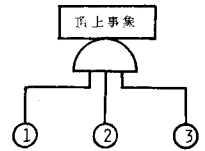


図2 ANDゲート

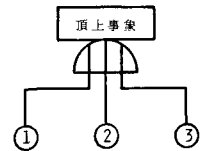
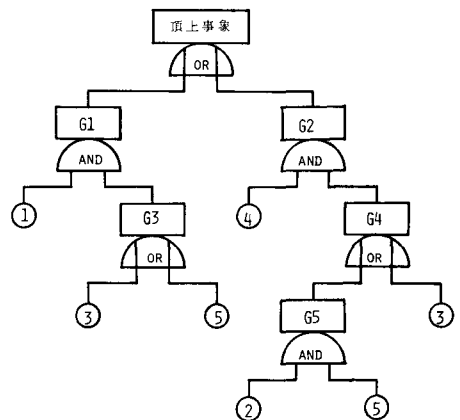


図3 ORゲート



61 ~ 65 中間事象
① ~ ⑤ 基本事象

図4. フォールトツリーの例

$$\phi_{AND}(x) = \bigwedge_{i=1}^3 \stackrel{\text{def.}}{=} \text{Min}_{i=1}^3 x_i = x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 = 0 \wedge 1 \wedge 0 = 0 \quad (6)$$

$$\phi_{OR}(x) = \bigvee_{i=1}^3 \stackrel{\text{def.}}{=} \text{Max}_{i=1}^3 x_i = x_1 \vee x_2 \vee x_3 = 0 \vee 1 \vee 0 = 1 \quad (7)$$

式(6)は x_i の内どれか1つでも0となれば $\phi(x)$ は0になることを示し、式(7)は x_i の内どれか1つでも1であれば $\phi(x)$ は1になることを表わしており、前述したANDとORの論理ゲートの定義にそれぞれ合致している。この方法の有効性をみるために、図4のフォールトツリーの構造関数を計算してみる。例として、 $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=0$, $x_4=1$, $x_5=1$ の場合を考える。

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \{x_4 \wedge [x_3 \vee (x_2 \wedge x_5)]\} \vee \{x_1 \wedge (x_2 \vee x_5)\} \\ &= \{1 \wedge [0 \vee (1 \wedge 1)]\} \vee \{0 \wedge (0 \vee 1)\} = 1 \vee 0 = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)から、2,4,5の基本事象が起れば頂上事象が発生することになる。式(8)による結果は、式(3), (4)の定義(ファジィ演算では *soft union*⁽¹²⁾ と呼ばれる)を用いた式(5)による計算結果(参考文献11)と完全に一致する。

4. 橋梁事故解析へのFTAの適用

橋梁事故に対してフォールトツリーを作成すると、各基本事象(事故原因)がかなりあいまいな形で規定されることが多い。そして、各事故原因の発生の有無が橋梁事故を引き起こしたかどうかよりも、各要因がどの程度橋梁事故に影響を及ぼしているかが問題になることがある。そこで、つぎにファジィ集合の考え方を用いて各事故原因が橋梁事故にどのような影響を与えるかを評価することを考える。事故原因には主観的不確実性が多く含まれており、それらを明確な形で評価することは困難であるため、Blockley⁽¹³⁾の提案した言語変数による評価法を利用する。いま、ある事故原因を F_i で表わす。このとき、この要因の評価は、たとえば大きい(Large)、小さい(Small)、あるいはその中間(Medium)という形で行なわれる。さらに、その要因の重要度を同様な形で評価し、両者を組合わした形で F_i の影響を規定する。すなわち、 F_i の評価値を E_i 、事故原因の大きさの評価を G_i 、その重要度を W_i とすると、

$$E_i = G_i \cap W_i \quad (9) \quad \begin{array}{l} E_i, G_i, W_i : \text{ファジィ集合} \\ \text{記号 } \cap \text{ は積集合を表わす} \end{array}$$

このとき、 E_i の帰属度関数 μ_{E_i} は、 G_i , W_i の帰属度関数 μ_{G_i} , μ_{W_i} を用いて、

$$\mu_{E_i}(u) = \mu_{G_i}(u) \wedge \mu_{W_i}(u) \quad (10)$$

から計算される。そして、頂上事象に対する帰属度関数 $\mu_{ET}(u)$ は、 $\mu_{E_i}(u)$ をフォールトツリーより得られた構造関数に代入することにより求められる。

$$\mu_{ET}(u) = \phi(\mu_{E_i}(u)) \quad (11)$$

この $\mu_{ET}(u)$ の結果から、各要因の影響を評価でき、他の橋梁事故との比較も行なうことができる。⁽¹⁴⁾

5. 主観的不確定性の事故発生確率への影響

客観的不確定性に属する事故原因から、破壊事故の発生確率 P_f が次のように求まる。とする。

$$P_f = 10^{-n} \quad (12)$$

このとき、もし主観的不確定性に属する事故原因の存在が考えられるならば、この発生確率はもっと大きいと思われる。ただし、大きいだろうとは類推できるが、明確にどの程度大きくなるとはいえない。ここでは、このような曖昧さを考慮するために、指数 n がファジィ集合で定義される¹³⁾と考える。すなわち、 n は級 $K(n)$ を用いてファジィ集合 N に変換される。

$$N = \int_U 1|n| K(n) \quad (13)$$

発生確率をファジィ化するには、まず主観的な情報を与える W (必ずしも W である必要はない) と確率的な情報を与える N と結びつけなくてはならない。ここでは、以下のファジィ関係 R を規定することにより、 W と N を結びつける。

$$R = W \times N = \int_{W \times N} \mu_W \wedge \mu_N |(\omega, n) \quad (14)$$

このとき、総合的評価値 E_T にこの R を以下のように合成させることにより、

$$E_T \circ R = \int V[\mu_{E_T}(u, \omega) \wedge \mu_R(\omega, n)] | (u, n) \quad (15)$$

E_T と N が関連づけられ、 N が最終的に

$$N = \mu_0 | n + \mu_1 | (n-1) + \mu_2 | (n-2) + \cdots + \mu_d | (n-d) \quad (16)$$

の形で評価され、これに対応して P_f は

$$P_f = 10^{-n} \sim 10^{-(n-d)} \quad (17)$$

の範囲で、式 (16) で規定されるグレードをもつ形で評価される。

6. 数値計算例

<例1> ファジィ演算を用いた FTA の例題

まず、各基本事象に対する評価がどのように頂上事象の評価に結びつけられるかを、図4のフォールトツリーを例として説明する。この例題では基本事象は $F_1 \sim F_5$ と5個である。このとき、 F_i の評価が Very small (V_s), Small (S), Medium (M), Large (L), Very large (V_L) の5段階の言語変数でなされたとする。ここでは、以下のような評価がなされたとする。

$$F_1 = V_s, \quad F_2 = L, \quad F_3 = S, \quad F_4 = L, \quad F_5 = V_L \quad (18)$$

さらに、議論を簡単にするために、各言語変数の帰属度関数を以下のように唯一の値として与える。

$$\mu_{V_L} = 1.0, \quad \mu_L = 0.75, \quad \mu_M = 0.5, \quad \mu_S = 0.25, \quad \mu_{V_s} = 0 \quad (19)$$

このとき、総合的評価値 E_T (頂上事象に対する) の帰属度関数は式(8)の中(3)を用いて、

$$\begin{aligned} \mu_{E_T} &= \{ \mu_4 \wedge [\mu_3 \vee (\mu_2 \wedge \mu_1)] \} \vee \{ \mu_1 \wedge (\mu_2 \vee \mu_1) \} \\ &= \{ 0.75 \wedge [0.45 \vee (0.75 \wedge 1)] \} \vee \{ 0 \wedge (0.5 \vee 1) \} = 0.75 \quad (20) \end{aligned}$$

となる。ここで、 F_4 の評価を Very large から Very small まで変化させると、

$$\begin{aligned} \text{Very large} &\longleftrightarrow (1.0 \wedge 0.75) \vee 0 = 0.75 \\ \text{Large} &\longleftrightarrow (0.75 \wedge 0.75) \vee 0 = 0.75 \\ \text{Medium} &\longleftrightarrow (0.5 \wedge 0.75) \vee 0 = 0.5 \quad (21) \\ \text{Small} &\longleftrightarrow (0.25 \wedge 0.75) \vee 0 = 0.25 \\ \text{Very small} &\longleftrightarrow (0 \wedge 0.75) \vee 0 = 0 \end{aligned}$$

となり、 F_4 の頂上事象への影響が大きくなることわかる。

<例2> 橋梁事故に対するFTAの例題

図5に示した帰属度関数および表1に示した各事故原因の評価例を用いて、図6のフォールトツリーについて計算した総合的評価値 E_T の帰属度関数を図7に示す。帰属度関数が1に近い箇所で大きなグレードをもつことは、破壊が生じやすいことを表わしており、Ex1の評価例よりEx2の評価例の方が破壊が生じやすい、すなわち事故の不可避性の高いことを表わしている。この原因は、Ex2では重要度の高い異常な出来事(地震)が生じているためである。前の例と同様に、各要因の評価を変化させ、 E_T の帰属度関数の動きをみることにより、各要因の重要度を調べる事が可能である。

<例3> 破壊の生じる確率のファジィ化の例題

例1の問題に、式(13)~(15)を用いることにより、客観的な破壊確率をファジィ化して主観的不確定性の影響を考慮することもある。ただし、帰属度関数としては図5に示したものを用い、重要度 W_i は以下のように仮定する。

$$W_1 = M, W_2 = L, W_3 = L, W_4 = M, W_5 = L \quad (22)$$

ファジィ関係Rは、「WがLargeならNはVery large, WがMediumならNはLarge, WがSmallならNはSmall」と規定する。NのVery large, Large, Smallの帰属度関

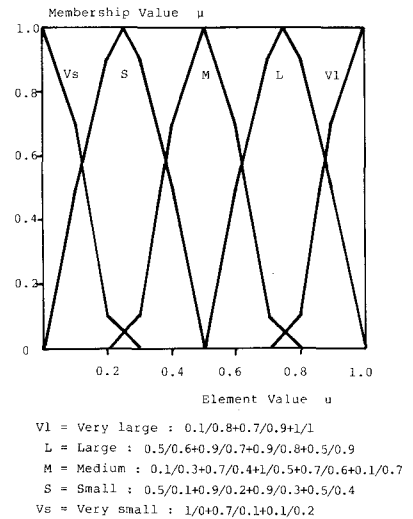


図5. 言語変数に対する帰属度関数

表1. 事故原因とその評価例

No.	事故原因	Size		Weight
		Ex1	Ex2	
1	異常な出来事	Vs	V1	V1
2		Vs	Vs	L
3		Vs	Vs	M
4		Vs	Vs	M
5		Vs	Vs	V1
6	使用ミス 維持管理ミス	Vs	Vs	L
7		Vs	Vs	M
8	外的要因	L	S	L
9		L	S	M
10		S	S	S
11	予測不可能な事象	M	S	S
12		S	V1	L
13	解析誤差	M	L	M
14	一体感の欠如	V1	S	L
15	先例の欠如	L	S	M
16	解明されない事象	L	L	M
17	設計ミス	V1	L	V1
18	施工ミス	V1	L	V1

表2. Nに対する帰属度関数

N	Membership			
	n	n-1	n-2	n-3
Very large	0.04	0.36	0.64	1
Large	0.2	0.6	0.8	1
Small	1	0.8	0.6	0.2

数は表2に示したものを用いる。

このとき、ファジィ集合Nは、

$$N = 0.2|n + 0.5|(n-1) + 0.64|(n-2) + 0.9|(n-3) \quad (23)$$

となり、 $n = 6$ と仮定すると

$$N = 0.2|6 + 0.5|5 + 0.64|4 + 0.9|3 \quad (24)$$

と計算される。式(24)は客観的不確定性から $P_f = 10^{-6}$ と求まっても、主観的不確定性を考慮すると、むしろ $P_f = 10^{-3}$ と考える方がよいことを表わしている。

7. あとがき

本研究では、実構造物の安全性をどのように評価するかという観点から、主観的不確定性に注目して、その橋梁事故での重要性を明らかにし、信頼性解析への導入法について検討を加えた。偶うれに結論は以下のとおりである。

1) 過去の橋梁の事故例を調査することにより、設計ミス・施工ミスなどの主観的不確定性の重要性が明らかとなった。

2) ファジィ演算における *hard version* の定義を AND および OR ゲートの論理演算に適用することにより、頂上事象の構造成関数が容易に計算できる。

3) 橋梁の事故原因のように曖昧な形でしか規定できないような基本事象に対しては、確率的評価よりもファジィ集合論を用いた帰属度関数による評価の方が好ましいと思われる。

4) 客観的不確定性より得られる破壊確率をファジィ化することにより、主観的不確定性の影響を考慮することができる。その場合も、フォールトツリーから得られる情報を帰属度関数の計算に生かすことが望ましい。

参考文献

- 1) A. Pugsley, *Structural Engineer*, Vol. 51, pp151-156, 1973
- 2) 味田 碧, *JSSC*, Vol. 15, No. 144, p2, 1977
- 3) C. Brown, *Proc. ASCE*, Vol. 105, EMT, pp 115-122, 1979
- 4) A. Pugsley, *Int. Conf. on Struct. Safety & Rel.*, Pergamon, 1969
- 5) D. Smith, *Proc. ICE*, Part 1, pp267-312, 1976
- 6) P. Silby & A. Walker, *Proc. ICE*, Part 1, pp 191-208, 1977
- 7) D. Smith, *Civil Engineering ASCE*, pp51-62, 1977
- 8) 七比呂, 福田武雄, *土木学会誌*, 50-7, p14-15, 1965
- 9) 井上誠恭編, *FTA 安全工学*, 日刊工業新聞社, 1979
- 10) 井上誠一, 稲垣敏之, *システムと制御*, Vol. 20, pp64-68, 1976
- 11) 井上誠一, 幸田武文, *安全工学*, Vol. 17, pp 150-157, 1978
- 12) R. Bellman & L. Zadeh, *Management Sci.*, Vol. 7, pp 141-168, 1970
- 13) D. Blockley, *Proc. ICE*, Vol. 49, pp 651-668, 1974
- 14) D. Blockley, *Proc. ICE*, Vol. 62, pp 51-74, 1977
- 15) D. Blockley, *Int. J. Man-Machine Studies*, Vol. 10, pp 185-195, 1978

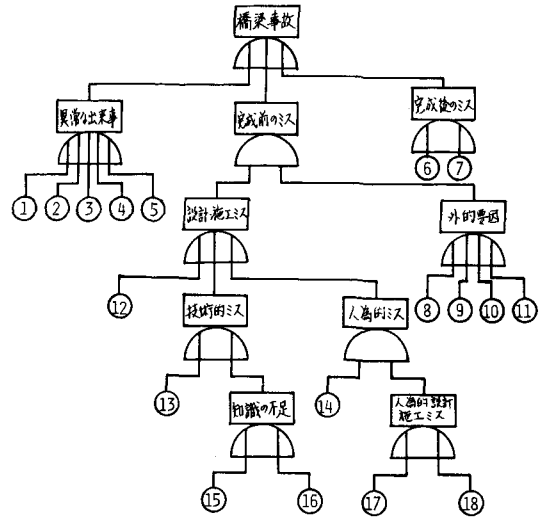


図6 橋梁事故に対するフォールトツリーの例

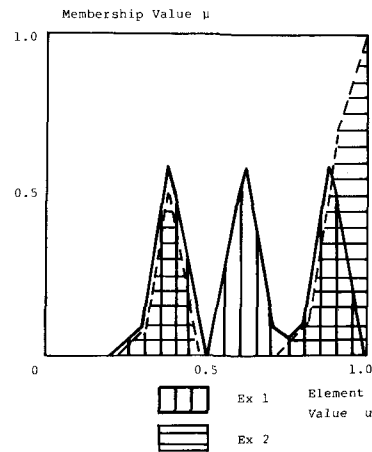


図7 総合的評価値 E_T の帰属度関数

Effect of Subjective Uncertainty on Structural Reliability

Naruhito Shiraishi* and Hitoshi Furuta*

It has been recognized that probability theory is a useful tool for the quantitative assessment of structural safety. However, one may often perceive that reliability analysis based on the probability theory leads to the solution which is different from the failure rate inferred from the statistics of structural accidents. This is due to the exclusion of actual failure causes, such as omissions, mistakes, incorrect modeling, construction errors, etc., which are classified in the term of "subjective uncertainty".

This paper presents some contributions to the development of the methodology to be adaptable in the evaluation of subjective uncertain factors. Through the study of past bridge failures, it is possible to identify the causes of collapse. Most of bridge failures reveal the importance of human situation surrounding the project, though some failures are evidently due to the direct technical causes. Here, types of bridge failures are discussed and deduced to twelve basic categories.

Fault Tree Analysis (FTA), which has been scarcely applied in the field of civil engineering, may possibly be suitable for use in trying to grasp the mutual relationships among the failure causes. An attempt is made to reduce the load of computation by using the definition of "hard version" for the implementation of "AND" and "OR" logic operations. Based on the theory of fuzzy set, subjective assessment of individual causes is carried out through linguistic variables such as large, medium, small. Subjective information obtained by the above procedure is merged with objective information, which is expressed in the form of probabilities. Some numerical examples are presented to illustrate the method developed herein.

The main results derived from this study can be summarized as follows:

- 1) In the analysis of bridge failures, it is of importance to take not only the direct technical causes but also the secondary causes or "engineering climate" surrounding the project. Some cases indicate that the latter played decisive roles to lead them to failure.
- 2) It is confirmed that the definition of hard version is applicable to the calculation of AND and OR logic gates. This enables to estimate the state of top event without complex arithmetic operations.
- 3) Fuzzy approach seems to be preferable in assessing the safety of bridge structures, because it can treat the ambiguity involved in the causes of collapse by means of linguistic variables. Then, FTA can provide valuable information for computing the membership of the total effect of those causes.
- 4) FTA becomes a tool in executing the fuzzification of probabilities which is necessary to merge subjective information with objective information.

* Department of Civil Engineering, Kyoto University