

(23) 新しい離散化手法(有限領域法)による構造解析

鈴木俊男(フジタ工業㈱)

I はじめに

本論文は、有限領域法(Finite Region Method)略称FRM)と名付けた新しい構造解析手法を提案するものである。

有限領域法は、変分法を基礎原理とした実用的な数値解法の範疇に属し、任意構造物に対して適用できる汎用的な解析法である。従来の構造解析手法の中では、有限要素法(FEM)、差分法(FDM)、差分エネルギー法¹⁾(FDEM、別名は変分差分法)、の三種類が、実的に有力な手法として知られているが、有限領域法(FRM)は、これらの手法に比較して多くの長所をもつ構造解析手法と考えられる。

有限領域法のFEMに対する利点としては、1)一節点当たりの自由度が少なく、計算時間が大幅に短縮できること、2)理論の定式化が非常に簡単なこと等である。FDMとFDEMに対する利点としては、1)離散化された節点の配置が不規則でよいこと、2)境界条件の処理が簡単なこと等である。

有限領域法の解析手法としての特徴は、FEMの変位関数の概念を用いて、要素内部のひずみ量(微

係数)を差分化することであり、変位関数の選択によっては、最終的に得られた全体剛性マトリックスの一行を、厳密な応力の平衡条件を表わす微分方程式の差分近似式(差分法)に全く一致させることが可能となる。

しかし、有限領域法は、一般的に要素境界における変位の適合条件を満足しないので、FEMの非適合要素と同様に、解の収束性を証明することは困難である。従って、解析例を通して実用的な範囲で解の保証がされる必要がある。

また、有限領域法は、理論的には線形計算だけでなく、非線形計算にも適用可能であり、FEMに較べて未知数が少ないことから、反復法による非線形計算には特に有効と考えられる。

更に、有限領域法概念を用いると、従来の差分法の欠点である不規則分割や境界条件の処理が簡単となり、差分法をより発展させることが予想される。

本論文では、有限領域法の基礎理論を述べた後、実際の適用例を示す。

II 有限領域法の概要

§ 1 構造解析法における位置づけ

図1に有限領域法の従来の構造解析法に対する位置づけを示す。有限領域法は、変分原理を用いた数値解法の中では、FEMとFDEMの両解法を包括した解析法として考えられる。また、広義には、標準的な差分法をも包括する解析法とも見れる。

§ 2 変分原理

有限領域法の変分法的定式化は、FEMとFDEMと全く同様である。すなわち、変位型の場合には、構造物の全ポテンシャルエネルギー(汎関数) Π を適当に分割された部分領域のひずみエネルギー Π_R の総和と、外力のエネルギーとの差で表わす。

$$\Pi = \Sigma \Pi_R - \{u\}^T \{f\} \quad (1)$$

次に、最小ポテンシャルエネルギーの原理を用いて、最終的に節点変位に関する連立一次方程式に帰着させる。

§ 3 領域の定義

図2に有限領域法概念図を、図3に具体的な領域分割の例を示す。つぎに記号の定義を表わす。

Ω_R : (ひずみ)エネルギー領域。斜線で示した部分で、ひずみエネルギーを計算する領域。

Ω_d : 補間変位領域。点線で囲まれた部分で、 Ω_d 内の変位場を表わす領域。

○印 : Ω_d を構成する節点。

●印 : 当該の領域には無関係な節点。

また、 Ω_R と Ω_d の構造体内部における設定の方法は、 $\Omega_R \subseteq \Omega_d$ なる条件を満足すれば全く任意である。FEMの場合には、要素と呼ばれる部分領域が Ω_R と Ω_d の両者を兼ねており、このことが有限領域法とFEMとの根本的な相異点である。

§ 4 領域マトリックス

FEMの要素剛性マトリックスに対応するものを、

領域マトリックス $\mathbf{K}_R$ と定義して、次式で求める。

$$\mathbf{K}_R = \int_{\Omega_R} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dx \, dy \tag{2}$$

ここで、 $\mathbf{B}$ は歪-変位関係を表わすマトリックスであり、 Ω_d 内の節点変位 $\{U_d\}$ を用いて、

$$\{\epsilon\} = [\mathbf{B}(x, y)] \{U_d\} \tag{3}$$

と定義される。 $\mathbf{D}$ は応力-歪関係を表わすマトリックスで、 Ω_R 内の材料定数で定まる量であり、

$$\{\sigma\} = [\mathbf{D}] \{\epsilon\} \tag{4}$$

と定義される。

§ 5 解法の簡略化

Ω_R 内のエネルギーを Ω_R の内部と外部の節点変位で表わしているため、より多くの関連した情報を用いて精度よく評価し得ると考えられるので、理論の簡略化を行なう。

- 1) 節点変位自由度を並進自由度 u, v, w とする。
これは、曲げ問題の場合には特に有効となる。
- 2) $\mathbf{K}_R$ を計算する場合、数値積分点を一点とする。
すなわち、 Ω_R 内のひずみ量を適当な点（エネルギー重心と定義する）で代表させれば、 $\mathbf{B}$ は定数となり、 $\mathbf{K}_R$ は次式によって簡単に求まる。

$$\mathbf{K}_R = A \times \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \tag{5}$$

ここで、 A は Ω_R の面積を表わす。

§ 6 他の解析法との関係

FEM は、有限領域法において、 Ω_R の境界上または内部に節点を設け、その節点変位自由度を FEM に等しくとり、更に、 $\Omega_d = \Omega_R$ の条件を満足させて、 $\mathbf{K}_R$ の数値積分を行なった場合に相当する。

FDDEM は、有限領域法において、適当な変位関数と適当なエネルギー重心の位置を選択し、更に境界外に仮想節点を設けた場合に相当する。選択の方法によっては、FDM（差分法）と全く一致する場合がある。

表 1 は、各種の構造解析手法の特質をまとめたものである。これから判断すると、有限領域法は、FDM と FEM 相互の、互いに対する長所を用いた解析手法と見做することができるが、短所としては、 Ω_R と Ω_d を分離することから、入力の変位関数量が FEM より増すことが挙げられる。

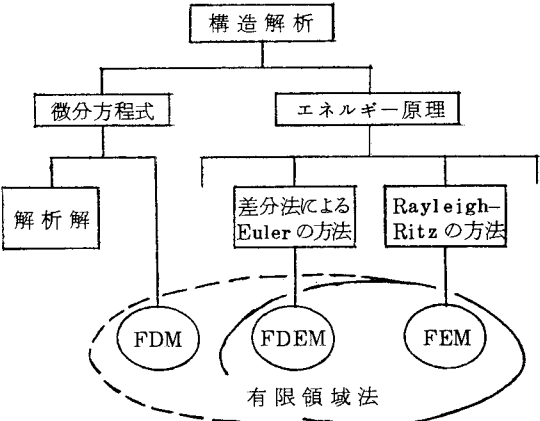


図 1 有限領域法の位置づけ

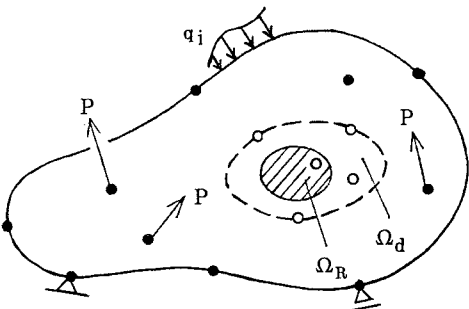


図 2 有限領域法の概念図

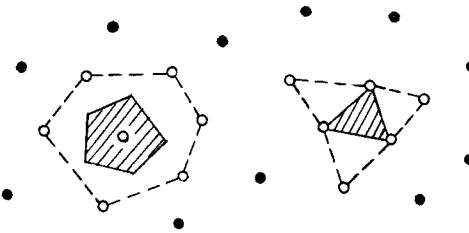


図 3 領域分割の具体例

表 1 構造解析手法の特質のまとめ

	F D M	F D E M	有限領域法	F E M
基礎理論	微分方程式	変分原理	変分原理	変分原理
微係数の近似	差分式	差分式	変位関数	変位関数
未知自由度の数	少	少	少	大
剛性行列の作成	易	非常に易	易	難
節点配置の制限	あり	あり	なし	なし
境界条件の処理	難	難	易	易
入力の変位関数量	少	少	多	やや多

Ⅲ 梁の曲げ解析

有限領域法の簡単な適用例として、梁の曲げ解析を行なった。

§ 1 領域の定義

解析した領域モデルは三種類とし、図4に領域の定義と表2に変位関数を示す。

R-3、R-4のエネルギー重心は、両者共 Ω_R の中心とする。

§ 2 領域マトリックスの作成

R-2モデルを例にして、領域マトリックスの作成方法を示す。

表2より、 Ω_d 内の変位関数は次式となる。

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 \quad (6)$$

つぎに、未定係数 $\alpha_1 \sim \alpha_3$ は、節点の変位自由度 $w_1 \sim w_3$ (図4-(1))とLagrangeの内挿公式を用いると、次の形で表わせる。

$$w = [1 \ x \ x^2][A]\{w_i\} \quad i=1 \sim 3 \quad (7)$$

ここで、 $[A]$ は節点座標 $x_1 \sim x_3$ に関連した量である。

次に、曲率を $\kappa = -(d^2 w / dx^2)$ とすれば、

$$\kappa = -[0 \ 0 \ 2][A]\{w_i\} = [B]\{w_i\} \quad (8)$$

となり、 $[B]$ は定数である。

従って、領域マトリックス K_R は次式で求まる。

$$K_R = \int_{-l/2}^{l/2} EI B^T B dx = l \cdot EI B^T B \quad (9)$$

また、境界を含む領域モデルの場合は、式(6)の未定係数を求める時に、境界上の節点自由度 θ を考慮したHermiteの内挿公式を用いればよい。

なお、 B と全体剛性マトリックスの節点2に関する一行 K_2 を具体的な数値で表わすと

$$B = 1/l^2 [-1 \ 2 \ -1] \quad (10)$$

$$K_2 = EI/l^2 [\dots 1 \ -4 \ 6 \ -4 \ 1 \dots] \quad (11)$$

となっており、式(10)は2階の微分量 $d^2 w / dx^2$ を、式(11)は微分方程式を示す4階の微分量 $d^4 w / dx^4$ の差分表示式に一致している。

§ 3 解析例

図5に示すように、等分布荷重を受ける両端固定支持の梁を、対称条件を考慮して左半分だけ解析した。分割数は4分割であり、節点自由度は、一般部で w のみ、境界上の節点で w, θ とした。

表3に解析結果を示す。R-2の値は、変位、応力共にFDMに一致した。これは式(10)、(11)から予想

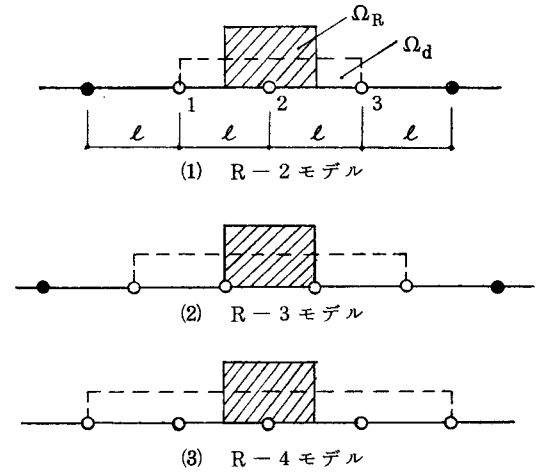


図4 領域モデルの定義

表2 領域の変位関数

モデル	次数	変位関数
R-2	2次	$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2$
R-3	3次	$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3$
R-4	4次	$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 + \alpha_5 x^4$

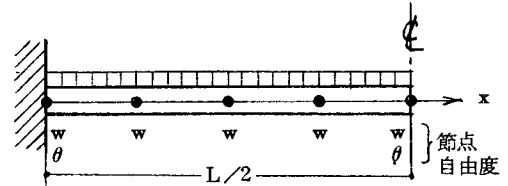


図5 解析モデル

表3 解析結果

		中央変位 w ($10^{-2} wL^4/EI$)	中央応力 M (wL^2)	固定辺応力 M (wL^2)
理論解		0.260	0.0430	0.0820
FDM		0.293	0.0430	0.0820
FEM		0.260	0.0430	0.0820
有限領域法	R-2	0.293	0.0430	0.0820
	R-3	0.347	0.0391	0.0755
	R-4	0.260	0.0306	0.0527

できる。また、R-3、R-4と補間変位次数を高めることによって、変位の精度は良くなるが、応力の精度は逆に悪くなる。このことは、一般部における差分近似の高精度化が、境界において必ずしも行なわれていないからと思われる。

IV 平板の曲げ解析

§ 1 領域の定義

平板の曲げ解析に用いた四つの領域モデルについて、領域の定義と変位関数を示す。

二次元問題では、 Ω_R と Ω_d の組み合わせによって、数多くの領域モデルの作成が可能となるが、本論では、変位関数が低次で、比較的使用し易いモデルを選んだ。

(1) R 3-2 モデル

これは三角形モデルであり、任意構造物に対して適用できると考えられる。(図6-(1))

変位関数は、完全2次形式を用いて次式で表わす。

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 \quad (12)$$

Ω_d は、 Ω_R の外側に、それぞれの辺から近距離にある三つの節点を選び、計6節点で構成される。

境界上にある場合は、境界辺の中央に節点を設け、その法線方向 n に対する微係数 $\partial w / \partial n$ を自由度に選ぶ。

また、このモデルは、FEMの三角形要素の中で、Hybrid型 Hellinger-Reissner の原理を用いた近藤モデル²⁾ と言われている要素と、要素剛性マトリックスが完全に一致するものである。

(2) R 4-2 モデル

これは四角形モデルであり、 Ω_R は節点を取り囲む部分として、 Ω_d は、その周辺の9節点で構成される(図6-(3))。

ここで、 Ω_R の境界に節点がないことは、FEMと全く異なったモデルであり、有限領域法の領域設定の任意性を端的に示している。

変位関数は、双2次形式を用いて、次式で表わす。

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^2 y + \alpha_8 x y^2 + \alpha_9 x^2 y^2 \quad (13)$$

このモデルでは、ねじりを表わす曲率

$$\kappa_{xy} = 2 \partial^2 w / \partial x \partial y \quad (14)$$

に関する差分近似の精度が悪くなるため、これを改良して次のモデルを考えた。

(3) R 4-2 D モデル

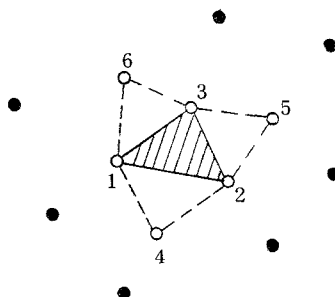
Ω_R の領域を、図6-(3)のように四つの部分領域①～④に分割する。さらに、各部分領域に対応する変位関数を、曲率の種類によって次の様に違える。

すなわち、曲げ曲率

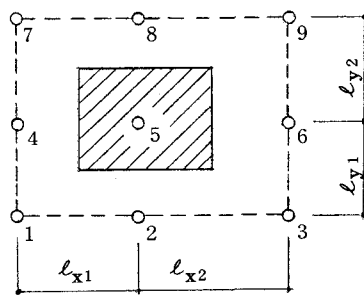
$$\kappa_{xx} = \partial^2 w / \partial x^2 \quad (15)$$

$$\kappa_{yy} = \partial^2 w / \partial y^2 \quad (16)$$

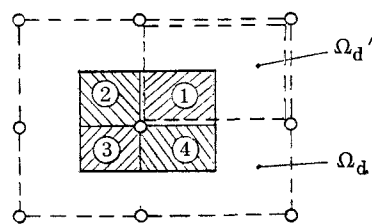
に対する Ω_d は、R 4-2 モデルと同様に考えて、各部分領域共に共通で、変位関数は式(13)を用いる。



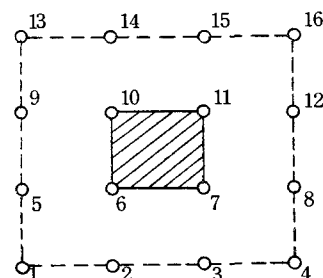
(1) R 3-2 モデル



(2) R 4-2 モデル



(3) R 4-2 D モデル



(4) R 4-3 モデル

図6 領域モデルの定義

ねじり曲率 κ_{xy} に対する Ω_d は、例えば部分領域①の場合には、右上部分の Ω_d' をとり、変位関数は双1次形式を用いて次式で表わす。

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \quad (17)$$

また、節点の配置が x, y 方向共に等間隔のとき、このモデルによって得られる全体剛性マトリックスの一行は、次式で表わされる微分方程式を差分近似化した係数に全く一致することがわかる(図7)。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (18)$$

このことは、有限領域法のある特殊なケースでは差分法と同等であることを表わしている。

(4) R4-3モデル

このモデルは、 Ω_R をFEMと同様に節点で囲まれた領域とする(図6-(4))。

変位関数は、双3次形式を用いて、次式で表わす。

$$\begin{aligned} w = & \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 \\ & + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y \\ & + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} x^2 y^2 \\ & + \alpha_{13} xy^3 + \alpha_{14} x^3 y^2 + \alpha_{15} x^2 y^3 + \alpha_{16} x^3 y^3 \end{aligned} \quad (19)$$

また、花井³⁾等は、このモデルと類似した考え方でFEMの立場から新しい要素の提案をしている。

§2 解析例

解析モデル： 等分布荷重をうける周辺固定支持の正方形板の解析を行なった(図8)。解析した領域は対称性から全体の四半分とし、分割は x, y 方向共に4等分割とした。

節点変位自由度は、一般部で w のみ、 x 方向に沿った境界で $w, \partial w / \partial y$ 、 y 方向に沿った境界で $w, \partial w / \partial x$ 、隅角部で $w, \partial w / \partial x, \partial w / \partial y, \partial^2 w / \partial x \partial y$ とした。

解析結果： 表4から、変位については有限領域法の各モデルは、FEMのCPTとBPR要素よりも劣っている。しかし、総自由度がFEMの約 $2/3$ であることを考慮すれば、充分満足し得る値である。

また、有限領域法の変位は、理論解よりもすべて大きくなっている。これは要素境界の適合条件を満足していないためと考えられる。

有限領域法によるモデルで、変位の次数を高めるに従って、変位の精度は上がるが、応力は必ずしも向上するとは限らない。

R3-2と近藤モデルの結果が、若干違う理由は、

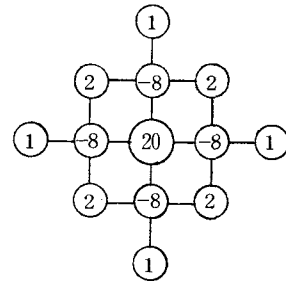


図7 差分近似の係数

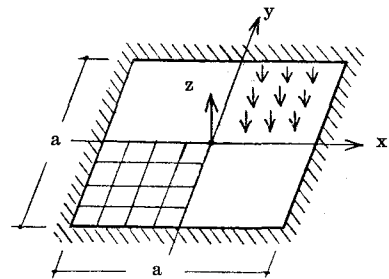


図8 解析モデル

表4 解析結果

モデル名		中央変位 w ($\times 10^{-2} qa^4/D$)	中央応力 M (qa^2)	固定辺中央 応力 M_2 (qa^2)
理論解 (Timoshenko)		0.126	0.0231	0.0513
FDM		0.142	0.0235	0.0474
FDEM		0.149	0.0189	0.0495
FEM	CPT ^{※)}	0.129	0.0226	0.0502
	BPR ^{※)}	0.130	0.0240	0.0503
	Herrmann	0.166	0.0224	0.0438
	近藤モデル ²⁾	0.156	—	—
有限 領域法	R3-2'	0.153	0.0218	0.0485
	R4-2	0.149	0.0243	0.0490
	R4-2D	0.142	0.0235	0.0474
	R4-3	0.137	0.0205	0.0516

※) "STRUDL" プログラム内にある要素でCPTは適合3角要素、BPRは非適合4角要素である。

作用荷重値が異なるからであり、本来は一致すべきものである。R4-2Dの結果は、明らかにR4-2よりも改善されており、FDMと全く一致している。

この結果、有限領域法の各モデルは、実用的には十分な精度であると言えるが、今後は収束性のテストを行ない、解の保証を検討していく必要がある。

V 円形アーチの解析

§ 1 領域の定義

円形アーチの解析に用いた有限領域法による四つの領域モデルと、FEMによる二つの要素について、領域の定義と変位関数を示す。

アーチの場合には、面内のひずみエネルギーと面外のひずみエネルギーに分かれるため、その評価領域の位置の組合わせによって、多くの領域モデルが考えられる。R-12, R-12M, R-12Dはいずれも、面内変位 u は一次、面外変位 w は2次となっているモデルである。

図9に円形アーチの座標系を、図10に領域の定義を示す。

(1) R-12モデル

変位関数は、次式とする。

$$\left. \begin{aligned} \text{面内} \quad u &= \alpha_1 + \alpha_2 \varphi \\ w &= \alpha_3 + \alpha_4 \varphi \\ \text{面外} \quad u &= \beta_1 + \beta_2 \varphi + \beta_3 \varphi^2 \\ w &= \beta_4 + \beta_5 \varphi + \beta_6 \varphi^2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

このモデルは変位関数と積分領域 Ω_R が、面内と面外で異なっている。また、これはRBSMによって都井⁴⁾が提案したモデル(P)に等しくなる。

(2) R-12Mモデル

変位関数は次式とする。

$$\left. \begin{aligned} \text{面内} \quad u &= \alpha_1 + \alpha_2 \varphi \\ w &= w_2 \\ \text{面外} \quad u &= \alpha_1 + \alpha_2 \varphi \\ w &= \beta_3 + \beta_4 \varphi + \beta_5 \varphi^2 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

このモデルは、積分領域は一致しているが、面内と面外の座標位置が異なっている。また、これは、都井⁴⁾が提案したモデル(L)に等しくなる。

(3) R-12Dモデル

変位関数は式(20)と同じである。

しかし、面内ひずみを計算する領域 Ω_R と面内変位の補間領域 Ω_d が異なっている場合である。

このモデルによって得られた最終的な剛性マトリックスは、円形アーチの微分方程式を差分近似化したものに全く一致することが証明される。

しかし、あとで説明する解析例では、良好の値が得られなかった。これは、アーチの微分方程式には1階から4階までの微係数が混在しているにも拘わらず、このモデルではすべての微係数に対して、中

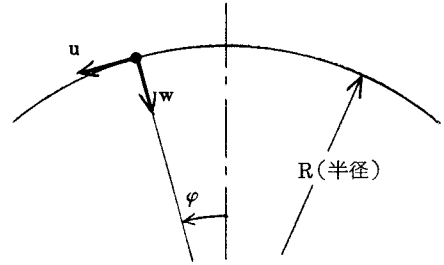


図9 円形アーチの座標系

	(1) R-12	(2) R-12M
面内 u		
面外 w		
	(3) R-12D	(4) R-22
面内 u		
面外 w		

図10 領域の定義

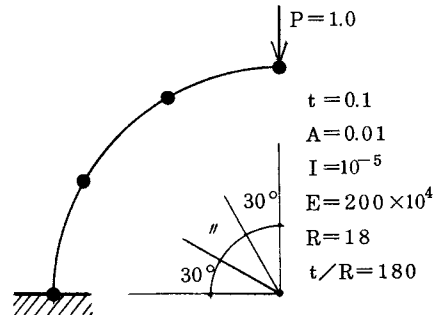


図11 解析モデル

央差分近似となっているからと思われる。

(4) R-22モデル

変位関数は次式とする。

$$\left. \begin{array}{l} \text{面内} \quad u = \alpha_1 + \alpha_2 \varphi + \alpha_3 \varphi^2 \\ \quad \quad w = \alpha_4 + \alpha_5 \varphi + \alpha_6 \varphi^2 \\ \text{面外} \quad \text{面内と同じ} \end{array} \right\} \quad (22)$$

すなわち、面内と面外の変位を共に2次とおき、積分領域も一致させた場合である。しかし、解析結果は面内変位 u が不安定となった。

(5) E-13モデル

これは、菊地⁵⁾の部分近似モデルである。

$$\left. \begin{array}{l} \text{面内} \quad u = \alpha_1 + \alpha_2 \varphi \\ \quad \quad w = (w_2 + w_3) / 2 \\ \text{面外} \quad u = \alpha_1 + \alpha_2 \varphi \quad (\text{面内と同じ}) \\ \quad \quad w = \beta_1 + \beta_2 \varphi + \beta_3 \varphi^2 + \beta \varphi^3 \end{array} \right\} \quad (23)$$

(6) E-13Bモデル

これは、通常の直線梁モデルである。

VI まとめ

従来の構造解析手法として有名なFEM, FDM及びFDEMとは別の新しい解析法を提案した。名称は有限領域法(FRM)と名付け、任意構造物に対して適用できる汎用的な解析法である。変分原理の中では、FEMとFDEMを包括した手法として位置づけられる。

有限領域法の利点として次のことがいえる。

FEMと比較して：

- (1) 一節点当りの自由度が少なく、計算時間が短縮できること。
- (2) 数値積分を行わず、かつ適合条件を放棄することによって理論の定式化が簡単になることである。

FDEMと比較して：

- (1) 不等間隔格子や不規則な節点の配置に対しても容易に適用できること。
- (2) 境界上に微係数を設けることにより、境界条件の処理が容易になることである。

FDMと比較して：

上記FDEMに対する利点に加えて

- (1) エネルギー原理を用いているので、微分方程式からの複雑な差分化の手続きが不要となること。
- (2) 連立一次方程式が、正定値対称となりかつバンドマトリックスとなること等である。

§2 解析例

図11に、半円型片持ちアーチの解析モデルを示す。荷重は自由端に集中力を作用させ、分割は3等分割とした。

表5に解析結果を示す。各モデルの中で一番良い精度は有限領域法のR-12モデルである。R-12Dを除けば、分割数が少ない割には良好な結果といえる。

表5 解析結果

		変位(自由端)		応力(固定端)	
		u	w	M	N
理論解		146	229	18.0	1.00
有限領域法	R-12	146	224	18.0	0.93
	R-12M	162	249	18.7	1.04
	R-12D	—	—	—	—
	R-22	6	248	18.6	1.04
FEM	E-13	142	214	17.3	0.95
	E-13B	144	216	18.0	0.97

また、有限領域法の理論上の特徴は、

- (1) ひずみエネルギーを計算する領域 Ω_R と変位を補間する領域 Ω_d を分けて考えること
 - (2) FEMの変位関数の概念を用いて、ひずみの差分近似化を組織的行なうこと
- である。

本論文では、有限領域法の具体例として、梁の曲げ解析、板曲げ解析及び円形アーチの解析を行ない手法の有効性を検討したが、総体的には良好な結果が得られたものの、解析モデルによっては解が不安定になる等、残された問題点も多い。

参考文献

- (1) D.Bushnell他「Finite difference energy method for non-linear shell analysis」Comp & Stru. Vol.1,1971.
- (2) 近藤「低次形状関数モデルを用いた梁及び平板構造要素解析の基礎的研究」東京大学学位論文S52.12.
- (3) 花井他「平板の曲げ変形問題に対する一離散化手法(その2)」日本建築学会大会 S55.9.
- (4) 都井「円形アーチの解析のための新しい離散化モデル」生産研究, 1978.7.
- (5) F.Kikuchi, 「Theory and Examples of Partial Approximation in the Finite Element Method」Int.J.for Num-Meth. in Eng. Vol. 10(1976)

謝辞 本研究を進めるにあたり、激励と貴重なご意見を下さった 坪井善勝 東京大学名誉教授並びに 半谷裕彦 東京大学助教授に深く感謝致します。

STRUCTURAL ANALYSIS BY FINITE REGION METHOD

BY TOSHIO SUZUKI*, Member of A.I.J.

This paper proposes a new discrete model for structural analysis. It is named as "Finite Region Method (FRM)".

FRM is one of practical numerical analysis based on a variational method and is applied to arbitrary structures. FEM, FDM and FDEM are well-known structural analysis method. FRM has much merit comparing with these methods.

Merit to FEM:

- (1) As FRM has less number of degree of freedom than FEM, the computer time is shorter.
- (2) Theory is very easy to understand.

Merit to FDM, FDEM:

- (1) It is allowed that the disposition of discretized joint is irregular.
- (2) Treatment of boundary condition is easy.

FRM has two special characteristics. One is to differentiate a derivative using the displacement function. The other is that domain to estimate a strain energy is different from domain to interpolate a displacement. Total stiffness matrix can be equivalent to the finite difference equation, if we can select a adequate displacement function.

It is difficult to prove the convergence of solution, because FRM does not satisfy the compatible condition between element boundary. Therefore it must be done to examine many numerical models to guarantee the solution.

And FRM can be applied to not only linear analysis but also non-linear analysis. As FRM has less number of degree of freedom than FEM, it can be considered that FRM is specially appropriate to non-linear analysis using iteration.

* Structural Engineer, Fujita Corporation, Tokyo