

(22) 新しい梁要素による地盤を考慮した骨組構造物の極限解析

A Discrete Limit Analysis of Framed Structures Including the Effects
of Foundation by using New Beam Elements

竹内 則雄^{*}
Norio Takeuchi

神尾 洋一^{**}
Youichi Kamio

川井 忠彦^{***}
Tadahiko Kawai

1. はじめに

川井によつて提案された新離散化モデル¹⁾は三次元の一般式からすべての要素が誘導できる。^{2)~3)}梁要素もそれにもれず一般的な三次元の式から容易に導き出せ、しかもせん断変形の影響を簡単に考慮することができる。²⁾この新離散化モデルの梁要素は、初め物理的考察に基づいて開発された要素であり、数学的厳密さに欠けていた。しかし、最近になつて都井⁶⁾や渡辺⁷⁾らがこの新離散化モデルの梁要素はその積分点の取り方次第で Hughes らの提案した有限要素モデル⁸⁾と等価であることを指摘した。

この梁要素は通常の骨組構造のみならず、杭や矢板等のように弾塑性地盤上の梁としても多く用いられている。有限要素法(変位法)により弾性床上の梁の問題を解く場合、たわみの4階微分方程式に変位の一次関数を含むため、剛性行列は関数を含む複雑なものとなる。さらに地盤の塑性化を考慮し、微分方程式におけるたわみの関数を複雑にすればするほど解析的に剛性行列を得るのが困難となる。しかし、新しい梁モデルでは弾性床上の梁をあたかもバネ支点を持つ梁のように扱うことが可能であり、取り扱いが非常に簡単になる。⁹⁾これは骨組構造物と平面要素を組み合わせた著者らの方法¹⁰⁾と同様に新しい梁モデルが剛体変位場を仮定しているためである。従つて、等価な地盤バネに非線型特性を与えた場合にも特に取り扱いの上で困難なことはなく簡単に地盤の塑性化現象を取り入れることができる。

* 東京大学生産技術研究所第2部 助手

** 東洋エンジニアリング(株)システム部

*** 東京大学生産技術研究所第2部 工博 教授

さて、近年耐震設計等の再検討が言われているが、構造物と地盤の関係は切りはなすことのできない問題であり、上部構造のみの耐震性の検討のみでは不十分であると考えられる。地盤の破壊形状によつては構造物自身が破壊する以前に建物が転倒したり、また予想以上の変位を与える可能性があり、従つて構造物全体の耐荷力として地盤の影響を含めた形で考えるのが適切であると思われる。

本論文では始めに新しい梁モデルにおける弾性解の精度を検討し、その有効性を数値計算により立証する。さらに、上記の観点から地盤を考慮した骨組構造物の極限解析手法について述べ、二三の数値計算例から地盤破壊による構造物に与える影響の重要性を示す。

2. 新しい梁モデルの定式化

三次元の一般式から梁要素の剛性行列を誘導する方法は文献²⁾に与えられている。ここでは梁要素から直接求める方法で説明を行なう。今、簡単のため問題を面内荷重を受ける二次元状態とし、要素の重心に Fig. 2.1 に示されるような剛体変位 ($\bar{U}, \bar{V}, \bar{\theta}$) を考える。ここで、上付きの $\bar{}$ は局所座標系の成分であることを意味する。

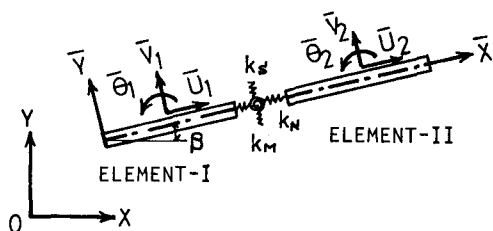


FIG. 2.1 New discrete beam element

さてⅠ要素とⅡ要素の結合部に(2・1)式で示されるような軸力、せん断力、曲げモーメントに抵抗する3種のスプリング(k_N k_S k_M)を設定する。

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} k_N & 0 & 0 \\ 0 & k_S & 0 \\ 0 & 0 & k_M \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} k_N &= 2EA/\ell & k_S &= 2\alpha GA/\ell \\ k_M &= 2EI/\ell & (\ell &= \ell_1 + \ell_2; \\ & & & : \ell_1 \ell_2 \text{ 部材長}) \end{aligned}$$

ここで、 EI は曲げ剛性、 GA はせん断剛性、 EA 軸剛性であり、 α は有効せん断係数を示す。さて、この3種のスプリングに貯えられる歪エネルギーは重心の剛体変位を用いて以下のように表わされる。

$$V = V_N + V_S + V_M \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} V_N = k_N \delta_N^2 / 2 \\ V_S = k_S \delta_S^2 / 2 \\ V_M = k_M \varphi^2 / 2 \end{cases}$$

ここで、 δ_N δ_S φ は相対変位ならびに相対回転角で、マトリックスを用いて次のように書き表わすことができる。

$$\{\delta\} = [\mathbf{B}]\{\bar{u}_i\} \quad (2.3)$$

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -\ell_1/2 & 0 & 1 & -\ell_2/2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\{\delta\}^T = L \delta_N \delta_S \varphi$$

$$\{\bar{u}_i\}^T = L \bar{u}_1 \bar{v}_1 \bar{\theta}_1 ; \bar{u}_2 \bar{v}_2 \bar{\theta}_2$$

従つて(2・1)式(2・3)式から(2・2)式の歪エネルギーはマトリックスを用いて以下のように表わされる。

$$V = \frac{1}{2} \{\bar{u}_i\}^T [\bar{\mathbf{K}}] \{\bar{u}_i\} \quad (2.4)$$

$$([\bar{\mathbf{K}}] = [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}])$$

以上のようにして得られた局所座標系に関する歪エネルギーの式を全体座標系における重心変位 $\{\bar{u}_i\}$ により表わすと以下ようになる。ここで、 $[\mathbf{T}]$ は座標変換マトリックスである。

$$V = \frac{1}{2} \{\bar{u}_i\}^T [\mathbf{K}] \{\bar{u}_i\} \quad (2.5)$$

$$([\mathbf{K}] = [\mathbf{T}]^T [\bar{\mathbf{K}}] [\mathbf{T}])$$

このようにして得られた歪エネルギー(2・5)式にカステリアー1の原理を適用すると最終的に解くべき方程式が以下のように与えられる。

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{u}_i} = \{P\} = [\mathbf{K}]\{\bar{u}\} \quad (2.6)$$

3. 弾性床上の梁の解析

一般に弾性床上の梁では要素のたわみがあると、そのたわみに抵抗するバネが分布しているため反力が生ずる。従つて、要素のたわみを与える4階の微分方程式にたわみの関数が含まれ、要素剛性行列の作成はもはや単純にはゆかない。これを避けるため近似的にバネ支点を用いる方法も考えられるが、バネ支点の間隔により大幅に解が異なるので実用的にはならず、結局複雑な剛性行列を作成して解いているのが現状である。4階の微分方程式にたわみの一次関数を用いただけでもその剛性行列は複雑となるので、地盤と梁の摩擦等到底考えられないし、地盤バネが非線型ともなればその剛性行列の作成は想像を絶する。

さて、ここで、骨組要素と平面要素を結合した著者らの方法を考えてみる。¹⁰⁾このとき、剛体変位場を各要素について仮定し、平面要素と骨組要素の間に平面要素とまったく同様なバネを分布させていた。これは骨組要素についてみれば重心点に集中化を行なった支点バネを持つたのと同様になる。そこで、新しい梁モデルを用いる場合、上記の方法と同様に要素の重心の変位に抵抗する支点バネを追加すれば近似的ではあるが弾性床上の梁と同様な解析を行なったものと考えることができる。Fig 3・1は剛体変位場を仮定した一つの梁部材が弾性地盤上にあると

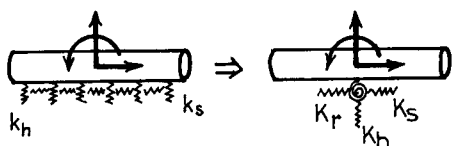


FIG. 3-1 Constant of subgrade reaction for the new beam element on the elastic foundation

いう状態をモデル化したものである。 k_h k_s はそれぞれ、水平方向地盤反力係数と摩擦係数を表わす。新しい梁要素は剛体変位場を仮定しているので地盤反力は線形分布をするものと考えられる。そこで、次のように地盤反力を積分し、得られた 3 種のバネを重心に支点バネとして設定することを考える。ただし、上付きの $\bar{\cdot}$ は部材座標系の成分であることを示すものとする。

$$\begin{aligned} K_h \cdot \bar{U} &= \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} k_h \cdot (\bar{U} + \frac{1}{2} \bar{x} \bar{\Theta}) d\bar{x} = (k_h l) \bar{U} \\ K_r \cdot \bar{\Theta} &= \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} k_h \cdot (\bar{U} + \frac{1}{2} \bar{x} \bar{\Theta}) \cdot \bar{x} d\bar{x} = (k_h l^3 / 12) \bar{\Theta} \\ K_s \cdot \bar{U} &= \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} k_s \cdot \bar{U} d\bar{x} = (k_s l) \bar{U} \\ K_h &= k_h l \quad K_r = k_h l^3 / 12 \\ K_s &= k_s l \end{aligned} \quad (3.1)$$

上記の関係から地盤反力 $\bar{R}$ は次のようにマトリックスを用いて表わすことができる。

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{U} \\ \bar{\Theta} \end{Bmatrix} = -\bar{K} \bar{U} \quad (3.2)$$

さて、(3.2) 式は局所座標系についてたてた関係であるから全体座標系に関する連立方程式を得るために座標変換の必要がある。そこで以下のような座標変換を行なつておく。

$$\begin{aligned} R &= T^T \bar{R} = -T^T \bar{K} T U = -K' U \quad (3.3) \\ K' &= T^T \bar{K} T \end{aligned}$$

以上より全体剛性行列を組み合せたときの連立方程式が以下のように与えられる。

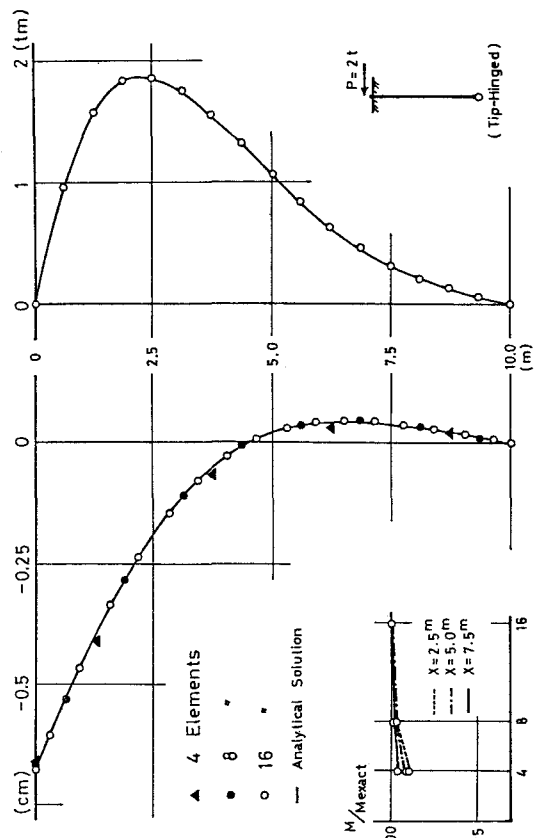
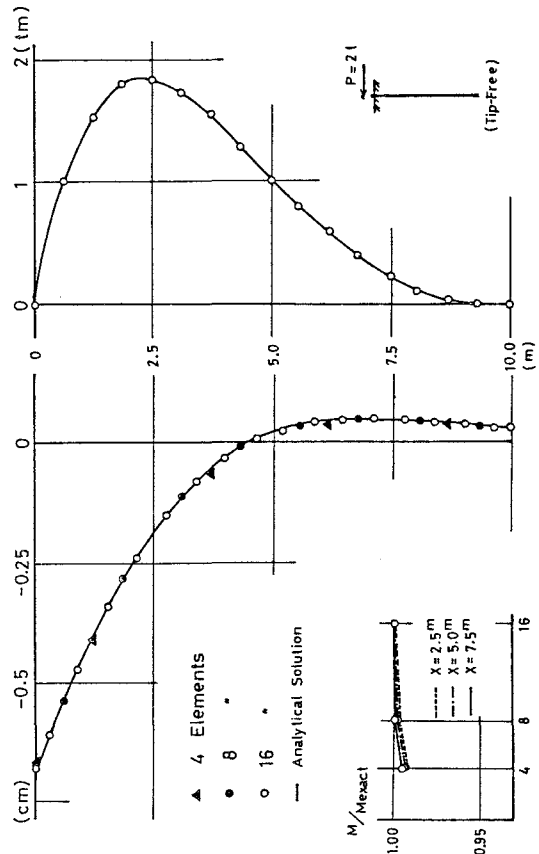
$$K U = P + R = P - K' U \quad (3.4)$$

ここで、 K は全体剛性行列で P は荷重項である。この場合、(3.4) 式からも理解されるように地盤反力に未知数が含まれているため最終的に次のような連立方程式を解けばよいことになる。

$$(K + K') U = P \quad (3.5)$$

以上のように要素内変位場を剛体と仮定することにより地盤反力バネの集中化が行なえ、近似的とはいえ要素分割にあまり左右されない支点バネを用いた弾性床上の梁を考えることができた。このような支点バネ的な考え方をを用いると摩擦等の影響を簡単に取り入れることも可能である。支点バネの取り扱い方の利点は計算プログラムが非常に簡単になるばかりでなく地盤の破壊を考えやすいところにある。本モデルには摩擦バネも含まれているので地盤と梁の接触面においてモール・クーロン型の破壊規準を導入することも可能である。また、梁要素については従来の川井モデルであるから簡単に塑性ヒンジを導入することができる。

本モデルの妥当性を検討するため数値計算例として地中にある単杭を取り上げ弾性解との比較を行った。材料定数は図中に示す通りであり、荷重条件として杭頭にせん断力を与えた場合を考えた。また境界条件として杭先端が自由、ヒンジ、固定の場合の 3 通りを考えた。Fig 3.2 は本法による計算結果と解析解を比較したものである。要素分割は 4, 8, 16 の 3 種類とした。図中の左端が曲げモーメントを正解と比較したときの各要素分割に対する収束状況を杭の深さ方向についてプロットしたものである。どのモデルもおおむね 10 分割程度で良好な結果を与えている。ただし、杭先端固定とした場合は境界条件の影響が多少表われている。図の中央は変位を正解と比較したもので、分割が粗くでも良好な一致を示すことがわかる。右端は要素分割が 16 の場合に関する曲げモーメント分布状況で、正解とほとんど一致することがわかる。



Material Properties	
Modulus of deformation	350 000 kg/cm ²
Coefficient of horizontal subgrade	0.5 kg/cm ³
Moment of inertia	103 200 cm ⁴
Diameter (B)	40 cm
Pile length (L)	1 000 cm
Shear force (P)	2 000 kg

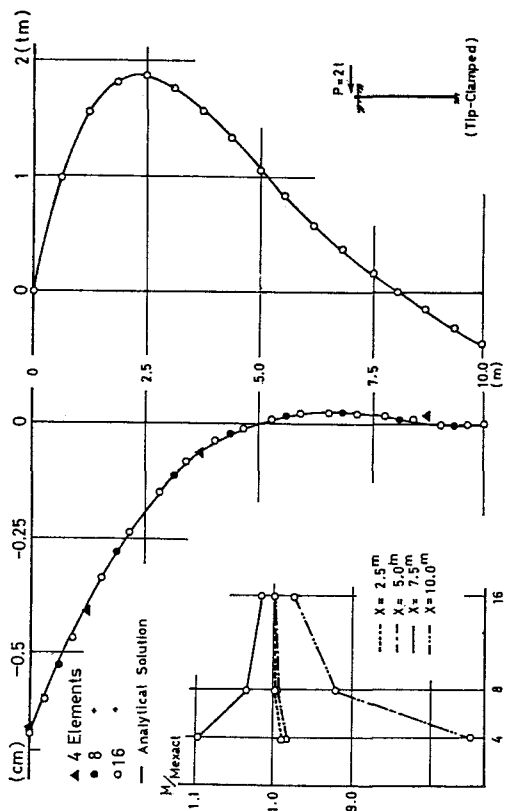


FIG. 3-2 Deflected shape and bending moment distribution
Comparison of the present numerical and analytical solution

4. 破壊条件

川井モデルの梁要素は簡単に破壊を取り入れることができる。本節ではこの骨組構造の破壊と地盤の破壊の両者を考慮した平面骨組構造の極限解析法について述べることにする。

まず初めに骨組構造物の破壊規準については一般的によく用いられる次の関係を採用する。

$$\pm \left(\frac{M}{M_{px}} \right) + \left(\frac{P}{P_y} \right)^2 = 1 \quad (4.1)$$

ここで、 M_{px} は全塑性曲げモーメント、 P_y は全断面塑性軸力である。この降伏関数に対して通常の塑性流れ則を適用すると次のような塑性化後の構成式が得られる。

$$[D^p] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ & k_{22} & k_{23} \\ \text{sym.} & & k_{33} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$k_{11} = k_N - \frac{1}{F} \left(\frac{2P}{P_y} \right)^2 \cdot k_N$$

$$k_{22} = k_s \quad k_{12} = k_{23} = 0$$

$$k_{33} = k_M - \frac{1}{F} \left(\frac{1}{M_{px}} \right)^2 \cdot k_M$$

$$k_{13} = \mp \left(\frac{2P}{P_y} \right) \left(\frac{1}{M_{px}} \right) \cdot k_N \cdot k_M / F$$

$$F = \left(\frac{2P}{P_y} \right)^2 \cdot k_N + \left(\frac{1}{M_{px}} \right)^2 \cdot k_M$$

以上のようにして得られた構成式を用い、山田の方法¹¹⁾により増分計算を行なう。

次に地盤の破壊について考えてみる。もし地盤の破壊を考慮せずに弾性地盤とし骨組のみの破壊を考えるなら、地盤反力として非常に大きな値が生じ現実的でなくなる。このような問題に対処するため杭等の横抵抗について非常に多くの議論がなされている。¹²⁾ 基本的には(1)極限地盤反力法 (2)非線型地盤反力法 (3)複合地盤反力法の3つに大別できると考えてよいであろう。本論文では骨組の破壊を同時に考慮しやすい複合地盤反力法のうちの完全弾塑性

法を採用する。この方法は地盤反力が極限抵抗土圧強度に達するまでは、地盤は線形弾性体として挙動し、極限抵抗土圧強度に達した後は水平地盤反力係数を零として地盤反力を一定と考える方法である。解析的にこの方法による解を求めることができるのは地盤反力係数が深さ方向によらず一定の場合だけであるが、本法ではそのような限定条件は付かない。むしろ、この方法を用いる方が地盤と骨組の破壊を同時に考慮しやすいし、また、山田の方法にも載りやすいので簡単に扱うことができる。本論文ではFig. 4.1に示される極限抵抗土圧強度を仮定する。これは粘性土に対するもので、粘性土中の杭に水平力が作用すると地表面近くの地盤が破壊して上方へ移動し、地盤反力が減少するという状態をモデル化したものである。

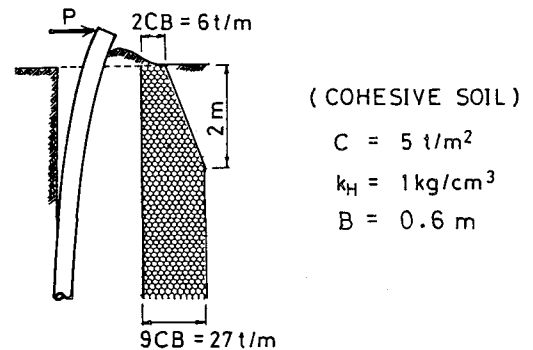


FIG.4-1 Ultimate resisting earth pressure for a cohesive soil

もちろん、砂質土の場合には別な仮定が必要であるし、粘性土の場合でも上記の仮定でなければならないということではない。ようは極限抵抗土圧分布が理解されていればよいということである。

5. 地盤破壊を考慮した骨組構造の数値計算例

数値計算例として弾塑性地盤中の単杭と地中に埋め込まれた門型ラーメンの2つを取り上げて考えることにする。

(1) 弾塑性地盤中の単杭

Fig. 5.1に示すような単杭を考える。杭の材料定数は図中に示す通りで中空の鋼管杭に相当する。また地盤定数についてはFig. 4.1に示される値を使用

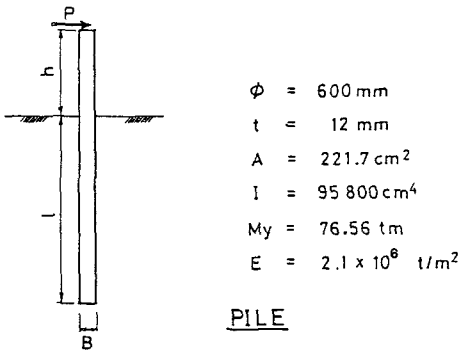


FIG.5-1 Numerical model for a pile on the elasto-plastic foundation

した。杭先端は自由とし要素分割は 0.5 m ビツチで行なっている。本例題は水平荷重に対して検討を行なったもので、Fig 5. 2 に本法を用いて計算したときの破壊状況が示されている。図中の番号は破壊の順番を示している。上段は杭頭と地表面が同じレベルにある場合の結果で、下段は地表より 3 m 上部に水平荷重が作用したときの結果である。根入れの小さい、いわゆる短かい杭では杭自身の破壊は発生せず、地盤の破壊により極限荷重が決まる。ある程度長い杭になると杭自身にも塑性ヒンジが発生し、地盤破壊と杭の塑性ヒンジから極限荷重が決まる。この傾向は地表より上部に水平荷重が作用したときも同じであることが図から理解される。ただし、極限荷重値は大きく異なっている。

Fig 5. 3 は変位を書いたものであるが、根入れの浅い場合には杭本体のたわみというものはあまり表われず、むしろ地盤破壊による転倒の傾向が良く表われている。根入れが深くなれば地盤の支持が期待でき、変位も減少する傾向にある。

Fig 5. 4 は最高荷重と杭の根入れ長比の関係をグラフ化したものである。Broms によつて与えられた極限荷重と良く一致していることがわかる。杭本体に塑性ヒンジが入る以前の根入れの短い杭では杭長が長くなるにつれ極限荷重も上昇するが、ある一定の根入れ長比を越えると杭自身に塑性ヒンジが発生し、極限荷重は一定となる結果を得た。

そこで、Fig 5. 5 に示されるような変位と根入れ長比の関係をプロットしてみた。杭に塑性ヒンジが入る以前は地盤の破壊によつて非常に大きな変位を

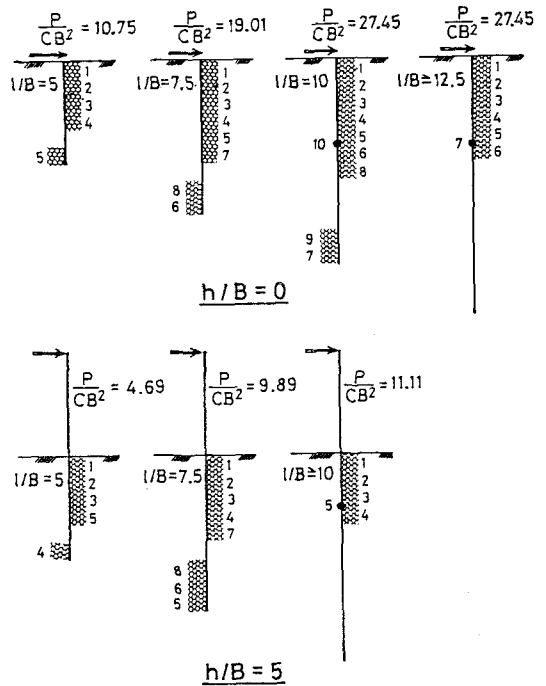


FIG.5-2 Ultimate horizontal load and collapse mode obtained by the present method

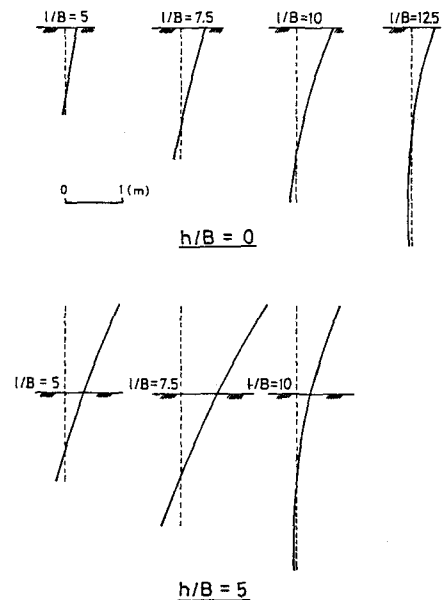


FIG.5-3 Deflected shape of the pile

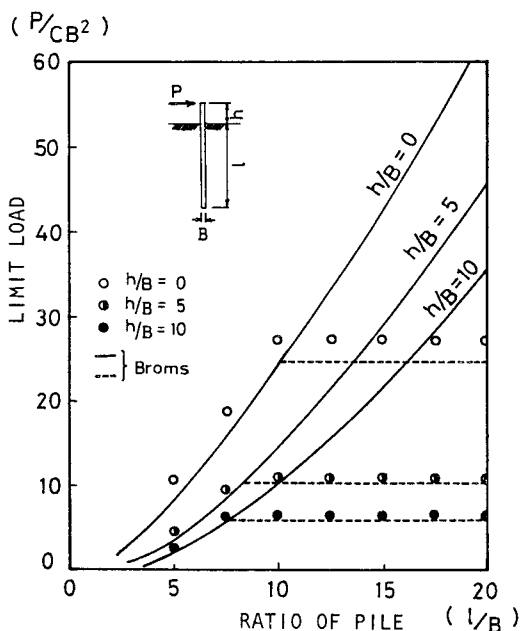


FIG.5-4 Comparison of the present numerical and analytical solution for the limit load of a pile

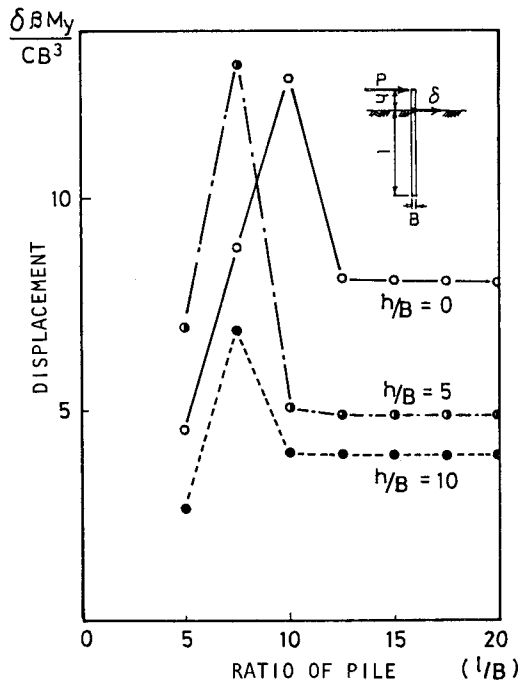


FIG.5-5 Result of calculation for the displacement of a pile

与えている。ある程度根入れ長比が大きくなり杭自身に塑性ヒンジが入るようなケースでは変位量が小さくなり、根入れ長比に関係なく一定となる。

摩擦杭等のように杭周辺摩擦を大きく期待するようなケースを除外すると必要以上の根入れは荷重、変位の両者から見ても無意味であることがわかる。

(2) 弾塑性地盤に埋め込まれた門型ラーメン

次に Fig 5.6 に示されるような同一材料で形成される門型ラーメンの解析例を示す。地盤破壊の取り扱いについては前例題と同様 Fig 4.1 の関係を用いた。地中部では要素分割を 0.5 m ビッチで行ない、地上部では 1 m ビッチで要素分割を行なつた。

Fig 5.7 に破壊状況を示す。(1) の例題と同様、図中の番号は破壊の順番を示している。支点を固定とした門型ラーメンの解析(左上段)では初めに固定部が破壊し、次いで隅角部へと破壊が進む。一方その他のケースでは門型ラーメン自身の破壊は発生せず、地盤あるいは地中部の杭の破壊により構造が崩壊機構を形成する。このときの極限最高荷重を比較すると支点を固定とした場合の値は他のものより 2 倍以上大きな値を示している。地盤の強度が骨組材料の強度より小さいということを考えると当然であろう。

Fig 5.8 ではそれぞれのケースに対する崩壊時の変位モードをプロットしたものである。支点固定の場合は全体的に跳めて小さな変位量であるが、他の

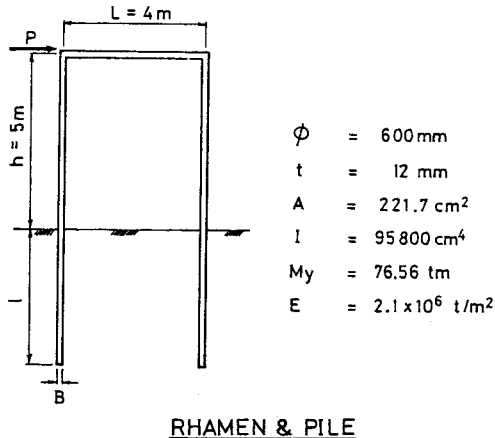


FIG.5-6 Numerical model for the portal frame with piles

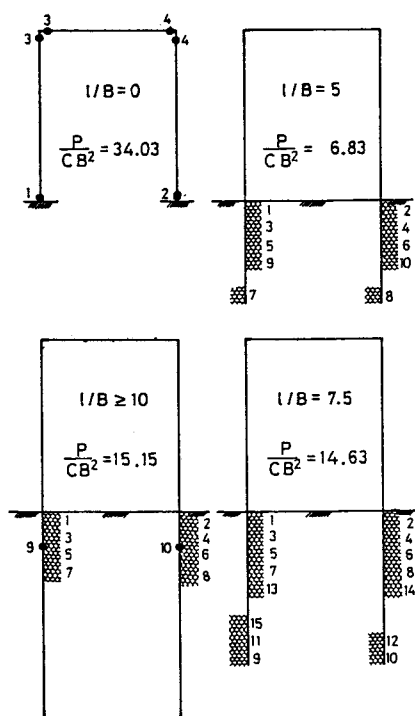


FIG.5-7 Limit load and collapse mode obtained by the present method

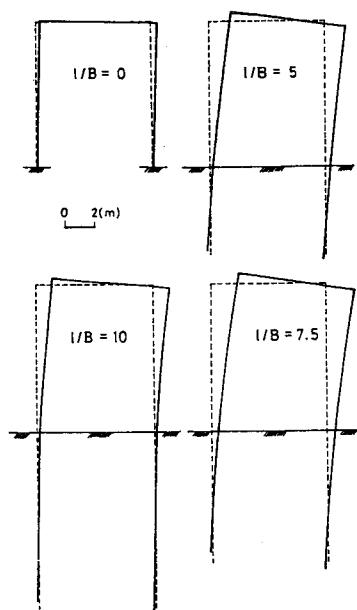


FIG.5-8 Deflected shape of the portal frame

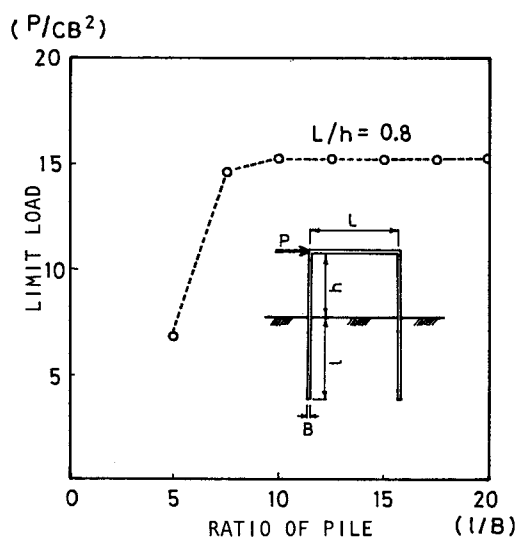


FIG.5-9 Ultimate horizontal load for the portal frame with piles

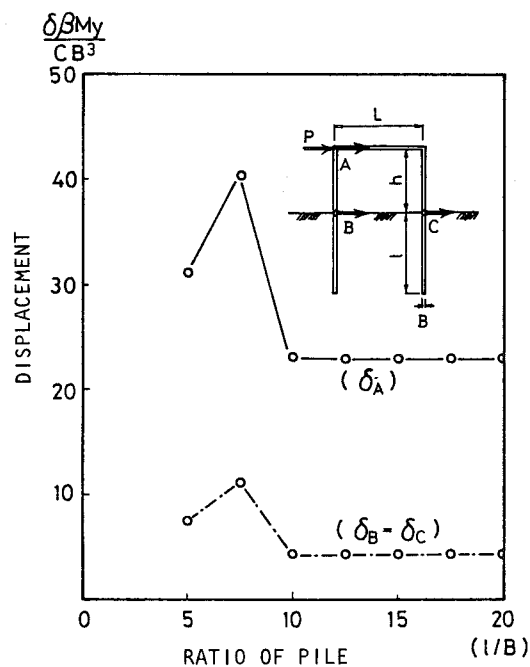


FIG.5-10 Result of calculation for the horizontal displacement

ケースでは非常に大きな値を示している。これは、骨組構造自身のたわみによるものではなく、地盤の破壊による影響のためであろう。

Fig 5.9に極限荷重と根入れ長比の関係を示す。杭の根入れが浅い場合は地盤の破壊も早く進むので極限最高荷重も小さく、杭に塑性ヒンジが発生する根入れ長比の場合はその値にかかわらず一定となる。

変位について同様のグラフを書くとFig 5.10のような結果が得られる。先の単杭の結果と同様な傾向を示していることがわかる。

最後に曲げモーメント分布をFig 5.11に示す。支点固定の場合と明らかに異なることがわかる。

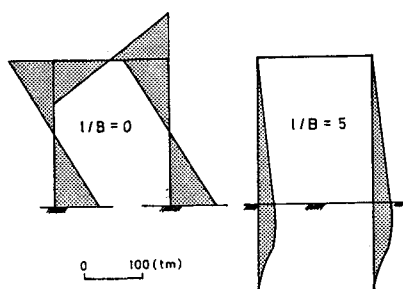


FIG.5.11 Bending moment distribution of the portal frame with piles

6. む す び

川井により提案された梁モデルに地盤の影響を取入れた骨組構造物の極限解析手法について述べ、二三の数値計算例より次のことが理解された。

- 1) 地盤の影響を考慮することにより構造全体の挙動が支点固定の場合とまったく異なる。
- 2) 最大曲げモーメント位置が異なる。
- 3) 地盤の破壊により予想以上の変位が発生する。
- 4) 極限荷重が支点固定の場合より小さい。
- 5) 必要以上の杭の根入れは無意味である。(ただし、水平荷重に対して)

このように一般的に地盤の強度は骨組材料のそれより劣る。特に耐震設計等のように地震動を考える場合、地盤強度の低下はさらに進み破壊しやすくなる。従つて上部構造の破壊以前に地盤の破壊による構造物の崩壊も考えられるので重要構造物の設計を行なう際は安全のため下部構造も含めた全体解析を行なうべきであろう。

参考文献

- 1) Kawai, T. : " New element models in discrete structural analysis ", 日本造船学会論文集, 第141号 (1977)
- 2) Kawai, T. and Chang, N. C. : " A discrete element analysis of beam bending problems including the effects of shear deformation " . J. of 'Seisan Kenkyu', Institute of Industrial Science, Univ. of Tokyo, 29. 4 (1977)
- 3) Kawai, T. and Toi, Y. : " A new element in discrete analysis of plane strain problems ", J. of 'Seisan Kenkyu', Inst. Ind. Science, Univ. of Tokyo, 29. 4 (1977)
- 4) 川井・近藤 : " 新しい離散化モデルによる板の曲げ崩壊解析 ", 日本造船学会論文集, 第142号 (1977)
- 5) 竹内・上田・川井 : " 新しい離散化モデルによる軸対称問題の解析 ", 生産研究, 32, 6 (1980)
- 6) 都井 : " 骨組・回転対称シェル構造の動的非線形解析 ", 日本造船学会論文集, 第147号 (1980)
- 7) 渡辺 : " 変分差分法によるせん断変形を含んだRBMS梁要素の導出 ", (未発表) (1980)
- 8) Hughes, J.T.R. et al : " A simple and efficient finite element for plate bending ", Int. J. of Num. Meth. in Eng., 11 (1977)
- 9) 竹内・神尾・川井 : " 新しい梁モデルによる弾性床上の梁の解析 ", 生産研究 33. 1 (1981)
- 10) 竹内・川井 : " 新離散化モデルによる地盤基礎の極限解析 (その4) ", 生産研究 32. 10 (1980)
- 11) 山田 : " 非線形問題解析法の現状と展望 ", 生産研究, 22. 1 (1970)
- 12) 日本建築学会 : " 建築基礎構造設計規準, 同解説 ", (1974)

A Discrete Limit Analysis of Framed Structures Including the Effects
of Foundation by using New Beam Elements

Norio TAKEUCHI* Youichi KAMIO** Tadahiko KAWAI***

A family of new discrete elements especially suitable for limit analysis of solids and structures have been derived by one of the present authors, KAWAI a few years ago. Although it is simple, his new beam element for bending can take into account of the effect of shear deformation. He has verified its effectiveness through a series of numerical studies. Recently TOI and WATANABE pointed out that this model is identical to the finite element proposed by Hughes et al if the integration center is taken at the mid point of the span.

When the framed structures on the foundation is to be solved by using the finite element method, it is necessary to derive a new beam stiffness matrix in which effects of the foundation is considered. For this purpose it must be needed to solve the following 4th order differential equation of the beam displacement due to bending:

$$EIv'''' + kv = 0$$

where v is the beam displacement. Consequently the resulting stiffness matrix of a beam element becomes complicated even in case of the elastic foundation. And in case of inelastic foundation it is extremely difficult to obtain the corresponding stiffness matrix in practical form. In case of a new beam element, effects of the foundation can be easily represented by a spring system obeying the assumed stress-strain relation (elastic or inelastic) which supports the beam structure continuously. And therefore analysis of the framed structures on or in the foundation can be successfully made with reasonable computer time and cost.

From the result of some numerical examples illustrated in this paper the following conclusion can be drawn:

- (1) In case of the elasto-plastic foundation, behavior of the overall structures is quite different from those of the structure with fixed support.
- (2) Location of the maximum bending moment calculated is different from the case of fixed support.
- (3) Due to possible failure of the foundation, unexpected larger displacement will be observed.
- (4) Calculated limit load is smaller than that of the fixed support.
- (5) It is impractical to use longer piles than the minimum requirement length in case of horizontal loading.

* Institute of Industrial Science, University of Tokyo, Research Assistant

** Toyo Engineering Co., System Engineer at the System Department

*** Institute of Industrial Science, University of Tokyo, Professor