

(16) コンクリートのひびわれが強度、剛性におよぼす設計上の事例計算

国士館大学 堀江 文雄
日本住宅公団 荒川 純一郎
大牟創業(株) 太田 勤

§1 序 これまでの建築における鉄筋コンクリート構造の設計では、コンクリートのひびわれを特に意識する必要はあまりなかった。これは鉄筋コンクリートの剛性が鉄骨などに比べて大きいので、強度だけを問題にすればよかったし、もともと設計式そのものがコンクリートのひびわれを前提としている為、設計者は単に公式を駆使することと専ら足りたからである。ところで、実際の建築物をよくみると、現実には設計の意図通りひびわれが発生していたとしても、耐久性からみても、疑問といえるものや、予想外のひびわれが発生したりして、何らかの検討を行う必要がありそうに思える。そこで鉄筋コンクリートに発生するひびわれが強度や剛性にどのように影響を及ぼしているのか、次の事例で検討し、設計上に反映出来る可能性について簡単な計算を行う。

(1) 温度差に伴って主に壁に発生するひびわれのメカニズムと、ひびわれの発生前後における壁の剛性の変化と発生能力の状況

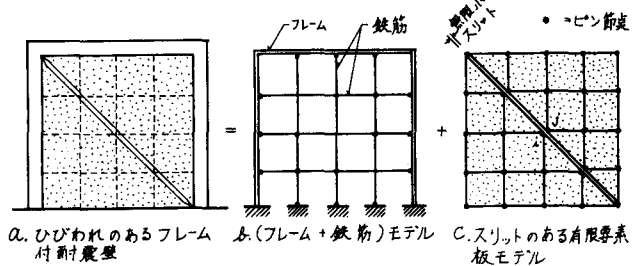
(2) 柱、梁で拘束された耐震壁に発生するひびわれが、耐震壁の剛性におよぼす影響

(3) 梁に発生する曲げひびわれが、梁の剛性や強度におよぼす影響

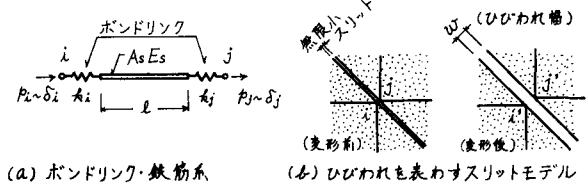
計算の対象となるモデルは、簡単な有限要素モデルにひびわれの発生を期待するメカニズムを導入し、単なる弾性計算のみで、通常の設計者レベルで充分計算が行なえるものである。

§2 計算法 図-1に示す簡単なモデルを例にとる。柱、梁から成るフレームで拘束された耐震壁(鉄筋入り)に、あるひびわれが生じている状態(

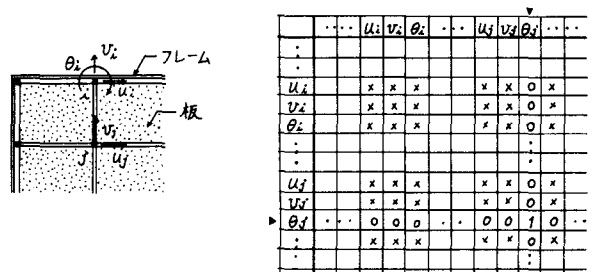
a)は、線材としてのフレーム(曲げせん断解)と、トラス材としての鉄筋から成るモデル(b)と、見掛け上無限小のスリットを有する二次元有限要素板モデル(c)を重ね合わせることによって表現出来るものとする。計算はすべて弾性計算で、普通の有限要素法にのまるとして行われる。プログラムを含めた二、三の注意事項を示しておく(図-2参照)。



(1) ボンドリンク 鉄筋とコンクリートは、便宜上図-2(a)に示すように、ボンドリンク(バネ定数 k_i, k_j)を介して、有限要素コンクリート板に連結されるものとする(以下 $k_i, k_j \rightarrow \infty$)。



(2) ひびわれスリット 図-2(b)において、始めスリットは無限小で、この場合節点番号は $i \sim j$ 、それらの座標は同じである。変形に伴い $i \rightarrow j'$ 、 $j \rightarrow j'$ となることでひびわれ幅 w が、 i', j' の変位量から計算される。



(3) 自由度の異なる節点の計算上の取扱い

図-2 計算上の留意点

図-2 (c) に示すように、フレームと板が取付く節点(i)では、 u_i, v_i, θ_i の自由度を有し、板のみが取付く節点(j)では、 u_j, v_j のみの自由度を有する架樑計算となる。系統立った簡略計算のために、(j)節点にも見掛けの自由度 θ_j を想定した上で、全体剛性マトリックス中の θ_j に係わる行と列の要素のうち、Pivot を 1.0、他を 0.0 とする事で通常の消去演算を行えばよい。

8.3 計算事例

3.1 温度差に伴う戸境壁のひびわれ計算

れが発生することである。恐らくこれは屋根板が温度差に伴って熱膨張するため、戸境壁が強制的に変形させられてひびわれが発生するのであろう。

ところで計算に先立って図-4 に示すような単純なモデルでも、屋根板の熱膨張に伴う拘束部材すなわち戸境壁の応力 S_1^w, S_2^w や屋根板の応力 S_1^r, S_2^r および変形量 δ_1, δ_2 を求めることにより、ひびわれ発生

原因が理解出来ることを示す。線膨張係数を α 、温度差を $(T_1 - T_0)$ とし、簡単のために $A_1 = A_2 = A$ 、 $E_1 = E_2 = E$ 、 $l_1 = l_2 = l$ の場合、結果は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} S_1^r &= -P \left[1 - \frac{1}{(1+\beta)^2 + \beta} \right] \\ S_2^r &= -P \left[1 - \frac{1+\beta}{(1+\beta)^2 + \beta} \right] \\ S_1^w &= P \frac{\beta}{(1+\beta)^2 + \beta}, \quad S_2^w = (2+\beta) S_1^w \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\delta_1 = \frac{1}{(1+\beta)^2 + \beta} \cdot \frac{P l}{A E}, \quad \delta_2 = (2+\beta) \delta_1, \quad P = A E \alpha (T_1 - T_0), \quad \beta = \frac{E l}{A E} \quad (2)$$

これらの結果から、屋根板の応力はつねに圧縮で、ひびわれは発生しないこと、拘束部材が剛になる程、戸境壁の先端の応力 S_2^w は大きくなり、拘束が完全 ($E \rightarrow \infty$) のとき最大で、 $S_2^w = P$ となること、変形は自由膨張量 $2 P l / A E$ を上廻ることはないこと等が分る。ゆえに概念的には図-3 (a) のひびわれパターンは予想されることである。

さて、計算の対象となるモデルは、図-3 (b) で、配筋 D10 @ 250 (7テ, 37共シングル) に合わせて 25×25 の二次元有限要素に分割され、(1) ひびわれなしモデル、(2) ひびわれ (A, B, C スリット) アリモデル、(3) ひびわれ (A, B, C, D スリット) アリモデル の三種類である。採用する諸元は、コンクリートのヤング係数 $E_c = 210 \text{ t/cm}^2$ 、鉄筋のヤング係数 $E_s = 2100 \text{ t/cm}^2$ 、コンクリートのポアソン比 $\nu = 1/6$ 、

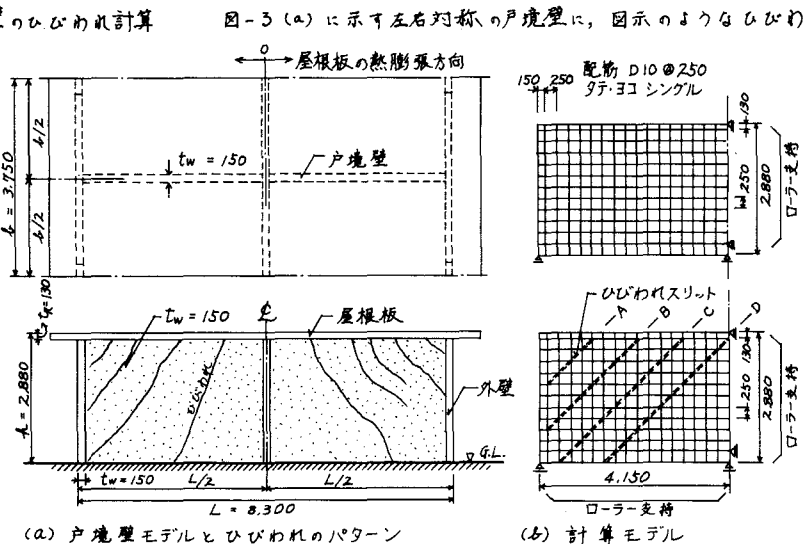


図-3 屋根板の熱膨張に伴う戸境壁のひびわれと計算モデル

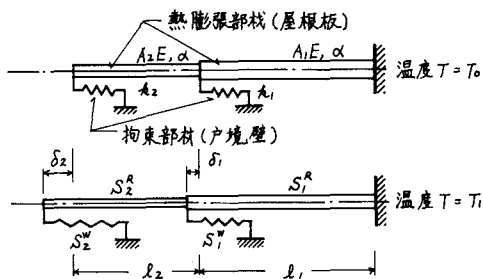


図-4 簡単な熱膨張に伴う熱応力モデル

コンクリートの線膨張係数 $\alpha = 1 \times 10^{-5}$ ，温度差 $T_1 - T_0 = 30^\circ\text{C}$ とし，屋根板は幅 $b = 3.75\text{ m}$ の分だけ一様に膨張するものとする。すると(2)式における見掛けの完全拘束力 $P = Ec\alpha(T_1 - T_0) \text{tr } b / (1 - \nu) = 427.52\text{ t}$ である。

以下計算した結果のうち，水平変位角，戸境壁の主応力，鉄筋応力およびコンクリートのひびわれ幅等について検討する。

- (1) 水平変位角 (R) は，図-5 に示すようにひびわれ本数 (n) と対応しているように， $n=0$ の二次元弾性状態は， R がコンクリートのひびわれ限界を超えるので，この状態は安定した状態ではあり得ず， $n>1$ の状態でコンクリートが圧力場，鉄筋が張力場になり，次第に安定した状態になっていく。

- (2) 戸境壁の主応力 (σ_1, σ_2) は，図-6 に示すようである。ひびわれがない場合は，コンクリートの引張応力は，屋根板直下の応力集中箇所を除いても， $\sigma_1 = 56.2\text{ kg/cm}^2$ という値であり，当然ひびわれが発生しよう。しかも主応力線図からみて図-3 (a) のごとくひびわれのパターンは予測される。屋根板直下の応力集中部分を除けば $n=3$ の主応力 σ_1 は右断の上部を除いて殆んど $\sigma_1 < F_c/10 = 21\text{ kg/cm}^2$ で，コンクリート圧力場が出来かけている。更に $n=4$ の場合は，殆んど完全に $\sigma_1 < F_c/10$ で，コンクリートの圧力場が完成し，安定した状態に在るといえる。

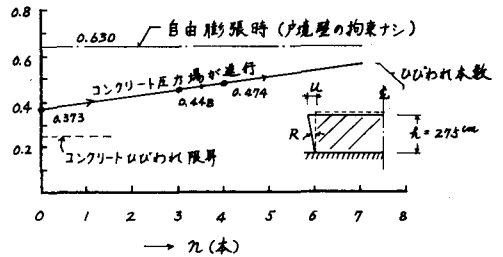


図-5 ひびわれ本数 (n) と水平変位角 (R)

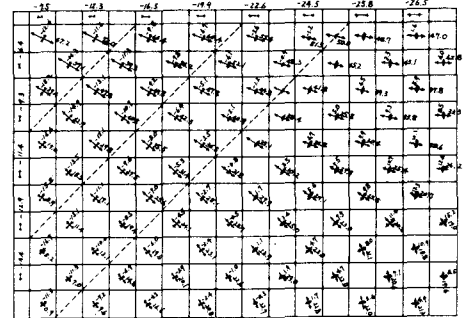


図-6(a) 戸境壁コンクリート板の主応力 (σ_1, σ_2)
 $n=0$ (ひびわれなし) 単位: kg/cm^2

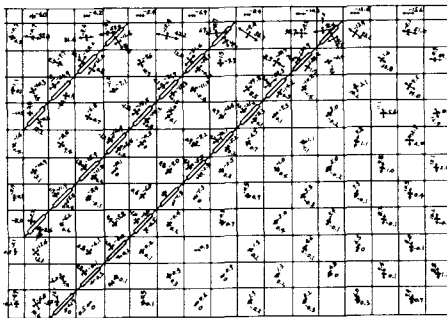


図-6(b) 戸境壁コンクリート板の主応力 (σ_1, σ_2)
 $n=3$ (ひびわれ3本) 単位: kg/cm^2

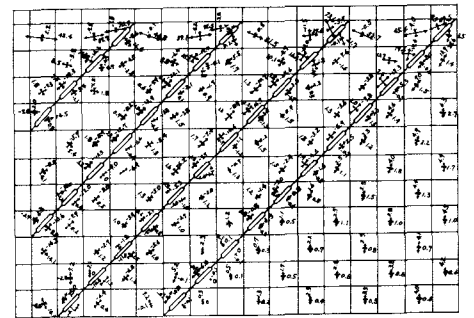


図-6(c) 戸境壁コンクリート板の主応力 (σ_1, σ_2)
 $n=4$ (ひびわれ4本) 単位: kg/cm^2

- (3) 鉄筋の応力 (σ_s) は，図-7 に示すようになる。ひびわれが発生しない場合の鉄筋応力 (横筋のみ表示，縦筋は概して横筋よりものなり小さい。) は，最大で約 $\sigma_{s, \max} \approx 460\text{ kg/cm}^2$ で，主応力 σ_1 が大きいところで大きい。ひびわれが発生すると，その箇所応力が著しく大きくなるのがわかる (ひびわれ箇所以外は急激に小さくなる)。なお便宜上鉄筋応力はひびわれを挟んで 25 cm づつ離れたところでコンクリートに完全に取付く前提で計算されているが，実際には付着が分布するために誤差は避けられないと思われる。鉄筋応力は，ひびわれが分散されるにつれて鉄筋応力は緩和される傾向が明瞭

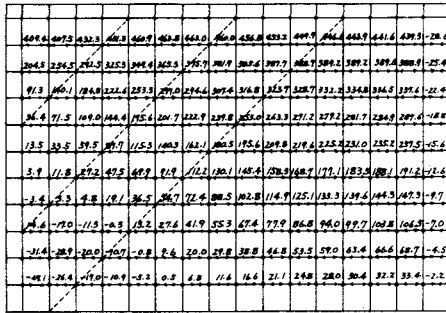


図-7(a) 鉄筋応力 (σ_s)

$n=0$ (ひびわれなし) 単位: kg/cm^2

であり、いつれにしても鉄筋は降伏 ($\sigma_{sy} = 3,000 \text{ kg}/\text{cm}^2$) には至っていないと考えられる。

- (4) ひびわれの幅 (w) は、ひびわれが分散するほど ($n=3$ 本から4本へ) 小さくなる傾向が理解出来る。最大ひびわれ幅は $n=3$ 本するとき 0.505 , $n=4$ 本するとき 0.367 であり、この程度のひびわれは充分起り得るオーダーと思われる。

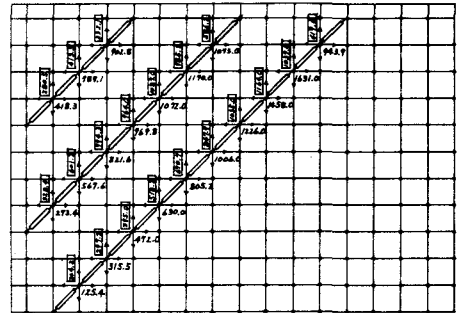


図-7(b) 鉄筋応力 (σ_s) (ひびわれ部分のみ表示)

$n=3$ (ひびわれ3本) 単位: kg/cm^2

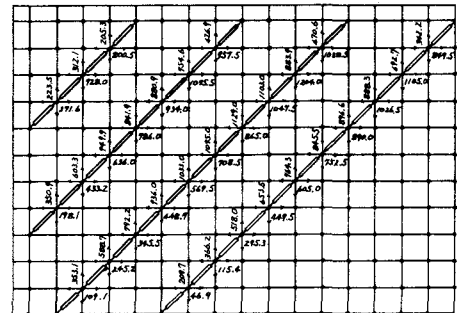


図-7(c) 鉄筋応力 (σ_s) (ひびわれ部分のみ表示)

$n=4$ (ひびわれ4本) 単位: kg/cm^2

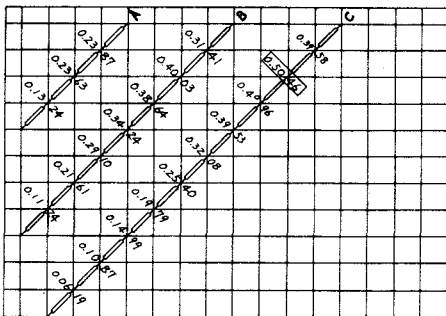


図-8(a) スリット部のひびわれ幅 (w) 単位: mm

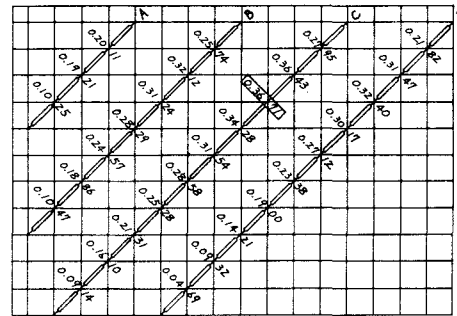


図-8(b) スリット部のひびわれ幅 (w) 単位: mm

3.2 耐震壁のひびわれが水平剛性におよぼす影響 1層1スパンの壁付フレームに、図-9に示すように、乾燥収縮、熱応力あるいは横力の作用によってひびわれが発生したとき、横抵抗としての水平剛性がどのように低下するの、またどの程度の強度を有するのにかつて、限定された計算モデルとひびわれパターン作ら若干の計算を行ってみる。コンクリートと鉄筋の弾性係数関係や強度は3.1のモデルと同じとする。モデルは、無開口壁付フレーム、小開口(開口周比 $= 0.293$)と大開口(開口周比 $= 0.478$)の壁付フレームで、おのおのひびわれがない場合とひびわれがある場合、そしてフレーム剛性小(梁 $30^{\text{cm}} \times 50^{\text{cm}}$, 柱 $45^{\text{cm}} \times 45^{\text{cm}}$)とフレーム剛性大(梁 $40^{\text{cm}} \times 70^{\text{cm}}$, 柱 $65^{\text{cm}} \times 65^{\text{cm}}$)の場合の計12通りである。計算結果のうちから以下の事

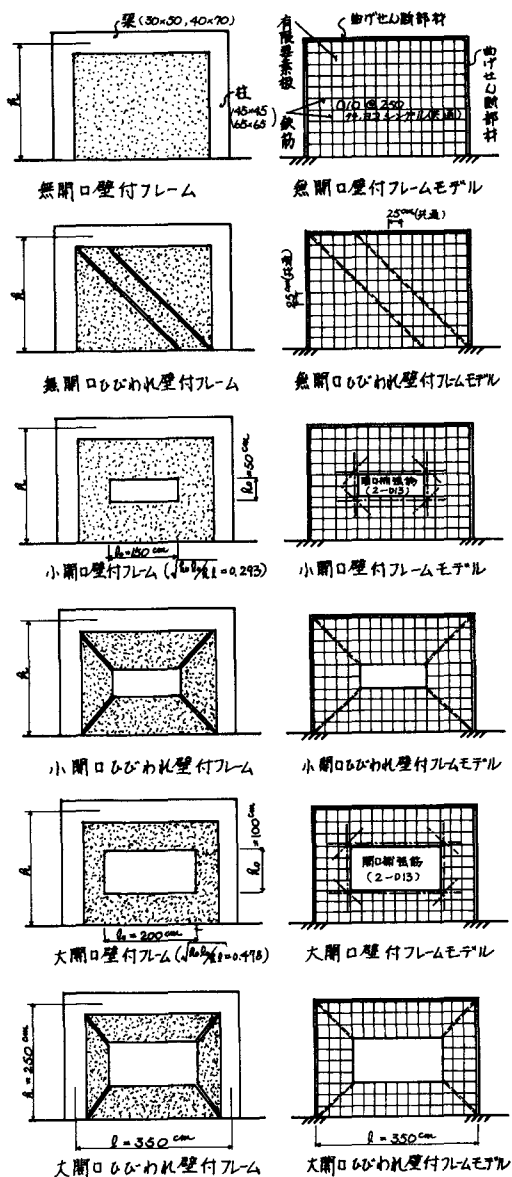


図-9 壁付フレームとそのモデル

のみを示す。

- (1) ひびわれの発生が壁付フレームの水平剛性(D)の低下に及ぼす影響は、図-10にみられる如く、図-9に示すひびわれパターンに関する限りかなり大きく、開口の有無によらず約 $1/3$ 以下に低下する。フレームの剛性の大小はひびわれの有無や開口の有無には殆んど影響を受けない。

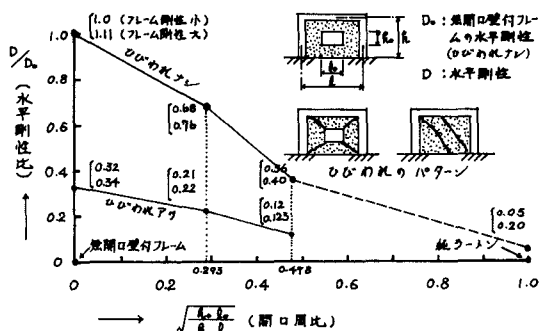


図-10 開口周比とひびわれが剛性低下に及ぼす影響

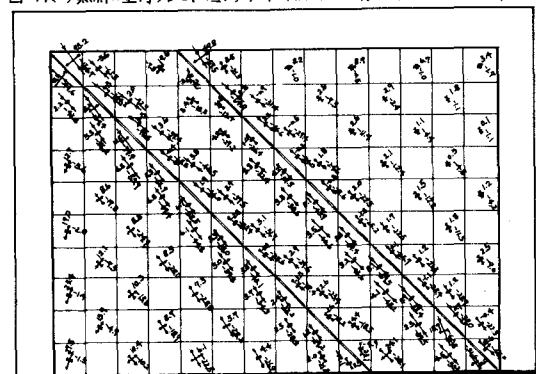
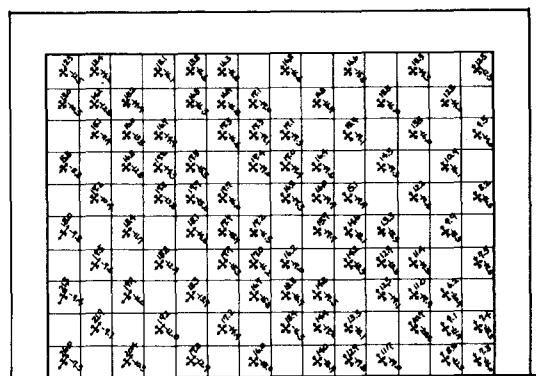
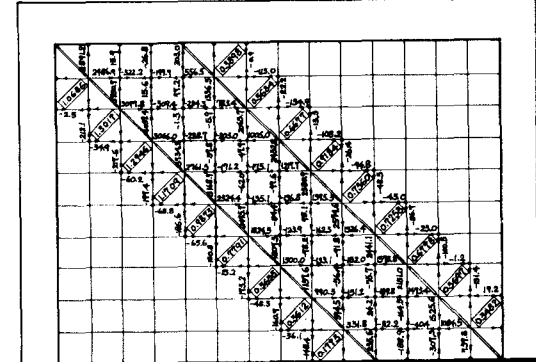


図-11(c) 無開口ひびわれ壁付フレームの鉄筋応力 (σ_s) とひびわれ幅 (w)



(2) 無開口ひびわれ壁付フレームが、どの程度のせん断力を負担しているかを推測してみる。まず耐力診断で用いるせん断終局強度は $Q_{su} = 194.05^t$ (*1)、日本建築学会の鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説の許容水平せん断力は $Q_A = \text{Max} \{ Q_1 = T \leq f_s, Q_2 = \gamma(Q_w + \Sigma Q_c) \}$ ($Q_w = P_s \leq l' f_t$, $Q_c = \delta_j \{ 1.5 f_s + 0.5 w f_t (R_w - 0.002) \}$) $= \text{Max} \{ 55.13^t, 79.43^t \} = 79.43^t$ である。そこでせん断力として $Q_A = 79.43^t$ とひびわれ壁付モデルに作用させてみて、コンクリートの引張応力 $\sigma_1 \leq F_c/10 = 21 \text{ kg/cm}^2$ 、コンクリートの圧縮応力 $\sigma_2 \leq 2F_c/3 = 140 \text{ kg/cm}^2$ 、鉄筋応力 $\sigma_s = \sigma_{s,y} = 3000 \text{ kg/cm}^2$ 近傍であればよい。そこでこれらの性状を図-11で見ると、まずひびわれが発生しない状態(図-11(a))では、殆んど 45° 方向に斜めひびわれが発生する直前の状態のようであり、ひとたびひびわれが発生すると、大局的にみてコンクリートの引張応力は著しく低下し、圧縮応力は逆に著しく増大するが $\sigma_2 < 140 \text{ kg/cm}^2$ と考えてよい。一方鉄筋をみると、大体 $\sigma_{s,max} = 3000 \text{ kg/cm}^2$ 以内に収まっている。

3.3 梁の曲げひびわれが剛性と強度におよぼす影響 梁にはよく曲げひびわれや乾燥収縮ひびわれが生ずる。強度上は左程には問題とはならないのかも知れないが、剛性の低下に何らかの影響を与えていると思われる。そこで図-12に示すひびわれのない梁モデルとひびわれのある梁モデルを設定し、図-13に示す各種荷状態の下で計算を行う。

計算結果について以下に示す。

(1) 荷条件によっても本来は異なるひびわれパターンを図-12のように固定出来るとの前提で

はあるが、ひびわれがない場合の中央たわみ δ_0 とひびわれがあるときの中央たわみ δ_c は、荷条件で異なり、表-1のようになる。中央集中荷の場合、ひびわれに伴う変形の増加が最も大きく、ひびわれが発生しない変形よりも30%以上大きい。当然のこと乍ら荷重が分散されると、ひびわれが変形に及ぼす影響は小さくなる。

(2) 梁の中央下端のひびわれが、梁の回転剛度に及ぼす影響は、図-13のM-1モデルの左半分の梁の計算から図-14に示すように、ひびわれの発生が約18%位の回転剛度の低下をもたらしている。ゆえにひびわれが

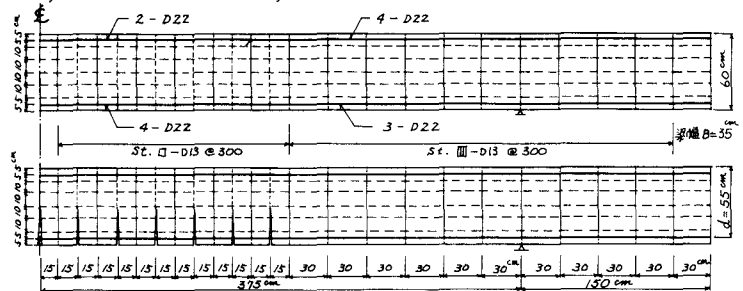


図-12 梁モデルとひびわれのパターンおよびメッシュ割り

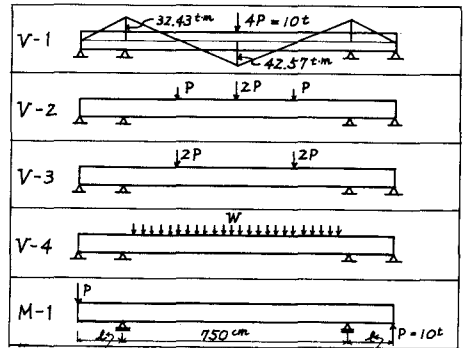


図-13 各種荷状態。

表-1 荷条件とひびわれの有無が変形におよぼす影響

荷条件	ひびわれナシ	ひびわれアリ	δ_c/δ_0
	δ_0 (cm)	δ_c (cm)	
	0.7173	0.9492	1.3233
	0.5443	0.6866	1.2614
	0.3712	0.4239	1.1420
	0.3973	0.4874	1.2268

$P = 10^t, W = 40^t$

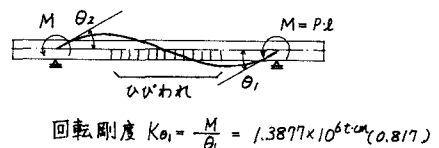
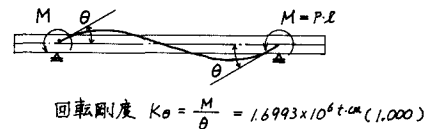


図-14 ひびわれの有無と回転剛度

なり目立つようになると、水平力を受けるフレームの梁の回転剛度あるいは剛比が低下することが予想される。

- (3) 図-15 に示す中央集中荷重を受ける V-1 モデルの鉄筋降伏時のコンクリートの主応力 (σ_1, σ_2), 鉄筋応力 (σ_s) およびひびわれ幅 (w) を検討する。梁中央における降伏モーメント (M_y) は、次式^(*)1)で計算出来るものとする。

$$M_y = 0.9 \cdot \alpha_c \cdot \sigma_s \cdot d$$

$$= 0.9 \times 4 \times 3.87 \times 3000 \times 55 = 22.99 \text{ tM}$$

ゆえに図-13 の応力と比べてみると、中央集中荷重 $4P = 21.6 \text{ t}$ のとき鉄筋降伏が生ずる。そこで、この荷重下でのコンクリートの主応力と鉄筋応力とひびわれ幅をみると次のことがわかる。もしもひびわれ発生を想定しないと、コンクリートの最大引張力は $\sigma_1 \approx 60 \text{ kg/cm}^2 \geq F_c/10 = 21 \text{ kg/cm}^2$ となり、鉄筋の引張応力 $\sigma_s \approx 610 \text{ kg/cm}^2 < 3000 \text{ kg/cm}^2$ で、いずれも都合がわるい。その反面ひびわれの発生を想定すると、コンクリートの引張応力は急激に減少し、高々局所的に $\sigma_1 = 35 \text{ kg/cm}^2$ 程度に収まり、鉄筋の応力も降伏性状を充分示している。又、ひびわれ発生に伴って、梁の圧縮のコンクリートの応力は、ひびわれ発生前に比して 1.23 倍に増加して、 $\sigma_c = -92.3 \rightarrow -113.8 \text{ kg/cm}^2 < 2F_c/3 = -140 \text{ kg/cm}^2$ となり、問題ない。圧縮鉄筋も 1.192 倍に増加する。

ひびわれ幅 (w) は、最大で $w_{\max} = 0.15 \text{ mm}$ 位であるが、坂 静雄 博士^(*)2) の理論によれば、近似的に次式で求められる (図-16)。

$$w \div \frac{\sigma_s \cdot d \cdot \sigma_{ts}}{2 \rho \tau_{av} E_s}$$

$$= \frac{3000 \times 2.2 \times 21.0}{2 \times (4 \times 3.87 / 10 \times 35) \times 1.5 \times 21.0 \times 2,100,000} = 0.24 \text{ mm}$$

ひびわれ幅の計算は、その大体のオーダーを得る程度の計算精度しかないと考えてよい。

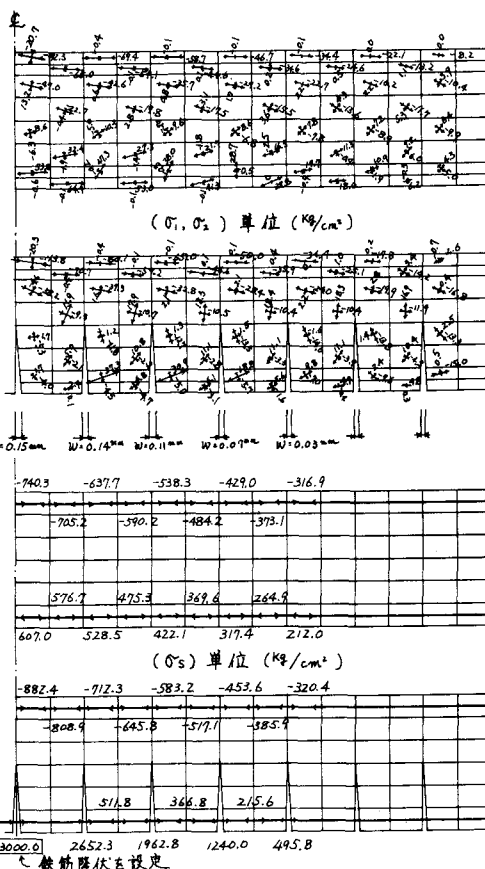
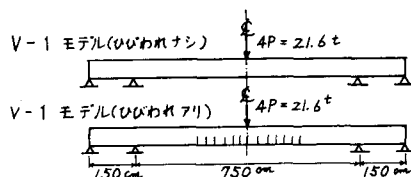


図-15 中央集中荷重梁のコンクリート主応力 (σ_1, σ_2) と鉄筋応力 (σ_s) および ひびわれ幅 (w)

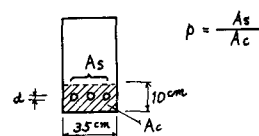


図-16 梁の引張部のコンクリートと鉄筋

§4 結び 設計者サイドからみた、鉄筋コンクリートのひびわれの一側面に若干の検討を加えた結果、厳密にはひびわれ特性の解明は出来ないにせよ、ひびわれ特性を大局的にとらえることが必ずしも不可能ではないと思われる。いかに設計者サイドとはいえ、更らに実状に迫る計算法やモデル化が望まれる。やい費用と、弾塑性厳密解に依らない簡単な手段で、設計に反映出来る方向を目指して行きたいと思っている。

文献 (*1) 既存鉄筋コンクリート建造物の耐震診断基準解説, (財)日本建築防災協会 昭和54年6月

(*2) 坂 静雄; 鉄筋コンクリートの研究, 産業図書 昭和29年6月

Practical Calculation of Crack Behaviors in Concrete Structures
on their Resistant Rigidity and Allowable Strength

F. Horie^(*1), S. Arakawa^(*2) and T. Ohta^(*3)

In process of reinforced concrete design of structures so far, civil engineers have rarely needed to pay their attention to concrete cracks. This is a reason why the rigidity of reinforced concrete is higher considerably than those of steel structures, so that the main subject in design of reinforced concrete has been limited almost only to the strength of members, and as the design formulas are based on the fact that the tensile strength of concrete is ignored usually, the structural engineers can design assuming the reinforced concrete as the elastic material.

We often can observe actually the concrete cracks that have been generated by all kinds of reasons, but some of these concrete cracks are often beyond the limit of which we have expected in design, and it appears that the occurrence of such a concrete crack has influence on the durability and the strength of concrete structures, more or less.

So, in order to discuss the effects of the concrete cracks on the resistant rigidity and the strength of the concrete structures, we tried to calculate numerically by means of finite element method the crack models of concrete structures, at the level of structural engineers. First, we calculated the crack behaviors of shear walls that are deformed by elongation of roof slab under the thermal circumstance, and next we discuss the rigidity deterioration and the strength of cracked shear walls subjected to the lateral load, and finally we estimate the effects of the bending cracks under variable loadings on the deformation and the strength of concrete beams.

(*1) University of Kokushikan, Lecturer; (*2) Japan Housing Corporation;
(*3) Company of Daiko-Sogyo, Chief of Section