

# (15) ひび割れた鉄筋コンクリートにおけるせん断力の伝達と強度

横浜国立大学 椿 龍哉

## 1. まえがき

コンクリート平板におけるひび割れ面を介して伝達されるせん断力の影響を考慮することは、コンクリート平板全体の挙動を正確に把握する際に不可欠である。ひび割れが生じることによって、コンクリート全体としてのせん断剛性が低下するが、その影響を考慮するため、従来の有限要素法を用いたコンクリート構造解析では、せん断力伝達係数と呼ばれる係数をせん断弾性係数に乗ずるという手段を用いてきた。<sup>(1)(2)</sup> しかしながら、粗なひび割れ面を介してせん断力が伝達される場合には、数多くの要因を考慮する必要があり、せん断弾性係数を減少させることのみによっては、せん断力伝達の現象を十分に表わすことができないものと思われる。以下では、粗なひび割れ面を介するせん断力伝達の機構及びその構造物への影響について、主に最近の文献をもとにして述べてコンクリート平板の解析に取り入れるべき点を考察する。また、せん断力伝達を考慮した、ひび割れた鉄筋コンクリート平板の応力計算法についても述べる。

## 2. 面内力を受ける鉄筋コンクリート平板

二種の異なった素材、すなわち、引張強度が極めて小さく、容易にひび割れが生じ、その場合にはひび割れと平行な方向に圧縮材として働くコンクリートと、それ自体は面内のせん断変形に対して無抵抗であり、配筋の方向に引張材となる鉄筋の格子とから成る鉄筋コンクリート平板は、ひび割れの有無によって扱い方が変わる。鉄筋コンクリート平板が面内力を受けた場合に、鉄筋及びコンクリート中の応力を求めるための研究は古くから行われている。Fig. 1 に示すように、鉄筋は $x$ 軸方向と $y$ 軸方向の2方向に配置され、面内に直応力 $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ とせん断応力 $\sigma_{xy}$ が作用している要素を考える。直応力 $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ とせん断応力 $\sigma_{xy}$ の合力を各々 $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$ とする。このような要素に引張力によってひび割れがはいった場合の扱い方には種々の方法が提案されている。Flügge<sup>(3)</sup>は $N_x$ ,  $N_y$ は鉄筋により、 $N_{xy}$ はコンクリートにより受け持たれると提案した。 $N_x$ と $N_y$ が圧縮であれば、それらは鉄筋とコンクリートの両者によって受け持たれる。Flüggeはコンクリートに生じるひび割れは鉄筋に直角であると仮定したので、せん断力 $N_{xy}$ はコンクリートのひび割れ面に働く摩擦によって受け持たれることになる。実際にはひび割れは必ずしも鉄筋に直角ではないということが、この提案における難点である。Leitz<sup>(4)</sup>のモデルでは、せん断力 $N_{xy}$ は各々の鉄筋に平行な方向と対角線方向とに分解され、鉄筋とコンクリートの両者によって受け持たれている。Sholz<sup>(5)</sup>はこの考え方を斜交鉄筋に応用している。Falconer<sup>(6)</sup>は鉄筋の格子がせん断変形しないように、コンクリートが $\gamma$ 座標軸から時計回りに測られる角度 $\theta$ によって表わされる任意の一方向に圧縮を受け持つと仮定した。ひび割れ面にせん断力が作用しないとすれば、この圧縮力の方向は、ひび割れ方向と一致する。鉄筋に働く引張力と、コンクリートに働く圧縮力に関して、 $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$ の各々の成分について力のつり合いが考

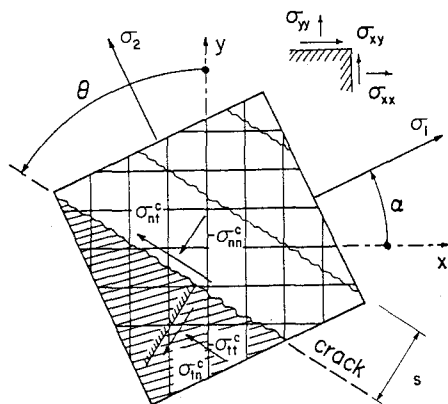


Fig. 1 Element of Cracked Reinforced Concrete

えられている。コンクリート内の圧縮力の方向  $\theta$  は任意のままであり、その方向を定める方法は明示されていない。Kuyt<sup>(7)</sup> は Falconer の考えを斜交鉄筋に拡張した。 $\theta$  の決め方は Leitz の方法に従い、対角線方向にとられている。これらの諸々の考え方を批判しつつ、Peter<sup>(8)</sup> は任意の方向に一軸の引張りを受ける正方形の鉄筋コンクリート平板に関する研究をした。この幾何学的に単純な例について力のつり合いと変位の適合条件を考えた。変位の適合条件は、ひび割れた平板の形状を単純化して得られている。ひび割れ面におけるせん断力も力のつり合いを考える際に考慮されている。このモデルで、ひび割れが一軸の引張方向、すなわち、与えられた荷重の応力の方向に生じるというのは、単純化のためとは言え、一般的に正しいとは言えないが、適合条件を考えたところが過去に提案された方法とは異なっている。これらの諸々の提案の中で、ひび割れの方向が一連の問題になったわけであるが、Baumann<sup>(9)</sup> は、それが力のつり合いからだけでは定められない不静定なものであるという点から出発した。Baumann はまず  $\theta$  を決めるために、極限設計の概念を使った。これは板の曲がり問題でも使われているが、 $\theta$  は崩壊形式（メカニズム）、すなわち、ひび割れの実際の方向を示すパラメータとして扱われた。これは、塑性学における上界定理に対応する考え方である。この場合、メカニズムが存在するためには、両方向の鉄筋が降伏している必要がある。 $\theta$  の設計上の最適解は、力のつり合いを満たし、かつ鉄筋の量が最小になるような場合である。Baumann はこの考え方を任意の3方向の鉄筋の場合に拡張した。また第二の方法として、補ひすみエネルギーの最小原理を利用して  $\theta$  を決めている。これには、ひび割れ面の単純化した形状から変位関係式（適合条件）を求め、ひび割れ面に働くせん断力も含めて考えている。文献中の実験結果との比較もなされ、モデルとの良い一致が示されている。

上記の諸々の方法のうち、Peter と Baumann のもの以外はみな力のつり合いのみに基づいている。すなわち面内に働く外力が鉄筋内の引張力、コンクリート内の圧縮力とつり合うことをもとにしている。前に述べたように、コンクリート内の圧縮力の方向、すなわち ひび割れの方向は不静定である。Leitz と Shultz の提案の中では  $\theta$  は人為的に決められ、一方 Falconer と Kuyt は  $\theta$  を任意とした。力のつり合いのみを考える場合、 $\theta$  は極限設計の手法を用いることによって決定されるが、その意味ではこれらのすべての考え方は基本的に同一ということができる。極限設計の手法を用いない場合、 $\theta$  を決定するためには他の制約条件が必要となる。Peter によって示された変位の適合条件、または Baumann によって用いられた補ひすみエネルギー最小の原理がそれに相当する。

上述の方法とは別の考え方が Duchon<sup>(10)</sup> によって提案された。この方法は現在設計荷重を受ける鉄筋コンクリート平板の設計に使われている。この提案の中では、鉄筋コンクリート平板は引張材の鉄筋と圧縮材としてのみ働くコンクリートから成るトラス構造として考えられており、力のつり合いと平板全体のひずみの適合条件に基づいている。ひび割れた後のコンクリートは最大引張りひずみと直角の方向に生じた無数の細かいひび割れも含んだ連続体として扱われる。ここに提案された方法は、一般的に、コンクリートの引張強度が無視されているという理由で実際の値よりは大きな応力やひずみを算出する。ひび割れ面には応力が働かないという仮定のもとで鉄筋とコンクリートの間のひずみの適合条件と、 $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$  に関する力のつり合いを考えることにすり、主ひずみ  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  とひび割れ方向  $\theta$  の3つの未知数を定めることができる。この方法では任意の数の鉄筋を考えることができるが、例として4方向に配筋された平板が扱われている。Duchon の方法は鉄筋の最適設計としてではなく、与えられた鉄筋コンクリート平板の応力計算のための方法として提案されたものである。しかし2方向に配筋された場合も考え、メカニズムの条件を考えると、先の諸々の方法と同一になる<sup>(11)</sup>。これは、Duchon の方法がやはり力のつり合いに基づいているためである。

### 3. せん断力伝達の機構

以上に述べたように、面内力を受けた鉄筋コンクリート平板においては、ひび割れの方向に関する問題と、ひ

ひび割れがはいった場合、外力としてのせん断力をいかに受け持つかという問題がある。一般にひび割れの方向は種々の要因に影響され、一義的に決定できない場合がある。したがって、いかなる方向に生じた場合にも安全であることが望ましく、設計ではそうされるべきである。<sup>(9)(12)(13)</sup> 一方、ひび割れがはいった場合に外力としてのせん断力をいかに受け持つかという問題は、斜交鉄筋が配置されている場合には、それによって解決される。そうでない場合には、コンクリートのひび割れ面を介してのせん断力伝達により力のつり合いを保つことが考えられる。ASME の規定<sup>(14)</sup>によれば、コンクリートに十分な圧縮力(3000PSi)があり、またひび割れ面の粗さが過大なすべりを生じさせないで十分なせん断力を伝達できる場合にはコンクリートがせん断力を受け持つとされている。以下ではコンクリートのひび割れ面は粗であることを考慮して、ひび割れ面を介して伝達されるせん断力に寄与する要因を考える。

一般に鉄筋コンクリート中に生じたひび割れ面を介してせん断力が伝達される機構は大きく分けて二つ考えられる。第一は、ひび割れ面間に生じる摩擦による伝達である。これにはひび割れ面での骨材のかみ合いが含まれる。ひび割れ面は粗であり、その面に沿ってすべりが生じると、ひび割れ面は互いにはなれる傾向がある。これにより、ひび割れの幅が拡大されるが、そのためひび割れを横切っている鉄筋中に引張力が生じる。このように生じた引張力は、ひび割れ面上に働く圧力と等しい圧縮力とつり合い、この圧縮力がひび割れ面かすやる際に抵抗となる摩擦力を生み出す。第二は鉄筋のダウエル作用といわれるもので、互いに反対方向にずれるひび割れ面の間の鉄筋のせん断抵抗力による伝達である。ダウエル作用に関する鉄筋の剛性は、鉄筋の径、埋め込み長さ、鉄筋を支持する周囲のコンクリートの状態などによって影響される。ダウエル作用は、弾性基盤中に埋め込まれた棒が横から力を受ける場合の解を使って表現することができ<sup>(15)</sup>、それによってダウエル作用による部分の剛性マトリックスが導ける。これら二つの伝達機構によって、せん断力は鉄筋コンクリート平板がひび割れた後もある程度伝達される。したがって構造全体のせん断剛性はある正の値を持つ。ひび割れた後のせん断伝達に関する諸々の影響を等価せん断剛性によって表わす方法がある。これは先に求めたせん断力伝達係数をより合理的に算定するものである。等価せん断剛性はひび割れの影響を含めた鉄筋の軸方向の剛性と、軸に直交する方向の剛性、ひび割れの間隔、ひび割れの初期幅などの関数として表わされる。経験的に後の二つの影響が大きいためであり、また、ひび割れたコンクリートのせん断剛性は、ひび割れのないコンクリートのものの10%程度である<sup>(16)</sup>。この等価せん断剛性は、ひび割れの影響を表わす尺度として有根要素法による解析で使われている。一方向のみにひび割れが生じた場合、及び直交する二方向にひび割れた場合についての式が与えられている<sup>(16)</sup>。Jimenez-Perezによる実験<sup>(15)</sup>では一方向に配筋された供試体について骨材のかみ合いとダウエル作用の影響を調べている。これによると骨材のかみ合いによって与えられた全せん断力の65~80%が、またダウエル作用によっても20~35%が伝達されると報告されている。この割合は、ひび割れ幅と荷重の状態によるが、面内力を受け、またひび割れ面の摩擦による伝達が可能であるひび割れ幅という条件下で得られたものである。この例から摩擦によるせん断力伝達は大きな割合を占めることがわかる。

せん断力伝達に関する実験的研究はこの他にも数多くなされており、単調なせん断力を載荷したHofbeck<sup>(17)</sup>、Mattock<sup>(18)(19)</sup>、Paulay<sup>(20)</sup>、Aoyagi<sup>(21)</sup>、また地震に対する設計上重要である繰返し荷重の影響を調べたWhite<sup>(22)</sup>、Mattock<sup>(23)(24)</sup>、Jimenez-Perez<sup>(15)</sup>、Oesterle<sup>(25)</sup>の報告がある。Mattock<sup>(23)</sup>は繰返し荷重の場合には、せん断力伝達の強度が単調荷重の場合の80%位以下がり、また単調荷重と比べ、すべりは大きくひび割れ幅は小さいと報告している。また、せん断力伝達機構の繰返し荷重に対する履歴はあまり大きくなくエネルギーを吸収する量は小さい、初期ひび割れ幅が増大するとせん断剛性は小さく、すべりはあらゆる荷重状態で増大する、一定すべり量に対するひび割れ幅の拡大は初期ひび割れ幅が増加するにつれて減少する、繰返し荷重による破壊の前には、かなりの非弾性変形が生じる、等々の報告がされている。Oesterle<sup>(25)</sup>は原子炉格納容器に使用される実物大の鉄筋コンクリート要素に対して、二軸引張りとせん断力の単調または繰返し載荷を

することにより，骨材のかみ合い，鉄筋のダウエル作用のせん断力伝達における役割を調べた。鉄筋コンクリート要素は必ず二軸引張りにより直交したひび割れが鉄筋と平行にはいり，その後面内のせん断力が加えられる。初期ひび割れ幅のせん断力とすべりの関係に及ぼす影響，破壊様式と鉄筋の平板の厚さに対する相対的大さの関係，斜交鉄筋の影響等について論ぜられている。

#### 4. せん断力伝達に関するパラメータと応力-ひずみ関係

以下では，これら実験的研究の結果を考慮して，ひび割れた鉄筋コンクリートの応力-ひずみ関係を調べてみる。コンクリートのひび割れ面に作用する応力  $\sigma_{nn}^{cr}$  と  $\sigma_{nt}^{cr}$  は一般的にはひび割れ面上の変位  $\delta_n$  と  $\delta_t$  (Fig. 2 参照)，また応力自身  $\sigma_{nn}^{cr}$  と  $\sigma_{nt}^{cr}$  によって表現されると考えられる。すなわち，

$$\sigma_{nn}^{cr} = f_n(\delta_n, \delta_t, \sigma_{nn}^{cr}, \sigma_{nt}^{cr}), \quad \sigma_{nt}^{cr} = f_t(\delta_n, \delta_t, \sigma_{nn}^{cr}, \sigma_{nt}^{cr}) \quad (1a, b)$$

関数  $f_n, f_t$  の形は実験結果等から推定される。一般にこの関数の形は複雑になるが，ここでは線形関数で表わした例について考える。ひび割れ面上の変位  $\delta_n, \delta_t$  に伴いコンクリート平板は変形するが，その平均的なひずみ  $\underline{\varepsilon}^{cr} = \{ \varepsilon_{nn}^{cr}, \varepsilon_{tt}^{cr}, \gamma_{nt}^{cr} \}^T$  はひび割れの間隔を  $s$  とすると次のように表わすことができる。

$$\varepsilon_{nn}^{cr} = \frac{\delta_n}{s}, \quad \varepsilon_{tt}^{cr} = 0, \quad \gamma_{nt}^{cr} = \frac{\delta_t}{s} \quad (2a, b, c)$$

ひび割れ面のコンクリートの摩擦による応力  $\underline{\sigma}^{cr}$  と鉄筋のダウエル作用によって受け持たれる応力  $\underline{\sigma}^d$  は次式によって表わされるとする。

$$\underline{\sigma}^{cr} = \underline{D}^{cr} \underline{\varepsilon}^{cr}, \quad \underline{\sigma}^d = \underline{D}^d \underline{\varepsilon}^{cr} \quad (3a, b)$$

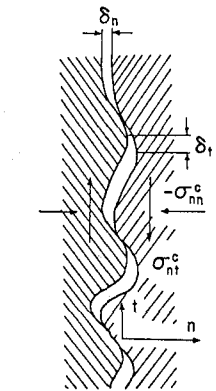


Fig. 2 Crack Surfaces

$$\underline{D}^{cr} = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & C_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & 0 & C_{33} \end{bmatrix}, \quad \underline{D}^d = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & d_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \quad (4a, b)$$

ここに  $\underline{\sigma}^{cr} = \{ \sigma_{nn}^{cr}, \sigma_{tt}^{cr}, \sigma_{nt}^{cr} \}^T$  であり， $\underline{\sigma}^d$  も同様な成分をもつものとする。以下の記述においても，応力とひずみのマトリックス表示は， $m-t$  座標系 (Fig. 2 参照) における同様な成分をもつものとする。一般に， $\underline{D}^{cr}, \underline{D}^d$  は応力や変位の関数になると考えられるが，その場合は非線形の関係が導かれる。ひび割れの間にあるコンクリートは等方性であり，その応力  $\underline{\sigma}^c$  とひずみ  $\underline{\varepsilon}^c$  は次式に従う。

$$\underline{\sigma}^c = \underline{D}^c \underline{\varepsilon}^c, \quad \underline{D}^c = \frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (5a, b)$$

ここに  $\underline{D}^c$  はコンクリートの剛性マトリックスであり， $E_c$  は弾性係数， $\nu$  はポアソン比である。コンクリート平板全体の平均的ひずみ  $\underline{\varepsilon}$  は，ひび割れによるひずみ  $\underline{\varepsilon}^{cr}$  とひび割れ間のコンクリートのひずみ  $\underline{\varepsilon}^c$  の和で表わされるものとする。すなわち，

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^c + \underline{\varepsilon}^{cr} \quad (6)$$

以上の設定から次のような関係が導かれる。

$$\underline{\sigma}^c = \underline{D}^c \underline{\varepsilon}, \quad \underline{D}^c = \underline{D}^c [\underline{D}^c + \underline{D}^{cr} + \underline{D}^d]^{-1} [\underline{D}^{cr} + \underline{D}^d] \quad (7a,b)$$

鉄筋とコンクリートのひずみの適合条件を考えると、合計N方向の鉄筋によって受け持たれる応力  $\underline{\sigma}^s$  は次式で表わされる。

$$\underline{\sigma}^s = \underline{D}^s \underline{\varepsilon}, \quad \underline{D}^s = \sum_{i=1}^N \underline{R}_i^T \underline{D}_i^s \underline{R}_i, \quad \underline{D}_i^s = \begin{bmatrix} R_i E_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{R}_i = \begin{bmatrix} c & s & cs \\ s & c & -cs \\ -2cs, 2cs, c^2-s^2 \end{bmatrix} \quad (8a,b,c,d)$$

ここに  $c = \cos(\omega_i - \theta)$ ,  $s = \sin(\omega_i - \theta)$ ,  $\omega_i$  は i 番目の方向の鉄筋と x 軸のなす角,  $R_i$  は鉄筋比,  $E_s$  は鉄筋の弾性係数である。鉄筋コンクリート平板全体で受け持てる応力  $\underline{\sigma}$  は  $\underline{\sigma}^c$  と  $\underline{\sigma}^s$  の和に等しい。すなわち、

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^c + \underline{\sigma}^s \quad (9)$$

よってひび割れた鉄筋コンクリートの応力-ひずみ関係は次式のように表わせる。

$$\underline{\sigma} = \underline{D} \underline{\varepsilon}, \quad \underline{D} = \underline{D}^c + \underline{D}^s \quad (10a,b)$$

剛性マトリックス  $\underline{D}^{cr}$ ,  $\underline{D}^d$  は実験等から決定される。実際にこれらの係数を求めるのは困難であり、ここでは簡単のためにせん断力伝達を表わす代表的なパラメータを考える。

ひび割れの状態を表わす一つのパラメータとして、ひび割れ面での変位  $\delta_c$  と  $\delta_n$  の比  $\alpha_d = \delta_n / \delta_c$  を考える。これはすべりによって生じるひび割れ幅の拡大の程度を表わすものでダイレイタンス比と呼ばれている<sup>(12)</sup>。

Paulay ら<sup>(20)</sup>によれば、ひび割れ面のせん断応力  $\sigma_{nc}$  はこの比が約 0.8 になるまで増大している。この比がそれ以上大きくなるとすべり  $\delta_c$  が増加しても  $\sigma_{nc}$  はほとんど増加しない。繰返し荷重の下での実験<sup>(15)</sup>では  $\alpha_d$  は 1.2 ~ 1.5 であり、繰返し回数が増加するにつれて  $\delta_c$  が  $\delta_n$  より大きくなる。Mattock の実験<sup>(15)</sup>では単調荷重で 1.0、繰返し荷重では 0.5、また軽量骨材コンクリートの場合には各々 0.25, 0.125 となっている。一方コンクリートの骨材のかみ合い等によるせん断力伝達は、ひび割れ面の摩擦としてとらえることができる。上述したひび割れ幅の拡大はひび割れ面に垂直な圧縮応力を伴い、それとせん断応力との間に摩擦係数  $k$  というパラメータをせん断力伝達の程度を表わすために導入することができる。 $k$  の値はひび割れ幅やせん断によるすべり、すなわち  $\delta_n$  と  $\delta_c$  に関係する。大体の値は Paulay ら<sup>(20)</sup>の報告によると  $k=1.7$ 、また A C I - Code<sup>(26)</sup>では  $k=1.4$  とされている。

ダウエル作用は無視した場合安全側になるため、 $\underline{D}^d = 0$  とすると、上述の2つのパラメータを用いて、次の関係式が表わされる。

$$|\sigma_{nc}| = -k \sigma_{nn} \quad (\sigma_{nn} \leq 0), \quad \delta_n = \alpha_d |\delta_c| \quad (\delta_n \geq 0) \quad (11a,b)$$

すると  $\underline{D}^c$  は次のように求まる<sup>(12)</sup>。

$$\underline{D}^c = E^* \begin{bmatrix} 1 & \nu & \mp \alpha_d \\ \nu & \frac{E_c}{E^*} + \nu^2 & \mp \alpha_d \nu \\ \mp k & \mp k \nu & (\pm \alpha_d)(\pm k) \end{bmatrix}, \quad (E^*)^{-1} = \frac{1-\nu^2}{E_c} + \frac{2(1+\nu)}{E_c} (\pm \alpha_d)(\pm k) \quad (12a,b)$$

マトリックス  $D^{cc}$  の特徴としては  $\alpha_d = l$  なる場合を除いて非対称であること、垂直成分とせん断成分の交叉効果がみられること等があげられる。ひび割れによる影響を表わすパラメータ  $l$  と  $\alpha_d$  の効果を示す例として、 $U_1 = 1.0$ ,  $U_2 = 0.5$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $P_1 = P_2 = 0.01$ ,  $E_c = 1.0$ ,  $\nu = 0.18$ ,  $E_s = 7.0$ ,  $S = 1.0$  等の無次元量が与えられた場合の鉄筋及びコンクリートの最大応力を Fig. 3 に示す。先に述べた Duchon の方法は  $D^{cr} = 0$ ,  $D^{cl} = 0$ ,  $\delta_t = 0$  の場合に相当する。ここでは Duchon の解との比較が示されているが、 $l$  と  $\alpha_d$  の典型的な値、すなわち  $l = 1.7$ ,  $\alpha_d = 1.0$  付近では、Duchon の方法による値よりも大きな値が得られている。これは設計上、摩擦によるせん断力伝達を考慮することの重要性を示すものであり、鉄筋コンクリート平板の強度を算定する場合に考慮すべき問題である。

以上は非常に簡略化したモデルであるが、Bazant<sup>(27)(28)</sup> は式(1)を増分形にし、応力増分とひびき増分を結合たひびき性マトリックスを求めている。荷重は単調増加を仮定している。一方 Fardis<sup>(29)(30)</sup> はひび割れ面の幾何学的形状を考慮しながらせん断力伝達のための剛性方程式を導いた。これらは有限要素法で使える形になっており、繰返し荷重の場合にも適用できる。

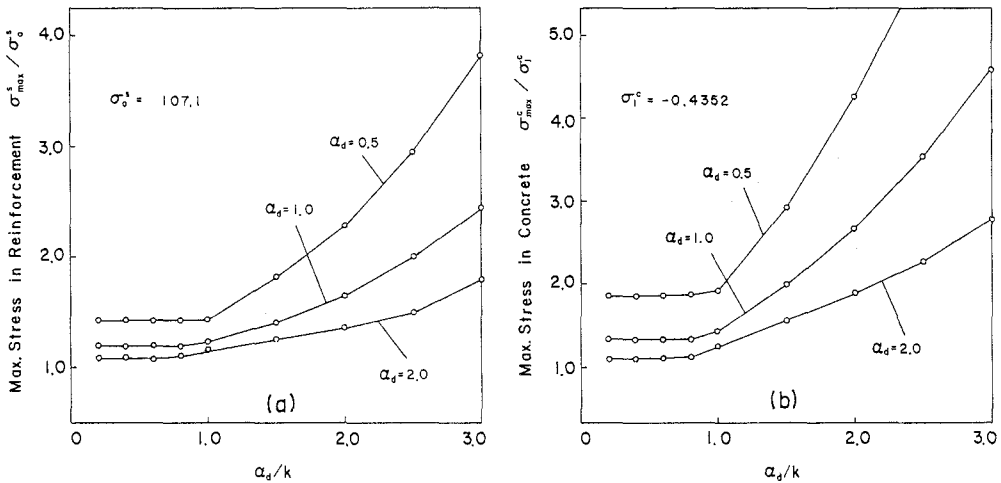


Fig. 3 Maximum Stresses in Reinforcement and Concrete.

## 5. あとがき

以上、ひび割れのはいつた鉄筋コンクリート平板の諸々の扱い方を概略的に述べ、ひび割れ面を介するせん断力伝達の機構とその影響について考察した。せん断力伝達に関しては、コンクリート面の摩擦と鉄筋のダウエル作用の二つの要因が考えられ、各々による剛性マトリックスを用いてひび割れた鉄筋コンクリート平板全体としての剛性マトリックスが求められることが示された。コンクリート面の摩擦による伝達に関しては多くの実験がなされており、たとえば摩擦係数とダイレイタンシー比という二つのパラメータを用いて鉄筋とコンクリートの応力計算ができる。鉄筋及びコンクリートの応力は従来の摩擦によるせん断力伝達を無視した場合よりも大きな値になり、設計上これから検討すべき点であると思われる。

鉄筋のダウエル作用に関しては、系統的な実験報告が乏しく、せん断力伝達をより正確に把握するためには、今後研究されるべき方面であると思われる。

## 参考文献

- (1) Suidan, M., Schnobrich, W.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete," ASCE, Vol. 99, No. ST10, 1973.
- (2) Yuzugullu, O., Schnobrich, W.C., "A Numerical Procedure for the Determination of the Behavior of a Shear Wall Frame System," ACI J. Vol. 70, No. 7, 1973.
- (3) Flügge, W., "Statik und Dynamik der Schalen," Springer-Verlag, 1934.
- (4) Leitz, H., "Eisenbewehrte Platten bei allgemeinem Biegezustand," Die Bautechnik, Vols. 16, 17, 1923.
- (5) Sholz, G., "Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken," Beton und Stahlbetonbau, Vol. 53, No. 10, 1958.
- (6) Falconer, B.H., "Theory of Stresses Induced in Reinforced Concrete by Applied Two-Dimensional Stress," ACI J. Vol. 53, No. 3, 1956.
- (7) Kuyt, B., "Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken," Beton und Stahlbetonbau, Vol. 59, No. 7, 1964.
- (8) Peter, J., "Zur Bewehrung von Scheibem und Schalen für Hauptspannungen schiefwinklig zur Bewehrungsrichtung," Die Bautechnik, Vol. 43, No. 5, 7, 1966.
- (9) Baumann, T., "Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken," Der Bauingenieur, Vol. 47, No. 10, 1972.
- (10) Duchon, N.B., "Analysis of Reinforced Concrete Membrane Subject to Tension and Shear," ACI J., Vol. 69, No. 9, 1972.
- (11) Bazant, Z.P., Tsubaki, T., "Concrete Reinforcing Net: Optimum Slip-Free Limit Design," ASCE, Vol. 105, No. ST2, 1979.
- (12) Bazant, Z.P., Tsubaki, T., "Slip-Dilatancy Model for Cracked Reinforced Concrete," ASCE, Vol. 106, No. ST 9, 1980.
- (13) Gupta, A.K., "Proposed Addition to Proposed ACI Standard: Code Requirements for Nuclear Safety Related Concrete Structures," ACI J. Vol. 73, No. 7, 1976.
- (14) "Boiler and Pressure Vessel Code," ASME, 1977.
- (15) Jimenez-Perez, R., Gergely, P., White, R.N., "Shear Transfer across Cracks in Reinforced Concrete," Report 78-4, Dept. of Struct. Eng., Cornell Univ., N.Y., 1978.
- (16) Leombruni, P., Bayraktar, O., Connor, J.J., "Analysis of Shear Transfer in Reinforced Concrete with Application to Containment Wall Specimens," Report R79-26, No. 648, Dept. of Civil Eng., MIT, Mass., 1977.
- (17) Hofbeck, J.A., Ibrahim, I.O., Mattock, A.H., "Shear Transfer in Reinforced Concrete," ACI J., Vol. 66, No. 2, 1969.
- (18) Mattock, A.H., "Shear Transfer in Concrete Having Reinforcement at an Angle to the Shear Plane," Shear in Reinforced Concrete, ACI SP-42, 1974.
- (19) Mattock, A.H., Hawkins, N.M., "Shear Transfer in Reinforced Concrete - Recent Research," J. of PCI, Vol. 17, No. 2, 1972.
- (20) Paulay, T., Loeber, P.J., "Shear Transfer by Aggregate Interlock," Shear in Reinforced Concrete, ACI SP-42, 1974.
- (21) Aoyagi, Y., Yamada, K., "An Experimental Approach to the Design of Network Reinforcement against In-Plane Shear in Reinforced Concrete Containments," Trans. of the 5th Int. Conf. on Struct. Mech. in Reactor Tech. (SMiRT), J4/7, 1979.
- (22) White, R.N., Holley, M.J., "Experimental Studies of Membrane Shear Transfer," ASCE, Vol. 98, No. ST8, 1972.
- (23) Mattock, A.H., "The Shear Transfer Behavior of Cracked Monolithic Concrete Subject to Cyclically Reversing Shear," Report SM 74-4, Dept. of Civil Eng., Univ. of Washington, Seattle, Wash., 1974.
- (24) Mattock, A.H., "Shear Transfer under Cyclically Reversing Loading across an Interface between Concretes Cast at Different Times," Report SM 77-1, Dept. of Civil Eng., Univ. of Wash., 1977.
- (25) Cesterle, R.G., Russel, H.G., "Shear Tests on Reinforced Concrete Membrane Elements," Preprint 3594, ASCE Convention, Boston, Mass., 1979.
- (26) "Building Code Requirements for Reinforced Concrete," ACI 318-77, 1977.
- (27) Bazant, Z.P., Gambaretti, P., "Rough Cracks in Reinforced Concrete," ASCE, Vol. 106, No. ST4, 1980.
- (28) Bazant, Z.P., Gambaretti, P., "Ductility and Failure of Net-Reinforced Concrete Shell Walls," Trans. of the 5th Int. Conf. on Struct. Mech. in Reactor Tech., J4/9, 1979.
- (29) Fardis, M.N., Bayraktar, O., "Shear Transfer Model for Reinforced Concrete," ASCE, Vol. 105, No. EH2, 1979.
- (30) Fardis, M.N., Bayraktar, O., "Shear Stiffness of Concrete by Finite Elements," ASCE, Vol. 106, No. ST6, 1980.

## Shear Transfer and Strength of Cracked Reinforced Concrete

Tatsuya Tsubaki\*

An overview of methods of analysis for a cracked reinforced concrete slab subjected to membrane forces is sketched with emphasis on the mechanism of shear transfer across crack surfaces. The experimental works related to this subject is also briefly reviewed.

Summarizing these previous works, a general form which takes into account two basic shear transfer mechanisms, i.e., aggregate interlock and dowel action of reinforcement is presented. Under the assumption that reinforcing bars are densely distributed and can be considered "smeared", and that cracks are straight, parallel, equidistant and densely distributed, a stress-strain relation is derived for a reinforced concrete slab with frictional cracks. Stresses and displacements are calculated for a given crack direction. It is shown that the previous models are included in the present model as special cases. It is on the safe side to neglect the dowel action. On the other hand, it has been found that, because of frictional shear transfer due to aggregate interlock, the stresses in reinforcement and concrete become higher than the case in which the frictional shear transfer is neglected. The present stress-strain relation can be used for finite element analysis as well.

---

\* Assistant Professor, Department of Civil Engineering,  
Yokohama National University