

(12) はり降伏型立体骨組の剛塑性崩壊荷重

大阪大学工学部建築工学科・教授・工博 五十嵐定義 同・助手 ○井上 一朗

同・大学院生 平原 章次 同・大学院生 多田 元英

骨組の剛塑性崩壊荷重の算定に際して、次の仮定を設

§1. 序

立体骨組に対する極限解析の問題は、Heymanによって初めて扱われ、曲げモーメントとトルクのInteractionを考慮した上界定理に基づく方法が示された[1]。

一方、建築架構を対象とした立体骨組の極限解析に関する研究は、初め横尾、山肩らによって行われた[2]。横尾らは、Heymanの解法を応用した上界定理に基づく方法、更には、下界定理に基づく方法及び実用解法としての略算法を示し、偏心水平力を受ける立体骨組の崩壊荷重について考察している。また、藤田らも、Heymanの解法を用いて引張りブレースが配置された場合の解を求めている[3]。

立体骨組の崩壊荷重は、柱が塑性化する場合の降伏関数の非線型性のために、極めて単純な骨組を除いてその解を得ることが困難で、弾塑性数値解析問題[4]、あるいは数値計画法の問題[5]として扱われることが多い。これに対し、本論文は、柱、はり及びブレースで構成される立体骨組において、はり及びブレースのみが塑性化する場合には、偏心水平力に対する真の崩壊機構及びそれに対応する剛塑性崩壊荷重が、上界定理を用いて容易に得られることを示している。また、崩壊荷重に及ぼす水平力の偏心の影響を明らかにし、二、三の解析例によって、柱が塑性化する場合の崩壊荷重や崩壊機構と比較検討している。

§2. 仮定

対象架構はFig.1-1に示すように、直交2方向に並列する平面架構群で構成される立体骨組である。このような

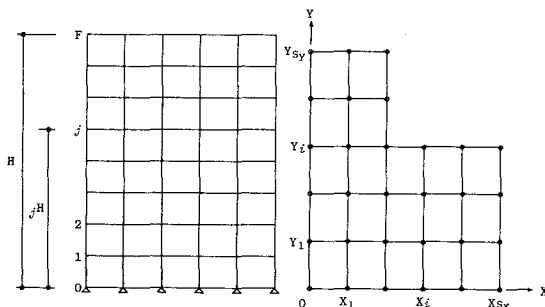


Fig.1-1 Space Frame to be studied

(1)材料特性は完全剛塑性である。

(2)床版は面内剛である。

(3)個材の接れ抵抗を無視する。

(4)塑性化は、はり及びブレースにのみ生じる。

(5)各層の水平力は重心に作用する。

仮定(2)、(3)より、はりでは強軸廻りの曲げのみを考慮すればよい。

§3. 外力仕事

外力系を一定鉛直力、及び漸増比例水平力とし、崩壊機構をFig.3-1のように想定する。ここで $R(X_R, Y_R)$ は回転中心であり、 j th Floor(最上層層根位置、Fig.3-1参照)の回転角速度を ϕ とすれば、 j th Floorの回転角速度 $j\dot{\phi}$ は、

$$j\dot{\phi} = \frac{jH}{H} \dot{\phi} \quad (3-1)$$

但し、 $jH = \sum_{i=1}^j z_i h$, $H = \sum_{i=1}^F z_i h$ $z_i h$: i 層層高

従って、 j 層の重心 $G(jX_G, jY_G)$ の変位速度は、Fig.3-2を参照して、次式で与えられる。

$$j\dot{\delta}_X = (Y_R - jY_G) \frac{j\dot{\phi}}{H}, \quad j\dot{\delta}_Y = -(X_R - jX_G) \frac{j\dot{\phi}}{H} \quad (3-2)$$

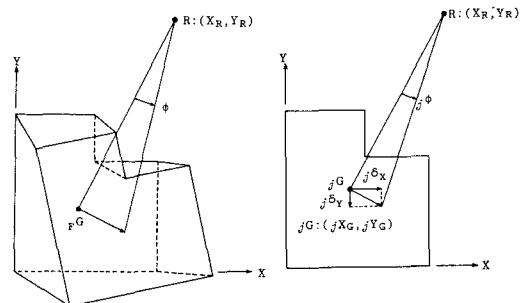


Fig.3-1

Collapse Mechanism

Fig.3-2
Rate of Displacement
at j th Floor Level

Fig.3-3に示すように、 j 層に働く水平力の作用方向を、 X 軸から角度 α の方向とすれば、 j 層の水平力 P のなす仕事速度 $j\dot{E}$ は次式で与えられる。

$$jE_O = jP_X \cdot j\delta_X + jP_Y \cdot j\delta_Y \\ = \{(Y_R - jY_G) \cos j\alpha - (X_R - jX_G) \sin j\alpha\} jP_O \frac{jH}{H} \quad (3-3)$$

従って、全水平力のなす仕事速度は次式で表せる。

$$E_O = \sum_{j=1}^F jE_O \\ = \lambda \phi \sum_{j=1}^F \{(Y_R - jY_G) \cos j\alpha - (X_R - jX_G) \sin j\alpha\} jP_O \frac{jH}{H} \quad (3-4)$$

但し、 $jP = \lambda \cdot jP_O$

であり、 $\{jP_O\}$ は、各層の水平力分布を表す。

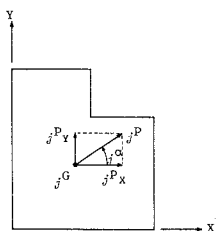


Fig. 3-3 Horizontal Force at jth Floor Level

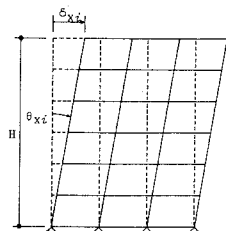


Fig. 4-1 i-th Plane Frame in X-Direction

§4. 内力仕事

i番目のX方向構面(Y座標: Y_i , Fig. 4-1参照)の頂部の変位速度を δ_{Xi} とすれば、Fig. 3-1に示す崩壊機構に対して次式が得られる。

$$\delta_{Xi} = (Y_R - Y_i) \phi \quad (4-1)$$

従って、この構面の回転角速度 θ_{Xi} (Fig. 4-1参照)は、

$$\theta_{Xi} = \frac{1}{H} \delta_{Xi} = \frac{1}{H} (Y_R - Y_i) \phi \quad (4-2)$$

同様に、i番目のY方向構面(X座標: X_i)の回転角速度 θ_{Yi} は次式で与えられる。

$$\theta_{Yi} = -\frac{1}{H} (X_R - X_i) \phi \quad (4-3)$$

ここで、次の量を定義する。

jM_{Xi}^G (jM_{Yi}^G): i番目のX(Y)方向構面が、崩壊機構を構成した後のj層はり端モーメント和
 jM_{Xi}^B (jM_{Yi}^B): i番目のX(Y)方向構面が、崩壊機構を構成した後のj層ラレースが負担する層モーメント

但し、 jM_{Xi}^B は、j層からスパンばりの塑性モーメントを jB_k とし、はりの中間荷重として中央集中荷重 V_k を想定すれば、 l_k をスパンのスパン長として、次式で与えられる。

$$jM_{Xi}^B = \sum_{k \neq q} 2jB_k + \sum_{k=q} (4jB_k - \frac{V_k l_k}{2}) \quad (4-4)$$

即ち、Fig. 4-2に示すように、スパンqにおいて、風下側はり端とスパン中央にヒンジが生じ、その他のスパンでは、はり両端にヒンジが生じる。スパンqでは、次式が成立している。

$$jB_q < \frac{V_q l_q}{4} \quad (4-5)$$

勿論、任意分布の中間荷重に対して、(4-4)及び(4-5)式に対応する式は容易に導かれる。

また、 jM_{Xi}^B は、j層からスパンにおけるグレースの層せん断耐力を jQ_{Xk}^B とすれば、次式で与えられる。

$$jM_{Xi}^B = \sum_k jQ_{Xk}^B \cdot jh \quad (4-6)$$

引張りラレースのみ有効な場合には、 jA_{Xk}^B をj層からスパンのグレース断面積として、次のように表せる。

$$jQ_{Xk}^B = \frac{1}{\sqrt{1+j^2 t_k^2}} \cdot jA_{Xk}^B \cdot \sigma_y, \quad j t_k = \frac{jh}{l_k} \quad (4-7)$$

以上より、i番目のX方向構面の全内力仕事速度から、はり中間の鉛直荷重のなす仕事速度を差し引いた内力仕事速度 E_{Xi} は次式で与えられる。

$$E_{Xi} = \left(\sum_{j=0}^F jM_{Xi}^G + \sum_{j=1}^F jM_{Xi}^B \right) |\theta_{Xi}| \\ = (G_{Xi}^{OVT} + B_{Xi}^{OVT}) |Y_R - Y_i| \frac{|\phi|}{H} \quad (4-8)$$

同様に、i番目のY方向構面に対して次式が得られる。

$$E_{Yi} = (G_{Yi}^{OVT} + B_{Yi}^{OVT}) |X_R - X_i| \frac{|\phi|}{H} \quad (4-9)$$

但し、(4-8)、(4-9)式において、

$$G_{Xi}^{OVT} = \sum_{j=0}^F jM_{Xi}^G, \quad B_{Xi}^{OVT} = \sum_{j=1}^F jM_{Xi}^B \\ G_{Yi}^{OVT} = \sum_{j=0}^F jM_{Yi}^G, \quad B_{Yi}^{OVT} = \sum_{j=1}^F jM_{Yi}^B \quad (4-10)$$

(4-8)式及び(4-9)式より、Fig. 3-1に示す崩壊機構に対する立体架構の全内力仕事速度からはり中間の鉛直荷重のなす仕事速度を引いた内力仕事 E_i は、次式で与えられる。

$$E_i = \sum_{i=0}^{Sx} E_{Yi} + \sum_{i=0}^{Sy} E_{Xi}$$

$$= \left(\sum_{i=0}^{Sx} M_{Yi}^{OVT} |X_R - X_i| + \sum_{i=0}^{Sy} M_{Xi}^{OVT} |Y_R - Y_i| \right) \frac{|\Phi|}{H} \quad (4-11)$$

$$\text{但し、} M_{Yi}^{OVT} = G M_{Yi}^{OVT} + B M_{Yi}^{OVT}, M_{Xi}^{OVT} = G M_{Xi}^{OVT} + B M_{Xi}^{OVT} \quad (4-12)$$

§5. 崩壊荷重

Fig. 3-1 に示す崩壊機構に対する崩壊荷重係数は、各平面構面のはりの両端に塑性ヒンジが形成される Fig. 5-1 のような仮想変位機構を用いれば、(3-14) 式と (4-11) 式を等置することにより、次式で与えられる。

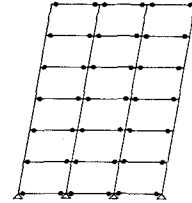


Fig. 5-1
Virtual Mechanism

$$\lambda = \frac{\sum_{i=0}^{Sy} M_{Xi}^{OVT} |Y_R - Y_i| + \sum_{i=0}^{Sx} M_{Yi}^{OVT} |X_R - X_i|}{\left| \sum_{j=1}^F \{ (Y_R - Y_j) \cos \alpha_j - (X_R - X_j) \sin \alpha_j \} j P_0 \cdot j H \right|} \quad (5-1)$$

(5-1) 式から得られる λ を最小化する回転中心 (X_R, Y_R) が真の崩壊荷重係数 λ_c を与える。即ち、

$$\lambda_c \leq \lambda \quad (5-2)$$

であり、問題は (5-1) 式の入る値を最小化する (X_R, Y_R) を求める問題に帰着する。

(5-1) 式は、 a_i, b_i, d, e, f を定数として、一般に次式で表せる。

$$\lambda = \frac{\sum_i a_i |X_R - X_i| + \sum_i b_i |Y_R - Y_i|}{|dX_R + eY_R + f|} \quad (5-3)$$

上式は、 $X_i \leq X_R \leq X_{i+1}, Y_i \leq Y_R \leq Y_{i+1}$ のとき、絶対値記号をはずして、次式で表される。

$$\pm \lambda = \frac{a^* X_R + b^* Y_R + c^*}{dX_R + eY_R + f} \quad (5-4)$$

$$\pm \frac{\partial \lambda}{\partial X_R} = \frac{(a^* e - b^* d) Y_R + (a^* f - c^* d)}{(dX_R + eY_R + f)^2} \quad (5-5)$$

$\partial \lambda / \partial X_R$ は、 $X_i \leq X_R \leq X_{i+1}$ の任意の X_R に対して、常に正、負又は 0 の何れかであり、従って、 λ は $X_i \leq X_R \leq X_{i+1}$ の X_R に関して単調増加、単調減少あるいは一定となる。また、 Y_R に関しても同様であるから、上記の X_R 及び Y_R の各区間における λ の最小値は、次の 4 つの値のうちの最小値である。

$$\begin{aligned} \lambda|_{X_R=X_i; Y_R=Y_j}, \quad \lambda|_{X_R=X_{i+1}; Y_R=Y_j} \\ \lambda|_{X_R=X_i; Y_R=Y_{j+1}}, \quad \lambda|_{X_R=X_{i+1}; Y_R=Y_{j+1}} \end{aligned} \quad (5-6)$$

従って、はり降伏型立体架構の真の崩壊荷重係数は、崩壊機構の回転中心の座標 (X_R, Y_R) を次のように設定して (5-1) 式から得られる荷重係数の最小値である。

$$(X_R, Y_R) = (\bar{X}, \bar{Y})$$

$$(X_R, Y_R) = (\bar{X}, \pm \infty) \quad (5-7)$$

$$(X_R, Y_R) = (X_i, Y_j)$$

ここで、 $\bar{X}, \bar{Y}$ は任意の有限値、 (X_i, Y_j) は、 X 方向 i 番目、 Y 方向 j 番目の柱の座標である。なお、 $(X_R, Y_R) = (\pm \infty, \pm \infty)$ の場合を考慮する必要はない。何故なら、この場合、 $Y_R/X_R = \pm (0 \leq t \leq \infty)$ とすれば、 λ は (5-4) 式より次式で表される。

$$\lambda = \frac{a^* + b^* t}{d + et} \quad (0 \leq t \leq \infty) \quad (5-8)$$

$$\text{従って、} \frac{d\lambda}{dt} = \frac{b^* d - a^* e}{(d + et)^2}$$

$d\lambda/dt$ は任意の t に対して正、負あるいは 0 の何れかである。 $d\lambda/dt = 0$ のとき、 λ は任意の t に対して一定となるから、結局 $t=0$ もしくは $t=\infty$ のときのみを考慮すればよい。

従って、はりトレスにのみ塑性化が生じる立体架構の真の崩壊荷重係数は、 X, Y 各方向の並進崩壊機構、及び各柱脚位置を回転中心とする揺れ崩壊機構に対して (5-1) 式から得られる崩壊荷重係数の最小値であり、吟味すべき崩壊機構の数は、骨組の層数に拘らず、(柱の数+2) である。

§6. 解析例

(1) 例題 1

Fig. 6-1 に示す形状寸法のはり降伏型立体架構の崩壊荷重係数を、次の諸条件の下に求める。

・重心 : $(1X_G, 1Y_G) = (2X_G, 2Y_G) = (L, L)$

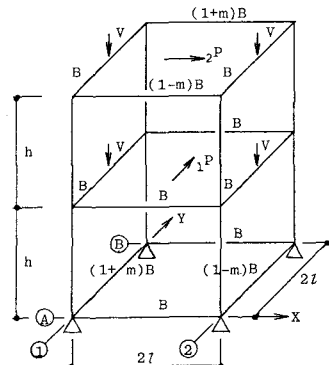


Fig. 6-1 Example 1

- 水平力分布: $\{1P, 2P\} = \lambda \{P_0, P_0\}$, $P_0 = 6B/h$
- 水平力方向: $\{1\alpha, 2\alpha\} = \{\pi/2, 0\}$
- 鉛直力: $V = 3B/L$

各はりの塑性モーメントは、Fig. 6-1中に示しており、ここで、 $0 \leq m \leq 1$ とする。このとき、横尾らにより定義される骨組の耐力中心 (X_U, Y_U) は、次のようになる。

$$X_U = (1 - \frac{m}{3})L, \quad Y_U = (1 + \frac{m}{3})L$$

従って、この骨組の偏心量は、 X, Y 方向共に $mL/3$ である。

さて、(5-1)式を適用するに当り、 X, Y 各方向構面に破壊機構が構成されたときのはり端モーメント和を求める。先ず、 X 方向の④、⑤構面では、

$$M_{XA}^{OVT} = 4B + 2(1-m)B = 2(3-m)B$$

$$M_{XB}^{OVT} = 4B + 2(1+m)B = 2(3+m)B$$

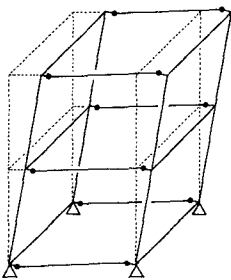
Y 方向の⑥、⑦構面では、Fig. 4-2に示すように、風下側はり端とはり中央に塑性ヒンジが形成されることに注意して、

$$M_{Y1}^{OVT} = 2B + 2(1+m)B = 2(2+m)B$$

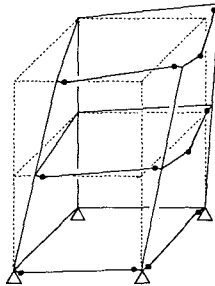
$$M_{Y2}^{OVT} = 2B + 2(1-m)B = 2(2-m)B$$

Table 6-1

x_R	y_R	λ
—	z_m	1
z_m	—	$\frac{4}{3}$
0	0	$\frac{10}{3}$
0	2	$\frac{1}{9}(10 - 4m)$
2	0	$\frac{1}{9}(10 + 4m)$
2	2	$\frac{10}{3}$



$$0 \leq m \leq \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4} \leq m \leq 1$$

Fig. 6-2 Collapse Mechanism of Example 1

(5-1)式より、崩壊荷重係数は、

$$x_R = \frac{X_R}{L}, \quad y_R = \frac{Y_R}{L}$$

として、次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{(3-m)|y_R| + (3+m)|y_R - 2| + (2+m)|x_R| + (2-m)|x_R - 2|}{3|2y_R - x_R - 1|}$$

(5-1)式に従って、各回転中心に対する λ を求め、Table 6-1に示す。この表より、真の崩壊荷重係数は次のようになる。

$$0 \leq m \leq \frac{1}{4} \rightarrow \lambda_C = 1, \quad (x_R, y_R) = (0, \infty)$$

$$\frac{1}{4} \leq m \leq 1 \rightarrow \lambda_C = \frac{10-4m}{9}, \quad (x_R, y_R) = (0, 2)$$

破壊機構をFig. 6-2に示す。

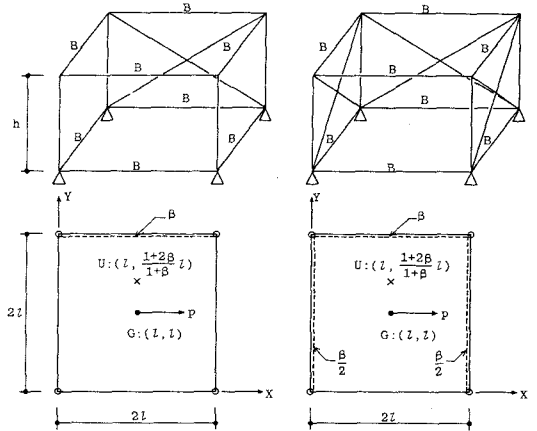
(2)例題2

Fig. 6-3に示すような2種類のブレース配置形式を持つ1層1スパン骨組を考える。はりの塑性モーメントはすべて B であり、荷重は X 方向水平力のみとする。また、ブレースが負担する水平力 Q^B の割合をパラメータ β で表し、次のように定義する。

$$\beta = \frac{Q^B h}{8B}$$

骨組(a)では、分担率 β のブレースが X 方向の片側構面に、また、分担率 $\beta/2$ のブレースが Y 方向の両構面に配置されているものとする。重心 G 、及び耐力中心 U は図中に示されている。

Fig. 6-3に示す各骨組の崩壊荷重係数は、(5-1)式より次式で与えられる。



Frame (a)

Frame (b)

Fig. 6-3 Example 2

$$(a): \lambda^a = \frac{|y_R| + (1+2\beta)|y_R-2| + |x_R| + |x_R-2|}{2|y_R-1|}$$

$$(b): \lambda^b = \frac{|y_R| + (1+2\beta)|y_R-2| + (1+\beta)|x_R| + (1+\beta)|x_R-2|}{2|y_R-1|}$$

ここで、 $x_R = X_R/L$, $y_R = Y_R/L$

結果をTable 6-2に纏めて示す。但し、回転中心の座標として、明らかに検定不要な座標は省略している。この表より、解が次のように得られる。

$$(a) \quad \begin{aligned} \beta < 1 & \quad \lambda_C^a = 1+\beta, \quad (x_R, y_R) = (0, \infty) \\ \beta \geq 1 & \quad \lambda_C^a = 2, \quad (x_R, y_R) = (0 \sim 2, 2) \end{aligned}$$

$$(b) \quad \lambda_C^b = 1+\beta, \quad (x_R, y_R) = (0, \infty)$$

Fig. 6-4に、各骨組の λ_C と β との関係を示す。また、同図中には、柱に塑性ヒンジが形成される場合の解を横尾、山肴の方法[7]に従って求め、点線で示している。但し、軸力とトルクの影響を無視し、2軸曲げに関して円形の降伏関数を用い、柱の塑性モーメントをBとした。従って、節点における降伏関数を、はり降伏型と柱降伏型の骨組について描くとFig. 6-5のように表せる。

骨組(b)では、はり及び柱降伏型骨組共に、 β の如何なる値についてもX方向並進機構を構成し、 β の増加に伴って崩壊荷重は大きくなる。一方、骨組(a)のはり降伏型の場合、 $\beta \geq 1$ では区間 $(0 \leq x_R \leq 2L, y_R = 2L)$ 中の任意点を回転中心とする揺れ機構を構成し、 λ_C は一定値2となる。また、柱降伏型骨組では、偏心ブレースの存在によって、必ず揺れモードを伴う層機構を形成し、 $\beta \geq \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$

Table 6-2

x_R	y_R	λ^a	λ^b
-	∞	$1+\beta$	$1+\beta$
0	2	2	$2+\beta$
2	2	2	$2+\beta$

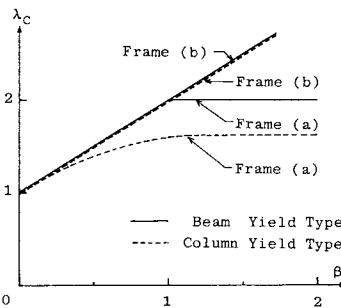


Fig. 6-4 Collapse Load Factor of Example 2

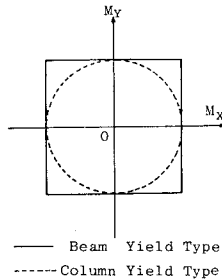


Fig. 6-5

では $(x_R, y_R) = (1, 2L)$ となり、 λ_C は一定値 $(1+\sqrt{5})/2$ となる。

③例題3

耐力中心及び重心の位置が崩壊荷重及び崩壊機構に及ぼす影響を、Fig. 6-6に示す骨組を例にとりて示す。耐力中心U及び重心Gの位置を表すパラメータをそれぞれm及びgとし、UとGを次のように表す。

・耐力中心:

$$(X_U, Y_U) = (L, (1+m)L)$$

$$0 \leq m < 1$$

・重心:

$$(X_G, Y_G) = (L, (1+g)L)$$

$$-1 \leq g \leq 1$$

荷重をX方向水平力のみにすれば、(5-1)式より、次の解が得られる。

・ $m < g+1$ のとき

$$\lambda_C = 1,$$

$$(x_R, y_R) = (0, \infty)$$

・ $m \geq g+1$ のとき

$$\lambda_C = \frac{2-m}{1-g}, \quad (x_R, y_R) = (0 \sim 2, 2)$$

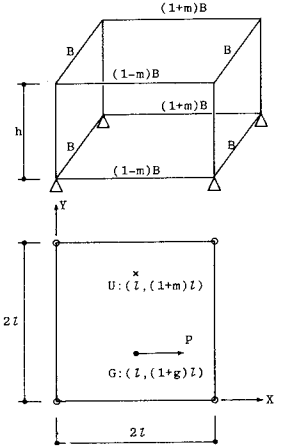


Fig. 6-6 Example 3

m と g に対して λ_C を描くと、Fig. 6-7が得られる。領域ⅠはX方向並進機構、領域Ⅱは揺れ機構が構成される領域を表す。また、同図中の点線は、例題2と同様、柱降伏型の場合の解を与える。柱降伏型では、偏心量が零、即ち $m=g$ 以外の場合、必ず揺れを伴う層機構を構成するが、はり降伏型骨組のように、純粋な揺れ機構を構成することはない。Fig. 6-8に、柱降伏型骨組

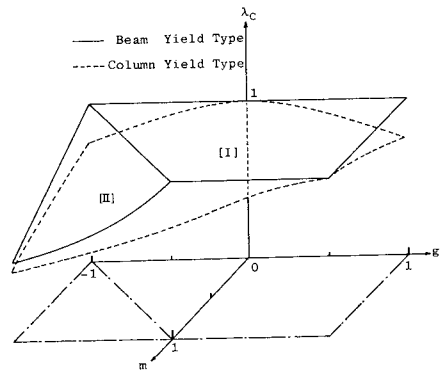


Fig. 6-7 Collapse Load Factor of Example 3

の回転中心のY座標($y_R = Y_R/l$)と m との関係を示す。

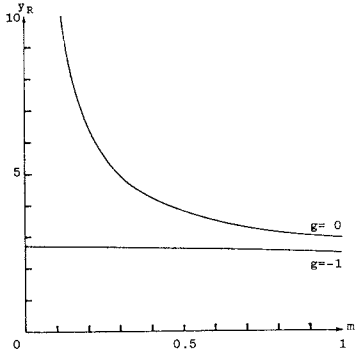


Fig.6-8 Rotational Centroid of Column Yield Type Space Frame of Example 3

(4)例題4

例題3と同じ骨組を対象とし、Fig.6-9に示すように、重心を中央に固定し、耐力中心及び水平力の方向が変化する場合について検討する。水平力 P の X 及び Y 方向成分をそれぞれ P_x 、 P_y とし、

$$\lambda_x = \frac{P_x h}{8B}, \quad \lambda_y = \frac{P_y h}{8B}$$

$$x_R = \frac{X_R}{L}, \quad y_R = \frac{Y_R}{L}$$

$$0 \leq m < 1$$

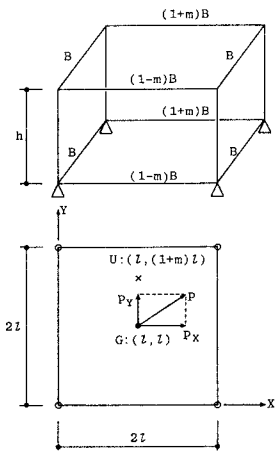


Fig.6-9 Example 4

とおけば、(5-1)式より Table 6-3 に示す解が導かれる。Table 6-3 を λ_x - λ_y - m 座標に関して図示すれば、Fig.6-10 が得られる。

Fig.6-10は、Fig.6-9に示す骨組の降伏曲面を与え、 m 軸は耐力中心に関して作用するトルクに対応する。この降伏曲面は、1層1スパン骨組に対して得られたものであるが、多層骨組に対しても全く同形となり、また、多ス

Table 6-3 Yield Function

Region	x_R	y_R	Yield Function	Mechanism
[I]	-	-	$\lambda_x = \pm 1$	Sway
[II]	-	-	$\lambda_y = \pm 1$	Sway
[III]	0	2	$\pm \frac{\lambda_x}{2} \pm \frac{\lambda_y}{2} \pm \frac{m}{2} = 1$	Tortion
[IV]	2	2	$\pm \frac{\lambda_x}{2} \mp \frac{\lambda_y}{2} \pm \frac{m}{2} = 1$	Tortion

パン骨組では、Table 6-3における振れ機構の領域が分割されて増えるのみであり、Fig.6-10と類似の形状となる。

一例として、Fig.6-11に示すように、はりの塑性モーメントがすべて $(1-\beta)B$ であり、グレースの負担層モー

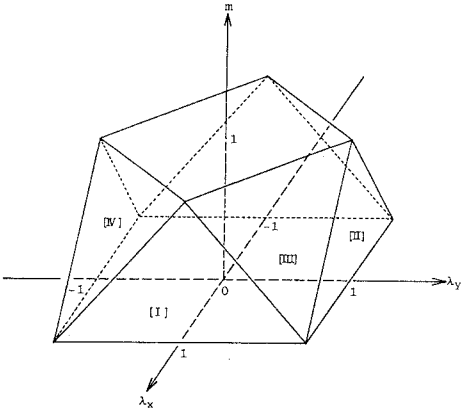


Fig.6-10 Yield Surface of Example 4

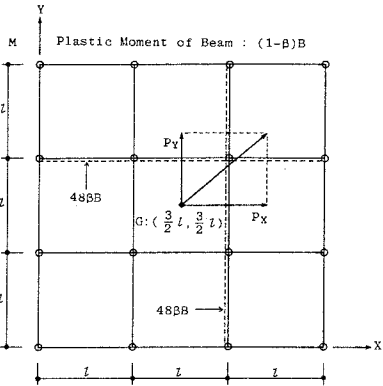


Fig.6-11 Example 5

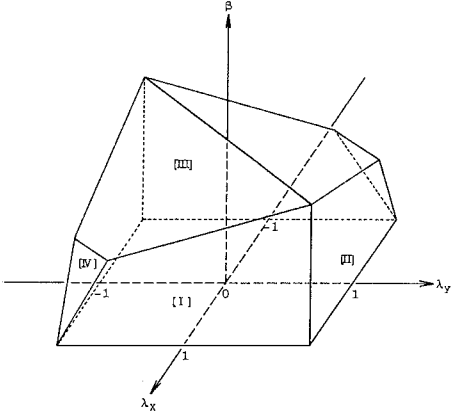


Fig.6-12 Yield Surface of Example 5

メントが X, Y 各方向共 $48\theta B$ の偏心ブレースを有する3
スパン骨組の降伏曲面をFig.6-12に示す。この骨組の耐力
中心は、

$$(X_U, Y_U) = \left(\frac{l}{2}(3+\beta), \frac{l}{2}(3+\beta) \right)$$

であり、Fig.6-12における β 軸は、ブレースの分担率を表
すと共に、耐力中心に関して作用するトルクに対応する。
また、 λ_x, λ_y を h を層高としてそれぞれ次式で定義して
いる。

$$\lambda_x = \frac{P_x h}{48B}, \quad \lambda_y = \frac{P_y h}{48B}$$

Fig.6-12の降伏曲面の各領域に対応する降伏関数を纏めて
Table 6-4に示す。

Table 6-4 Yield Function

Region	x_R	y_R	Yield Function	Mechanism
[I]	-	∞	$\lambda_x = \pm 1$	Sway
[II]	∞	-	$\lambda_y = \pm 1$	Sway
[III]	2	2	$\pm \frac{\lambda_x}{4} \mp \frac{\lambda_y}{4} + \beta = 1$	Torsion
[IV]	3	3	$\pm \frac{\lambda_x}{2} \mp \frac{\lambda_y}{2} + \frac{\beta}{3} = 1$	Torsion

§7. 剛塑性崩壊機構線

真の崩壊機構及びそれに対応する崩壊荷重が求まると
剛塑性崩壊機構線(以下、機構線と略記)は、架構の水平
移動に伴う鉛直変位に対して鉛直力がなす仕事(重力
仕事)を仕事式の外力仕事の項に付加することによって
与えられる。

Fig.6-13は、前節の例題3の骨組の機構線を、横軸に重

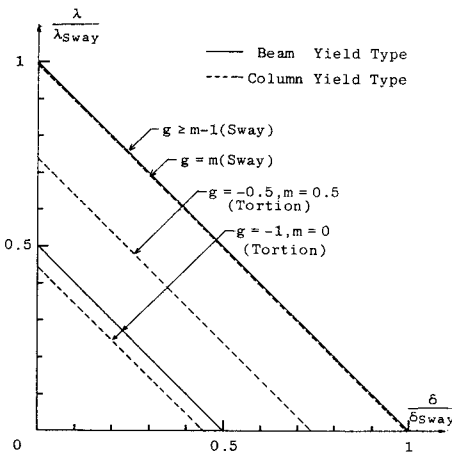


Fig.6-13 Rigid Plastic Collapse Mechanism Line of Example 3

心の移動方向変位、縦軸に水平力の重心の移動方向成
分をとって表したものである。何れの軸も、並進機構
に対する値によって無次元化されており、機構線の下
の面積は、水平力のなす仕事に対応する。崩壊モード
の如何に拘らず機構線の勾配は一定であり、振れ機構
が生じて崩壊荷重が低下すると、骨組が静的倒壊限界
に至るまでに水平力のなす仕事はその2乗に比例して
著しく減少することになる。

§8. 結論

本論では、一定鉛直荷重と比例水平荷重を受け、は
りとブレースのみに塑性ヒンジが生じる立体骨組の真
の崩壊機構と崩壊荷重が、上界定理を用いて容易に得
られることを示した。このような降伏型立体骨組
では、崩壊機構として、並進機構及び何れかの柱脚を
回転中心とする純粋な振れ機構しか存在せず、2方向
偏心水平力に対する骨組全体の降伏曲面を容易に描く
ことができ、これによって、骨組の崩壊荷重や崩壊機
構に及ぼす偏心量や荷重方向の影響を明確に把握し得
る。

〔参考文献〕

- [1] J. Heyman: The Limit Design of Space Frame, Journal of Applied Mechanics, June, 1951, pp. 157~162
- [2] 横尾義賢, 山肩邦男: 水平力を受ける立体架構の Limit Analysis, 日本建築学会論文報告集, 第61号, 昭和34年2月, pp. 35~41
- [3] 藤田謙, 為広正起, 吉田宏一郎: 構造物々塑性設計 (その3. ラマンブレース構造の塑性設計), 造船協会論文集, 第144号, 昭和38年11月, pp. 122~131
- [4] 例えば K.E. Bruinette, S.J. Fenves: A General Formulation of the Elasto-Plastic Analysis of Frameworks, Proc. of Int. Conf. on Space Structures, Univ. of Surrey, 1966, pp. 92~108
- [5] 平野道勝, 徳積春雄: 複合耐力を考慮した骨組の極限解析法, 日本建築学会論文報告集, 第289号, 昭和55年3月, pp. 27~39

THE LIMIT ANALYSIS OF SPACE BUILDING FRAMES

Sadayoshi Igarashi* Kazuo Inoue**
Shoji Hirahara*** Motohide Tada***

This paper is concerned with the limit analysis of space building frames under constant vertical load and eccentrically acting proportional horizontal force. Usually, the plastic collapse load of space frame is complicated to obtain owing to nonlinearity of yield function. So that the collapse load is calculated by numerical elastic-plastic analysis or by linear programming technique using approximate linear yield function.

On the other hand, provided the plastic hinges are formed only in beams and bracings, the problem becomes simpler and easier because of linearity of yield functions. This type of structures (hereafter termed beam yield type space frame) are dealt with in this paper. The plastic collapse mechanism and the corresponding collapse load are derived based on the kinematic theorem on the following assumptions:

- (1) The material is rigid-perfectly plastic
- (2) Floors act as rigid diaphragms in their own planes
- (3) Plastic hinges are formed only in beams and bracings
- (4) Torsional resistance of members is neglected
- (5) Horizontal forces act on the center of gravity at each floor level.

For any assumed collapse mechanism as shown in Fig.3-1, equation (5-1) which gives the corresponding collapse load factor is derived. Based on the kinematic theorem, the actual collapse mechanism is distinguished from among all the possible mechanisms by the fact that it has the lowest corresponding value given by equation (5-1).

Authors proved that all possible mechanisms of beam yield type space frames which should be considered are sway mechanisms in X and Y-directions and torsional mechanisms around every column point. So that the number of mechanisms to be considered is (2+the number of columns) regardless of the number of floor levels.

Some examples are analyzed according to equation (5-1). The results are indicated in Fig.6-6, 6-7 and 6-8 comparing with the results of column yield type space frames whose columns have the circular yield function for biaxial bending. Furthermore, the examples of interaction yield surface for overall beam yield type space frame are depicted in Fig.6-10 and 6-12. The resulting load factor can be evaluated using this yield surface under the information about the direction of horizontal forces and the eccentricity.

* Professor, Department of Architectural Engineering, OSAKA University
** Assistant, ditto
*** Graduate Student, ditto