

(11) 複合アプローチによる鋼Ⅰ桁道路橋の最小製作費設計

愛媛大学工学部 ○大久保 禎 二

愛媛大学大学院 石 原 正 人

1. まえがき

構造物の最適設計法に関して、これまで主として SLP, SUMT, 勾配法などの非線形計画法を基礎とした構造物の最適設計法が研究され、多くの成果が得られている。これらの各解法は、いかなる性質の最適設計問題であっても、それぞれの解法の型式にあわせて問題を定式化することができれば、設計問題の性質により最適解への収束性に関して多少の差違は生ずるとしても、局所的な最適解への収束性は数学的にある程度証明されており、その解法の汎用性および数学的な厳密性を有することは数理計画法に基づく最適設計法の大きな長所となっている。しかし、これらの数理計画法に基づく各方法においては、その設計変数の改良過程で構造物の状態変数および目的関数の設計変数に関する偏微係数、あるいは設計変数の変化にともなう状態変数や目的関数値の変化の評価、解の収束に関する最小化パラメーター値の適切な選択などを必要とし、その計算量あるいは反復回数は、考慮すべき設計変数および制約条件の数の増加にともない指数関数的に増大する。特に大規模構造物においてたわみ制限などの剛性制限が最適解の決定に支配的な影響を与える最適設計問題では、最適解がたわみ制限の形成する多次元の曲面上に存在するため、SLP法や勾配法などのように局所的に線形近似して解を決定にあたって解の振動を生じ、全域的な最適解を決定するために多くの反復計算を必要とする場合が多く、その実用的な最適設計法を確立することは構造設計の分野における重要なテーマの一つとなっている。このような問題に対する一つのアプローチとして、これまでに Gellatly, Berke, Khot, Dupree などにより最適規準にもとづく設計法が提案され、トラス構造物の最適部材断面積を決定する問題に応用が試みられているが、^{1, 2, 3)} 本論文は、たわみ制限が設計変数の決定に支配的な影響を与える鋼Ⅰ桁道路橋の最小製作費設計問題に関して、著者の一人が提案している図式最適設計法⁵⁾と最適規準法 (Optimality Criteria Method) さらに Univariate 法の考え方を結合し、鋼Ⅰ桁の各桁要素の最適断面寸法のみならず、最適断面変化位置および使用鋼種をもきわめて能率的に決定できるハイブリッドな最適設計法を提案するとともに、計算例により、本設計法の最適性および実用性を明らかにするものである。

2. 最適設計問題の設定

鋼Ⅰ桁の設計に際して考慮すべき設計諸元には橋長、桁の配置および本数、支点の位置、各桁要素の桁高および断面寸法、断面変化位置および使用鋼種などがあるが、本研究では、橋長、桁の配置、支点の位置は設計条件として与えられるものとした。また、これまでの研究においてすでに指摘しているように、^{5, 6)} 鋼Ⅰ桁の最適設計問題においては、最適腹板厚が桁高に関して離散的に変化するため、桁高に関して数個の局所的な最小解が存在するので、桁高は連続変数として取り扱うのではなく設計パラメーターとして変化させ、その結果を比較する必要があること、さらに桁高は橋梁の美観上

の観点から決定される要素でもあることなどを考慮し、本研究では桁高は設計パラメータとして与えられるものとし、かつ、全橋長にわたって一定であるとした。したがって、本研究において決定すべき設計変数として各桁要素の桁高を除く全ての断面寸法ID、断面変化位置 L （または桁要素長 ℓ ）および使用鋼種 S を考慮している。（Fig.-1）

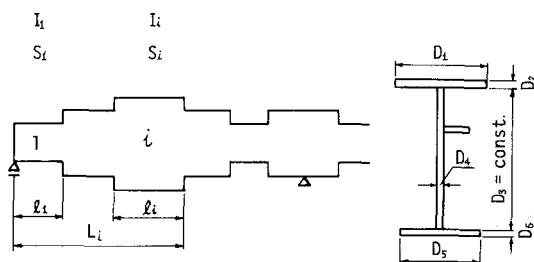


Fig.1 Design Variables

制約条件としては、許容応力度の制限、桁の座屈安定上必要とするフランジおよび腹板の板厚、板幅に関する種々の規定、補剛材の最小剛度に関する規定など、「道路橋示方書・同解説（昭和48年2月）」⁷⁾に規定するプレートガーダーの設計に関するすべての設計条件を考慮し、さらに使用鋼板厚に関して、JIS G 3193（1970年改正）に規定されている市販の離散的な鋼板厚より選択する条件をも考慮している。また使用可能鋼種は、SS(SM)41, SM50, SM58の3種とした。ところで本研究では、特にたわみ制限が設計変数の最適値の決定に支配的な影響を与える鋼I桁の最適設計問題を対象としているので、たわみ制限は道路橋示方書によらず、任意の制限値を考慮するものとした。

つぎに、桁の最適性を判断するための目的関数として桁の全製作費TCOSTを考え、「鋼道路橋原価計算表」⁸⁾にもとづき、次式より算定されるものとした。

$$\left. \begin{aligned} \text{TCOST}(\text{円}) &= \sum_{i=1}^{NM} \text{COST}_i \cdot \ell_i \\ \text{COST}_{is}(\text{円/cm}) &= \text{CM}_{is} + \text{CFF}_{is}(1 + \text{FF}) + \text{CWM}_{is} + \text{CWF}_{is}(1 + \text{FF}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 COST_{is} , CM_{is} , CFF_{is} , CWM_{is} , CWF_{is} はそれぞれ鋼種 S を使用した桁要素 i の単位長さ当りの製作費、鋼材費、溶接組立以外の製作加工費、溶接棒費、溶接組立費である。また FF は直接労務費に対する工場間接費の比率であり、2.20と仮定した。 NM は桁要素数である。

式(1)における鋼材費 CM_i は桁要素の単位長さ当りに使用される各鋼板の所要重量×鋼板の単価の和であり、各使用鋼板の所要重量は、桁の製作における鋼板の歩留を11%と仮定し、設計重量の1.11倍を用いている。各使用鋼板の単価は鋼板のベース価格（＝44,000円/ton）、エキストラ料および規格料の和とし、エキストラ料および規格料は使用鋼板の鋼種および板厚によりそれぞれ異なる値をとるものである。 CFF は組立溶接工程以外の原寸、野書、矯正、切断、孔明、鍛冶、削成、鉸鉋、仮組立などに要する加工費であり、文献8)を参照し、鋼I桁橋の場合、鋼材1ton当り6.1工数とした。また、 CWF は溶接工の労務費であり、桁要素の単位長さにおけるサイズ6mmのすみ肉溶接換算延長、予熱を必要とする鋼材の重量比および直接労務費の関数として計算される。⁸⁾この場合、予熱を必要とする板厚の範囲は使用鋼種により異なる。また本研究では CFF および CWF の算定に使用する直接労務費単価 CP を3,600円/(人,日)と仮定している。なお桁の製作費の算定に関するより詳細な内容については文献5)を参照されたい。

上記の鋼I桁の最適設計問題において、本研究では、まず桁断面に関するすべての制約条件を考慮

し、各桁高および使用可能鋼種ごとに Suboptimization⁴⁾を行ない、I 型断面の断面二次モーメント I と最大抵抗曲げモーメント RBM 、最小製作費 $COST$ および最適断面寸法 D の関係曲線を次式のごとく導入し、桁の

$$RBM_s(I) = A_s I + B_s \tag{2}$$

$$COST_s(I) = C_s I + D_s \tag{3}$$

$$D_{is} = E_s I + F_s \quad (i=1 \cdots ND) \tag{4}$$

ただし、 $A_s, B_s, C_s, D_s, E_s, F_s$ は鋼種、桁高および I の値により定まる定数、 ND は 1 桁要素の桁高以外の断面寸法の数、サフィックス S は鋼種を表わす。断面寸法に関する設計変数を断面二次モーメント I のみに、また、応力度、座屈剛度、板厚板幅比など桁断面に関するたわみ制限以外のすべての制約条件式群を最大作用曲げモーメント BM と最大抵抗曲げモーメント RBM に関する制約条件 $BM \leq RBM$ 一式に集約し、上記の最適設計問題を単純化している。したがって鋼 I 桁の最適設計問題において考慮すべき設計変数は各桁要素の I, S, L または ℓ となり、制約条件式は各桁要素のたわみ制限以外のすべての制約条件に関して、

$$BM_i \leq RBM_{is} = A_s I_{is} + B_s \tag{5}$$

また、着目点 D における最大たわみ δ_D とその許容値 δ_{Da} に関して次の条件を考慮すればよいことになる。

$$\delta_D \leq \delta_{Da} \tag{6}$$

目的関数である桁の製作費 $TCOST$ は、各桁要素の断面二次モーメント I_{is} と桁断面の単位長さ当たりの製作費 $COST_s$ の関係曲線を利用し、次式より算定される。

$$TCOST = \sum_{i=1}^{NM} COST_{is} \cdot \ell_i = \sum_{i=1}^{NM} (C_s I_{is} + D_s) \cdot \ell_i \tag{7}$$

3. 最適設計法の概要

3-1 概説

本研究で対象としている鋼 I 桁の最適設計問題では、連続変数である各桁要素の断面二次モーメント、断面変化位置のみならず SS41, SM50, SM58 などの離散値をとる使用鋼種をも設計変数として考慮している。このような設計変数を有する設計問題では、各桁要素の使用鋼種の種々の組み合わせ毎に連続変数 I, ℓ に関する異なった設計空間が形成され、それぞれの設計空間において異なった最適解

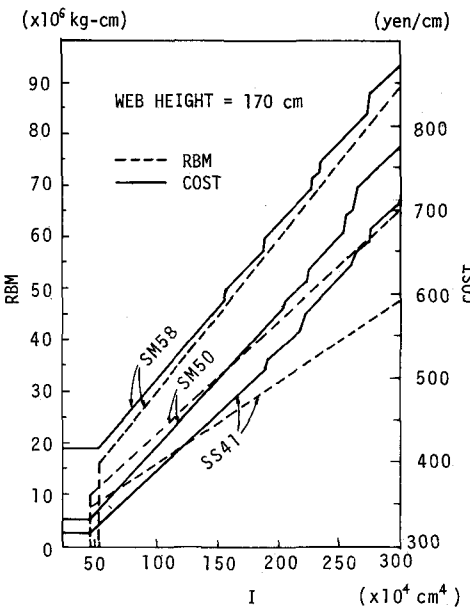


Fig.2 I-RBM, I-COST Relationships for Girders with Web Height = 170 cm

が存在する。したがって、鋼 I 桁の最適な S 、 I 、 ℓ を決定するためには、種々の鋼種の組合わせが形成する各設計空間ごとに、 $BM_i \leq RBM_i$ ($i=1 \cdots NM$) (以下 $BM \leq RBM$ と記す) および $\delta_D \leq \delta_{Da}$ を考慮して最小の製作費を与える I 、 ℓ を求め、その製作費の大小を比較することが必要となる。

このような鋼 I 桁の設計問題に対して、本研究では、まず各桁要素の使用鋼種を一定とした設計空間における最適な I 、 ℓ を決定する方法として、 $BM \leq RBM$ の制約条件に対して文献 5) で大久保らが提案している図式最適設計法、たわみ制限 $\delta \leq \delta_a$ に対して最適規準にもとづく設計法を用い、それぞれ独立に最適解を求め、これらを Envelope 法の考え方を適用してすべての制約条件を満足するように反復改良することにより最適な I および ℓ を決定する方法を用いている。この設計プロセスのため、本研究において鋼 I 桁の $\delta_D = \delta_{Da}$ を満足する最適な I を決定する反復改良式を最適規準にもとづき導入するとともに、断面変化位置 ℓ をも最適規準により決定する方法を提案している。つぎに各桁要素の使用鋼種 S の最適な組合わせは、 $BM \leq RBM$ のみを考慮した図式最適設計法より決定される各桁要素の最適な鋼種の組み合わせを初期値とし、各桁要素の使用鋼種をそれぞれ独立に変化させた場合の製作費の大小を比較し、最も能率的に桁の製作費を減少させる方向に鋼種の改良をくり返す方法により決定している。

つぎに各設計プロセスの詳細について説明する。

3-2 図式最適設計プロセスによる I 、 S 、 ℓ の決定⁵⁾

図式最適設計プロセスは、桁要素の Suboptimization より得られた式 (2) および (3) の I - RBM 、 I - $COST$ 関係曲線および桁断面に作用する最大曲げモーメント BM を用いて、 $BM \leq RBM$ 条件に対する最適な鋼種 S 、断面二次モーメント I および桁要素長 ℓ を図式的に決定するプロセスであり、それぞれ次のようにして決定される。

(1) I の決定

鋼種 S の桁断面 i が最大曲げモーメント BM_i に抵抗し得る最適な断面二次モーメント I_{is} は、

$$BM_i = RBM_{is} = A_s I_{is} + B_s$$

$$\text{より, } I_{is} = (BM_i - B_s) / A_s \quad (8)$$

として Fig. 3 に示すごとく決定することができる。

(2) S の決定

桁要素 i の BM_i に抵抗し得る最も経済的な鋼種 S_i は、(1) で求めた各鋼種の最小製作費 $COST_{is}$ を比較することにより Fig. 3 に示すごとく決定される。すなわち、

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Select} & S \\ \text{such that} & \min \{ COST(I_{is}), \quad (S = SS41, SM50, SM58) \} \\ \text{in which} & I_{is} = (BM_i - B_s) / A_s \end{array} \right\} \quad (9)$$

(3) ℓ の決定

(2) で決定した各桁要素の単位長さ当りの最小製作費 $COST_{is}$ を用いて、Fig. 4 に示すような桁の最小製作費図を導入することができるが、この製作費図の面積は桁の製作費を表わしている。したがって桁の最適な断面変化位置 ℓ は、 $BM_i = RBM_i$ ($i=1 \cdots NM$) の条件を満足しつつこの最小製作費図の面

積を最小化するように各桁要素長 ℓ を改良することにより決定することができる。⁵⁾

いま, Fig. 4 に示すごとく ℓ_i を $\Delta\ell_i$ だけ変化させるものとすれば, $BM_i = RBM_i$ を満足するために必要とする桁の製作費の変化量 $\Delta TCOST_i$ は次式より計算される。

$$\Delta TCOST_i = \Delta COST_i \cdot \ell_i - \Delta COST_{i+1} \cdot \Delta\ell_i \quad (10)$$

ここに, $\Delta COST_{i+1} = COST_{i+1} - (COST_i + \Delta COST_i)$

$\Delta COST_i$ は $\Delta\ell_i$ の変化による BM_i の変化量に対する $COST_i$ の変化量

式 (10) により $\Delta TCOST_i$ の減少する方向に $\Delta\ell_i$ を移動させ, ℓ_i と同時に (1) の操作で I_i をも改良する。さらに ΔBM_i が大きくなれば (2) の操作で S_i の改良も行なう。このようにして $\Delta\ell_i$ の改良をくり返し, $\Delta TCOST_i$ の減少が 0 となった位置を最適な ℓ_i と決定する。このような ℓ およびそれにともなう I , S の改良をすべての桁要素について行なうが, 式 (10) より明らかなように $\Delta\ell_i$ は ℓ_i や $COST_{i+1}$, $COST_i$ などの関数であるため, 各桁要素の ℓ および I , S を一定値に収束させるためには数回の改良のくり返しを必要とする。

上記の図式最適設計プロセスにより決定される最適解を

$$I_{op}^G, \ell_{op}^G, S_{op}^G \text{ とする。}$$

3-3 たわみ制限の最適規準による II の決定

各桁要素の使用鋼種および桁要素長が一定である場合, D 点のたわみ制限 $\delta_D \leq \delta_{Da}$ のみを考慮した場合の鋼 I 桁の各桁要素の最適な断面二次モーメント II の反復改良式は, 目的関数 $F(II)$ と等号のたわみ制限 $\mathcal{G}_D(II) = 0$ より形成されるラグランジュ関数

$$L(II, \lambda_D) = F(II) + \lambda_D \mathcal{G}_D(II) \quad (11)$$

が局所的最小点において満足すべき必要条件

$$\frac{\partial L(II, \lambda_D)}{\partial I_k} = \frac{\partial F(II)}{\partial I_k} + \lambda_D \frac{\partial \mathcal{G}_D(II)}{\partial I_k} = 0 \quad (k=1, \dots, NM) \quad (12)$$

より, 次のごとく導入される。

まず鋼 I 桁の着目点 D における等号のたわみ制限 $\mathcal{G}_D(II) = 0$ を仮想仕事式により表現すると次式を得る。

$$\mathcal{G}_D(II) = \delta_D - \delta_{Da} = \sum_{i=1}^{NM} \frac{\bar{e}_{Di}}{I_i} - \delta_{Da} = 0 \quad (13)$$

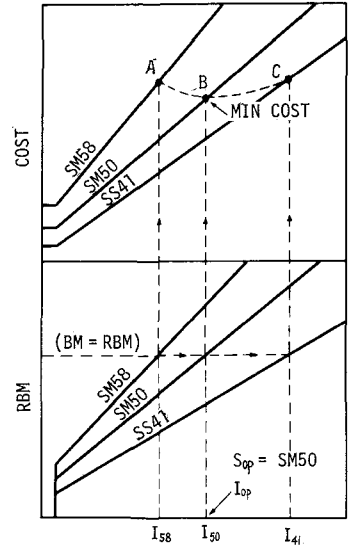


Fig.3 Determination of Min.COST, Sop and Iop

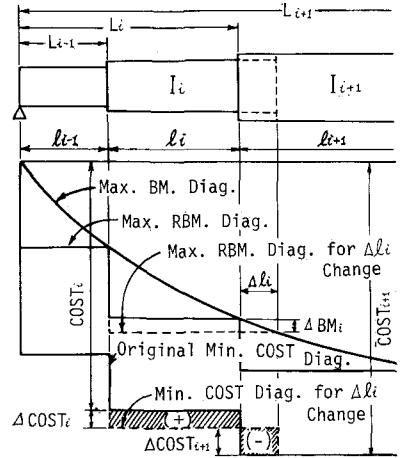


Fig.4 The Change of TCOST due to $\Delta\ell_i$

$$\text{ここに, } \bar{e}_{Di} = \int_{\ell_i} \frac{M_{Di} \bar{M}_{Di}}{E_{is}} d\ell_i$$

M_{Di} : 実荷重による桁要素 i の曲げモーメント。 $\bar{M}_{Di}$: 仮想荷重 $\bar{P} = 1$ による桁要素 i の曲げモーメント, E_{is} : 桁要素 i の使用鋼種 S_i の弾性係数。

また, 最小化すべき目的関数 $F(\Pi)$ は式(1)の TCOST であるので, 式(11)のラグランジュ関数および式(12)の必要条件として次式を得る。

$$L(\Pi, \lambda_D) = \text{TCOST} + \lambda_D \mathcal{G}_D(\Pi) = \sum_{i=1}^{NM} \text{COST}_{is} \cdot \ell_i + \lambda_D \left(\sum_{i=1}^{NM} \frac{\bar{e}_{Di}}{I_{is}} - \delta_{Da} \right) \quad (14)$$

$$\frac{\partial L(\Pi, \lambda_D)}{\partial I_{is}} = C_{is}^* \cdot \ell_i + \lambda_D \left(\frac{\frac{\partial \bar{e}_{Di}}{\partial I_{is}} \cdot I_{is} - \bar{e}_{Di}}{I_{is}^2} \right) = 0 \quad (i=1, \dots, NM) \quad (15)$$

ここに, $C_{is}^* = \frac{\partial \text{COST}_{is}}{\partial I_{is}}$ であり, C_{is}^* は Fig. 2 に示す桁要素の Suboptimization より得られた鋼種 S の I -COST 関係曲線の I_{is} における勾配であり, 式(3)より $C_{is}^* = C_s$ として求められる。 E_{is} はすべての鋼種において一定であり, かつ, I_{is} の変化による M_D および $\bar{M}_D$ の変化を無視すると $\partial \bar{e}_{Di} / \partial I_{is} = 0$ となり, 式(15)は次式のようにまとめられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L(\Pi, \lambda_D)}{\partial I_{is}} &= C_{is}^* \cdot \ell_i - \lambda_D \frac{\bar{e}_{Di}}{I_{is}^2} = 0 \\ \text{または, } C_{is}^* \cdot \ell_i &= \lambda_D \frac{\bar{e}_{Di}}{I_{is}^2} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

上式は, たわみ制限に対する最適規準であり, これより次の I_{is} を得る。

$$I_{is} = \sqrt{\lambda_D} \sqrt{\frac{\bar{e}_{Di}}{C_{is}^* \cdot \ell_i}} \quad (17)$$

この I_{is} を式(13)に代入して次式の $\sqrt{\lambda_D}$ を得る。

$$\sqrt{\lambda_D} = \frac{1}{\delta_{Da}} \cdot \sum_{j=1}^{NM} \sqrt{\bar{e}_{Dj} \cdot C_{js}^* \cdot \ell_j} \quad (18)$$

上式の $\sqrt{\lambda_D}$ を式(17)に代入することにより, $\delta_D = \delta_{Da}$ とするために必要とする I_{is} の算定式として次式を得る。

$$I_{is} = \frac{1}{\delta_{Da}} \cdot \sqrt{\frac{\bar{e}_{Di}}{C_{is}^* \cdot \ell_i}} \cdot \sum_{j=1}^{NM} \sqrt{\bar{e}_{Dj} \cdot C_{js}^* \cdot \ell_j} \quad (19)$$

ところで不静定構造物では, 各構造要素の剛度の変化にともない $M_D, \bar{M}_D$ が変化し, また, 静定構造物のように $M_D, \bar{M}_D$ が不変となる構造物においても, I_{is} の変化にともない C_{is}^* が変化する場合には, 上式により $\delta_D = \delta_{Da}$ を満足する最終的な I_{is} を決定するためには数回の反復計算が必要となり, 次の反復改良式により I_{is} を一定値に収束させることができる。すなわち,

$$\bar{e}_{Di} = e_{Di} \cdot I_{is} \quad (20)$$

$$\text{ただし, } e_{Di} = \int_{\ell_i} \frac{M_{Di} \cdot \bar{M}_{Di}}{E_{is} \cdot I_{is}} d\ell_i$$

を式 (19) に代入して、 I_{is} の反復改良式

$$I_{is}^{\alpha+1} = \frac{1}{\delta_{Da}} \sqrt{\frac{e_{Di} \cdot I_{is}^{\alpha}}{C_{is}^* \cdot \ell_i}} \cdot \sum_{k=1}^{NM} \sqrt{e_{Dk} \cdot I_{ks}^{\alpha} \cdot C_{ks}^* \cdot \ell_k} \quad (i=1, \dots, NM) \quad (21)$$

を得る。この $\delta_D = \delta_{Da}$ の最適規準より決定した $\mathbb{I}$ を $\mathbb{I}_{op}^{\delta}$ とする。

3-4 Envelope 法による $\mathbb{I}$ の決定

3-2 および 3-3 で述べた方法により、 $BM \leq RBM$ および $\delta_D \leq \delta_{Da}$ をそれぞれ独立に考慮した場合の各桁要素の最適断面二次モーメントを決定することができるが、 $BM \leq RBM$, $\delta_D \leq \delta_{Da}$ いずれの制約条件をも満足する最適 $\mathbb{I}$ を決定する方法として本研究では Envelope 法を用いることとした。この Envelope 法は各制約条件をそれぞれ独立に考慮して得られた設計変数値を比較し、各設計変数について最大値を与える制約条件をその変数の active な制約条件とし、他のすべての制約条件に対しては inactive な設計変数とする。このようにして各制約条件に対する active および inactive 変数を決定した後、inactive な設計変数を定数と仮定してその最大値を代入し、active な設計変数の値を決定する方法である。

いま、鋼 I 桁の各桁要素の断面二次モーメントの改良過程において、 I の値が $\delta_D = \delta_{Da}$ より決定される桁要素群を G_{δ} , $BM = RBM$ より決定される桁要素群を G_{σ} とすると、桁のたわみ量 δ_D は G_{δ} および G_{σ} の桁要素群に関して次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \delta_D &= \sum_{i \in G_{\delta}} \frac{G_{\delta}}{I_{is}} \frac{\bar{e}_{Di}}{I_{is}} + \sum_{j \in G_{\sigma}} \frac{G_{\sigma}}{I_{js}} \frac{\bar{e}_{Dj}}{I_{js}} \\ &= \delta_{D\sigma} + \delta_{D\delta} \end{aligned} \quad (22)$$

上式において G_{σ} の断面二次モーメントを定数とすると、 $\delta_{D\sigma}$ は定数となり、たわみ制限の等号条件 $\mathcal{G}_D(\mathbb{I}) = 0$ は次式のごとく表現できる。

$$\mathcal{G}_D(\mathbb{I}) = \sum_{j \in G_{\delta}} \frac{G_{\delta}}{I_{js}} \frac{\bar{e}_{Dj}}{I_{js}} + \delta_{D\sigma} - \delta_{Da} = 0 \quad (23)$$

上式の I_{js} について式 (13) ~ 式 (21) と同様の展開を行なうことにより、たわみ制限に対して active な設計変数 I_{js} ($j \in G_{\delta}$) に対する反復改良式として次式を得る。

$$I_{js}^{\alpha+1} = \frac{1}{\delta_{Da} - \delta_{D\sigma}} \cdot \sqrt{\frac{e_{Dj} \cdot I_{js}^{\alpha}}{C_{js}^* \cdot \ell_j}} \cdot \sum_{k \in G_{\delta}} \sqrt{e_{Dk} \cdot I_{ks}^{\alpha} \cdot C_{ks}^* \cdot \ell_k} \quad (j \in G_{\delta}) \quad (24)$$

一方、 $BM = RBM$ の条件より決定される桁要素の I_{ks} ($k \in G_{\delta}$) は、 $RM = RBM$ あるいは $\delta_D = \delta_{Da}$ より得られる各桁要素の I および S の改良値を用いて桁の再解析を行ない、各桁要素の修正された最大曲げモーメント BM を式 (8) に代入することにより改良することができる。

上記の Envelope 法により改良された $\mathbb{I}$ を $\mathbb{I}_{op}^E$ とする。

3-5 たわみ制限に対して最適な ℓ の決定

BM ≤ RBMのみを考慮した場合の最適な桁要素長は、3-2(3)でのべたごとく桁の最小製作費図の面積を最小化することによって決定したが、たわみ制限に対する最適な ℓ の算定式は式(1)のラグランジュ関数が局所的最小点において満足すべき必要条件 $\partial L / \partial \ell_i = 0$ および $\partial L / \partial I_i = 0$ を利用して次のごとく導入できる。

$$\text{すなわち,} \quad \frac{\partial L}{\partial \ell_i} = (\text{COST}_{Ti+1} - \text{COST}_{Ti}) + \lambda_D \frac{M_i \bar{M}_i}{E_i} \left(\frac{1}{I_{i+1}} - \frac{1}{I_i} \right) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_i} = \frac{\partial \text{COST}_{Ti}}{\partial I_i} \cdot \ell_i - \lambda_D \frac{\bar{E}_i}{I_i^2} = 0 \quad (26)$$

$$\text{式 (26) より,} \quad \lambda_D = \frac{I_i^2 \cdot C_i^* \cdot \ell_i}{\bar{E}_i}, \quad \text{ここに } C_i^* = \frac{\partial \text{COST}_{Ti}}{\partial I_i} \quad (27)$$

を得、これを式(25)に代入することにより、 $\delta_D = \delta_{Da}$ に対して最適な ℓ_i の算定式として次式を得る。

$$\ell_i = \frac{\bar{E}_i (\text{COST}_{Ti} - \text{COST}_{Ti+1})}{I_i^2 \cdot C_i^* \cdot \frac{M_i \bar{M}_i}{E_i} \cdot \left(\frac{1}{I_{i+1}} - \frac{1}{I_i} \right)} \quad \text{ここに, } \bar{E}_i = \int_{\ell_i} \frac{M_i \bar{M}_i}{E_i} d\ell_i \quad (28)$$

ここに $M_i, \bar{M}_i$ は、それぞれ桁要素 i と $i+1$ の境界における実荷重および仮想荷重による曲げモーメントである。

ところで式(28)は ℓ_i の再帰関数であり、かつ局所的最小点においてのみ完全に満足するものである。したがって桁の II, ℓ が局所的あるいは全域的最小点より大きく離れている場合には、式(28)より得られる ℓ_i は必ずしも正確な最適値になるとは限らない。そこで本研究では ℓ_i に対して Move Limit を設け、その変域を制限することにより、 ℓ_i が大きく振動するのを防ぎスムーズに最適値に収束させることができた。また、4章の計算例で示すごとく、鋼種の組合わせおよびたわみの許容量の大きさによっては、その設計空間において ℓ に関する局所的最適解が複数個存在することがあるので、各設計空間における全域的に最適な ℓ を決定するためには、 ℓ の初期値を種々変更して得られる解の TCOST を比較する必要がある。このプロセスにより決定される ℓ を ℓ_{op}^E とする。

3-6 最適使用鋼種の決定および最適設計プロセス

3-2 ~ 3-5 でのべた設計変数の決定プロセスあるいは改良プロセスにより、各桁要素の使用鋼種を一定とした場合の BM ≤ RBM, $\delta_D \leq \delta_{Da}$ の制約条件に対する最適な II, ℓ を決定することができる。さらに、図式最適設計法により BM ≤ RBM のみを考慮した設計問題の最適な使用鋼種をも決定することができる。しかし、たわみ制限が支配的となる鋼 I 桁の各桁要素の最適な使用鋼種を決定するためには 3-1 でのべたごとく、各桁要素の鋼種の組合わせごとに形成される II, ℓ の設計空間における最適解の目的関数値の大小を比較することが必要となる。この場合、桁要素数および使用可能鋼種が多くなるにしたがい、各桁要素の鋼種の組合わせ数が増加し、すべての鋼種の組合わせが形成する設計空間群における最適解を比較することは実際問題として不可能となる。そこで本研究では、図式最適設計プロセスにより決定される最適解 $II_{op}^G, \ell_{op}^G, S_{op}^G$ が BM ≤ RBM のみを考慮した場合の全設計空間における全域的な最適解であり、これがたわみ制限 $\delta_D \leq \delta_{Da}$ をも満足する場合には、最終の最適解となる

ことに着目し、この $\Pi_{op}^G, \ell_{op}^G, S_{op}^G$ を初期値とし、各桁要素の使用鋼種をそれぞれ独立に変化させた場合の最適解、すなわち $\Pi_{op}^{si}, \ell_{op}^{si}, S_i$ の最小製作費 $TCOST_{op}^{si}$ の大小を比較し、最も効率的に桁の製作費を減少させる鋼種の改良をくり返す方法により最終的な最適解 $\Pi_{op}, \ell_{op}, S_{op}$ を決定している。この場合、Fig.2より明らかなごとく、同一の I を有する桁断面の $COST$ は、許容応力度の大きい鋼種ほど高価となるので、たわみ制限を満足させるための鋼種の改良は、許容応力度のより低い鋼種のみに着目してその改良を試みればよい。

本論文で提案している鋼 I 桁の最適設計プロセスの概括的なフローチャートを Fig.5 に示す。

4 計算例および最適性の検討

本論文で提案している設計法の最適性を検討するため、Fig.6 に示す左右対称の3つの桁要素よりなる鋼 I 桁の最適設計問題について考察する。

(1) Π の最適性の検討

まず Π の最適性を検討するため、Fig.6 に示す桁の S_1, S_2 を SM50, ℓ_1 を 750 cm に固定し、 $BM_i \leq RBM_i$ ($i=1,2$)、 $\delta_{Da}=8.0$ cm および 6.0 cm を考慮した場合の最適な I_1, I_2 を決定する問題を考える。

この設計問題の $I_1 - I_2$ 設計空間は Fig.7 に示すごとくになり、その目的関数の等値線と制約条件の関係より明らかに、 $\delta_{Da}=8.0$ cm の場合の最適解は、 $BM_1=RBM_1$ と $\delta_D = \delta_{Da}$ の制約条件の交点 A、 $\delta_{Da}=6.0$ cm の場合は $\delta_D = \delta_{Da}$ 境界線上の B 点が最適点となる。

本論文の方法では、Table 1 に示すごとく $\delta_{Da}=8.0$ cm の場合、桁要素 1 では $BM=RBM$ 、桁要素 2 では $\delta_D = \delta_{Da}$ が active な制約条件となり、 I_2 を Envelope 法の式(24)により改良することにより、正確に Fig.7 の A 点を得ている。また、 $\delta_{Da}=6.0$ cm の場合には I_1, I_2 とともに 3-3 の式(21)より決定され、Fig.7 の B 点と一致している。なお、Table における GODM は図式最適設計プロセス、OCM は最適規準プロセスを表わす。

(2) ℓ の最適性の検討

つぎに ℓ の最適性を検討するため、Fig.6 の桁の鋼種を(1)と同様に

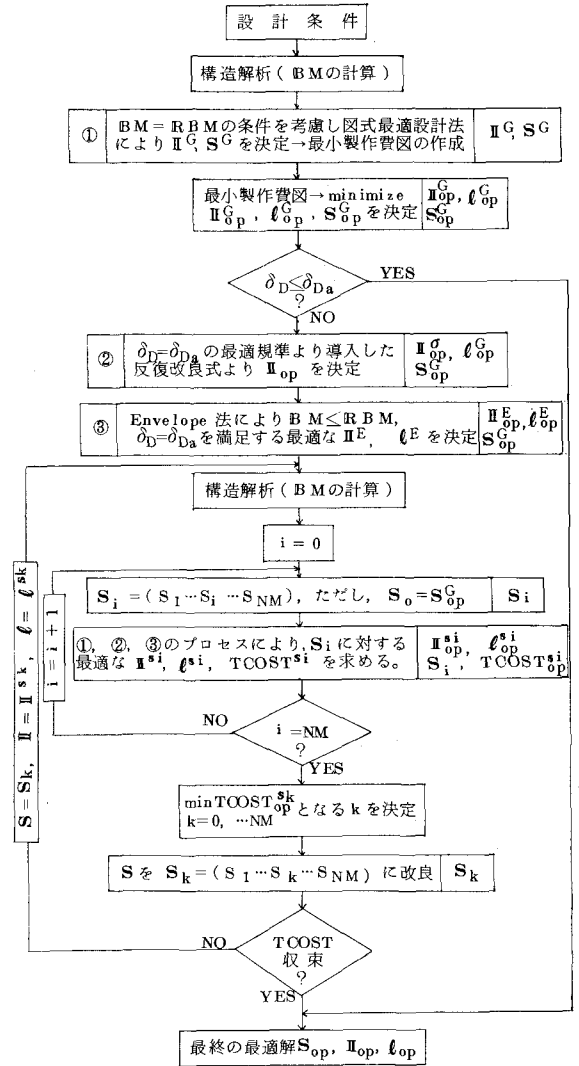


Fig.5 The Optimum Design Procedure

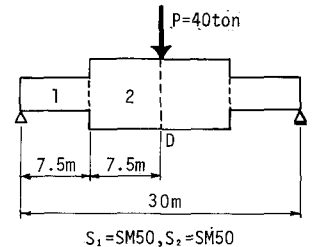


Fig.6 Simple Span Girder (NM=4, WH=170cm)

$S_1=S_2=SM50$ に固定し、式(28)により ℓ_1 を改良した過程を Fig.8 に示す。 $\delta_{Da}=8.0cm$ の場合、 ℓ_1 の初期値を750 cmとすると3回の改良で $\ell_1=546.75cm$ 、TCOST=1287598円に収束し、また、 $\ell_1=350cm$ より出発すると15回の改良で $\ell_1=529.20$ 、TCOST=1288124円に収束した。これらの解の最適性を検討するため種々の ℓ_1 における最小製作費を求めてみるとFig.9のごとくなり、全域的に最小の製作費を与える ℓ_{1op} は586 cm、TCOST_{op}=1286898円となる。この値を上記のおよびTCOSTと比較すると、 ℓ_1 に関して約40~56cm異なるが、TCOSTの差は0.054~0.095%ときわめて小さく、全域的な最適解が得られている。

つぎに、 $\delta_{Da}=6.0cm$ の最適問題において、 ℓ_1 の初期値を750 cmとすると、1回の改良で一定値に収束し、 $\ell_1=718.64cm$ 、TCOST=1490080円を得た。しかし $\ell_1=250cm$ から出発するとMove Limit=0.2で6回の改良により $\ell_1=626.91cm$ 、TCOST=1465956円に収束し、 $\delta_{Da}=8.0cm$ の場合と異なり ℓ_1 の初期値の違いにより異なった解を得ている。この2つの解の最適性を検討するため $\delta_{Da}=8.0cm$ の場合と同様に ℓ_1 とTCOSTの関係を求めてみると、Fig.9に示すごとく $\ell_1=650cm$ 近傍(A)および730cm近傍(B)に局所的最小点が存在し、 $\ell_1=750cm$ より出発した場合には局所的最小点Bに、また $\ell_1=250cm$ より出発した場合には局所的最小点Aに収束したこととなり、本研究の方法の妥当性が明らかとなった。しかし、このことより、鋼I桁の最小製作費問題においては、鋼種の組み合わせおよび δ_a の値によってはその設計空間において ℓ に関して局所的最小点が複数個存在することが明確となったので、全域的に最適な ℓ を決定するためには、 ℓ の初期値を種々変更して得られる解のTCOSTを比較することが必要となる。

(3) 最適鋼種の決定

Fig.6に示す桁の図式最適設計法による最適鋼種は S_1 、 S_2 ともにSM50であるが、この鋼種より出発して $\delta_{Da}=8.0cm$ および6.0cmにおける最適な鋼種を決定した過程を Table 2に示す。 $\delta_{Da}=8.0cm$ の場合、まず S_1 、 S_2 に関して初期鋼種(SM50, SM50)および(SS41, SM50) (SM50, SS41)の組み合わせにおける最小製作費を比較し、(SS41, SM50)に改良する。つぎに(SS41, SM50)、(SS41, SS41)の組合

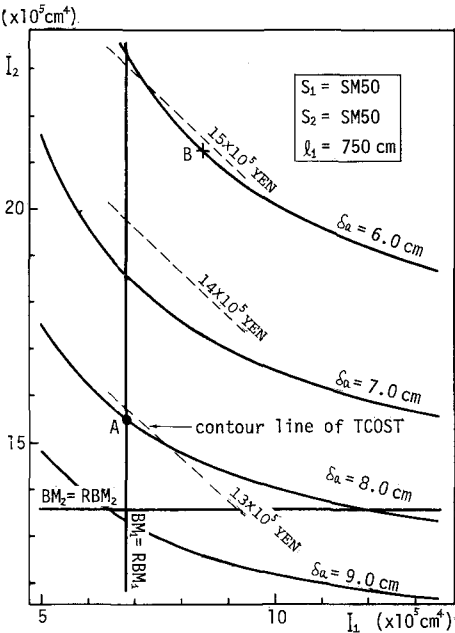


Fig.7 Design space of Simple Span Girder shown in Fig.6

Table 1 Determination of I_1 and I_2
(Design Variables = I_1 , I_2 only)
 $S_1 = SM50$, $S_2 = SM50$, $l_1 = 750$ cm, $\delta_a^* = 8.82$ cm

		GODM	OCM	Envelope 1
$\delta_a = 8.0$ cm	I_1 (cm ⁴)	680023	627059	0 680023
	I_2 (cm ⁴)	1368552	1598685	8 1554578
	TCOST (YEN)	1249119	1290837	1293166
$\delta_a = 6.0$ cm	I_1 (cm ⁴)	680023	836078	8 836078
	I_2 (cm ⁴)	1368552	2131581	6 2131581
	TCOST (YEN)	1249119	1490128	1490128

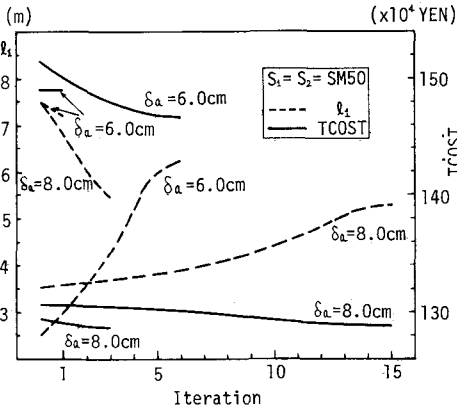


Fig.8 Successive Improvements of l_1

せにおける最小製作費を比較し、改良の余地がないので、最終的に (SS41, SM50) を最適鋼種として決定することができる。(SM50, SM50) の組合せにおける最適解と比較して、最小製作費は0.16% 減少している。

同様のプロセスにより、 $\delta_{na}=6.0\text{ cm}$ の場合の鋼種の改良過程はTable 2 に示すごとく (SM50, SM50) $\rightarrow$ (SM50, SS41) $\rightarrow$ (SS41, SS41) となり、(SS41, SS41) の組合せが最適鋼種となる。(SM50, SM50) の組合せにおける最適解と比較して最小製作費は7.33%減少しており、たわみ制限が厳しい場合には、鋼種が製作費に大きな影響を与える重要な設計変数となることが理解できよう。

上記の鋼種の改良過程の全域的な最適性は自明である。

5. あとがき

本論文において、たわみ制限が支配的となる鋼 I 桁の各桁要素の

断面寸法、桁要素長、使用鋼種を、実用的なレベルで能率的に決定できるハイブリッドな最適設計法の考え方を示し、簡単な例についてその最適性を検討した。実際の構造設計には種々の内容の設計変数や制約条件式が含まれ、それぞれに適した最適化手法を複合して適用することにより、複雑な最適問題を容易に解くことが可能となる。その際、最適設計プロセスを単純化するためには、構造要素の Suboptimize した最適設計データの完備が不可欠となる。また本論文で、最適規準法を幾何形状変数の最適化にも適用できることを示した。最適規準にもとづく設計法は、その応用分野について今後の研究に待つべき点も多いが、その最適解の決定過程は極めて単純であり、大規模構造物の実用的な最適設計法として注目すべき方法の一つであろう。

参考文献

1) R.A.Gellatly and L.Berke: "Optimal Structural Design" AFFDL-TR-70-165, PP.1~65, April, 1971

2) L.Berke and N.S.Kh t: "Use of Optimality Criteria Methods for Large Scale Systems" in "Structural Optimization" AGARD-LS-70, PP.1-1~1-29 October, 1974.

3) R.A.Gellatly and D.M.Dupree: "Examples of Computer - aided Optimal Design of Structures" Introductory Report, PP.77~105, IABSE 10th Congress, Tokyo, 1976

4) 奥村敏恵, 大久保禎二: "Suboptimization による鋼連続桁の最適設計" 土木学会論文報告集, 第215号, PP.1~14, 1973年7月.

5) 大久保禎二, 奥村敏恵: "図式解法による鋼 I 桁の最適設計" 土木学会論文集, 第252号, PP.23~34. 1976年8月.

6) 大久保禎二, 奥村敏恵, 山縣延樹: "変断面鋼 I 桁道路橋の最適設計図表" 愛媛大学紀要, 工学, 8-4, PP.71~96. 昭和52年3月.

7) 日本道路協会: "道路橋示方書・同解説", 昭和48年2月.

8) 日本橋梁建設協会, 鉄骨橋梁協会共編: "鋼道路橋原価計算表" 昭和47年度版.

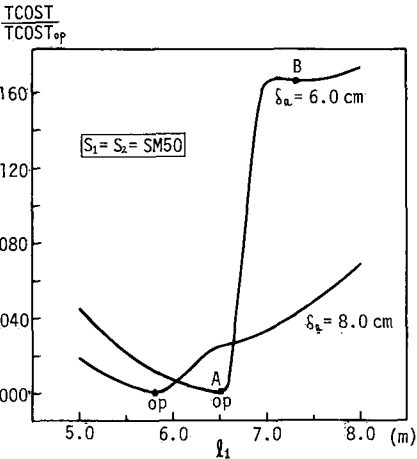


Fig.9 l_1 -TCOST₁/TCOST_{op} Relationships

Table 2 Determination of Optimum Solution
Design Variables = l_1, l_2, S_1, S_2, l_1

				GODM		Improvements of S_1, S_2									
						Initial				1				2	
$\delta_a = 8.0\text{ cm}$	S_1	Active	$I_1\text{ (cm}^4\text{)}$	SM50	ϕ	673618	SM50	ϕ	489389	SM41	ϕ	580001	Same as 1		
	S_2		$I_2\text{ (cm}^4\text{)}$	SM50	ϕ	1368552	SM50	ϕ	1464993	SM50	ϕ	1398095			
	$l_1\text{ (cm)}$			743.00		541.65		471.88							
	TCOST (YEN)			1249105		1287737		1285617							
$\delta_b = 6.0\text{ cm}$	S_1	Active	$I_1\text{ (cm}^4\text{)}$	SM50	ϕ	673618	SM50	ϕ	796114	SM50	ϕ	606719	SM41	ϕ	683116
	S_2		$I_2\text{ (cm}^4\text{)}$	SM50	ϕ	1368552	SM50	ϕ	2107288	SM41	ϕ	1975380	SM41	ϕ	1953857
	$l_1\text{ (cm)}$			743.00		717.23		541.65		554.87					
	TCOST (YEN)			1249105		1490087		1405122		1388313					

MINIMUM COST DESIGN OF HIGHWAY PLATE GIRDERS
BY AN INTEGRATED OPTIMIZATION APPROACH

SADAJI OHKUBO*

MASATO ISHIHARA**

The complexities and difficulties encountered in realistic large scale structural optimization problems are caused mainly by the various characteristic and a large number of design variables and constraints involved in the structural systems. Especially in the problems in which the rigidity requirements play an important part in the decisions of optimum solutions, it has been pointed out that the optimization approaches developed by using mathematical programming algorithms compel a large increase in the number of analysis iterations to decide the optimum solutions with increase in the number of design variables and constraints then tend to become costly and to decrease reliability and accuracy.

In this paper an integrated optimization approach is presented for the minimum cost design problems of highway plate girders in which the optimum solutions are directly affected by displacement requirements.

The girder problems are simplified first by using the suboptimization of girder sections⁴⁾ and the design method is developed on the bases of following design processes.

Determination of Optimum I The optimum moment of inertia I , length ℓ , and steel type S to be used for each girder segment for all of the constraints except displacement requirement are determined by minimizing area of the cost diagram of girder in the graphical optimization process proposed by the author previously⁵⁾ and I for equality displacement constraint $\delta = \delta_a$ is calculated directly by the recursion formula which is derived using the optimality criterion for $\delta = \delta_a$. The final optimum I are then determined by using "envelope method" which is a simplified approximate algorithm to the rigorous optimality.

Determination of Optimum ℓ For the decision of optimum segment length ℓ for $\delta = \delta_a$ requirement a recursion formula is also derived in this paper by use of the necessary conditions of Lagrange function. The values of I and ℓ are affected each other in their formulas several redesign iterations are then needed to reach a converged solution but the computational efforts are quite small compare with mathematical programming algorithms.

Determination of Optimum S The design spaces on I and ℓ are changed discretely among the combinations of steel types used for the girder segments, and consequently comparisons of the minimum total costs in the design spaces should be made to determine the global optimum S . In the proposed design approach the search of S is started from the optimum S obtained by the graphical optimization process and by using "Univariate algorithm" S in each segment is attempted to improve to the weaker steel type separately, where the optimum I , ℓ and minimum total cost in the new design space are decided by the above-mentioned design processes. The improvements of S is continued until global optimum S is obtained.

The design approach presented herein is obviously an approximate optimization method and further inspections for large scale problems still remain. However, the simple numerical examples show that the convergency to the global or local optimum solutions are quite well and computational efforts needed are extremely small and the fact clarify the effectiveness and practicality of the proposed design method.

* Department of Civil Engineering, Ehime University

** Graduate Student, Department of Civil Engineering, Ehime University