

(9) ケーブルの動特性に及ぼす曲げ抵抗の影響

東京大学 ○山口 宏樹, 宮田 利雄, 伊藤 学

1. はじめに

ケーブルは多数の素線の集合体であって、その変形、および対応する剛性は大変に複雑であるが、通常、断面の径に比べて十分大きな部材長で用いられ、1次元部材として扱われる。1次元部材の変形パラメータは一般に7つある¹⁾が、ケーブルの場合、断面が円形充実断面に近いということから、変形パラメータは伸び、曲げ2方向、ねじれの4つとなる。さらにケーブルでは、その径に比して細い径のワイヤがより合されたり、あるいは平行に束ねられたりして、曲げ剛性、およびねじれ剛性が全般に小さく、構造システム全体におけるケーブルの挙動を問題とするときにはそれらを無視し、変形パラメータとして伸び1つを採るのが普通である。他方、吊橋の塔頂部、あるいはケーブルバンド部等の箇所ではケーブル系の変形によって生ずる不均一応力(曲げによる2次応力)が重要となり、パラレルワイヤ・ストランド(PWS)についてのこの方面の研究は比較的多くなされている²⁾。

このようにケーブルを扱う場合、局所的な曲げ効果というものは考えられることが多いものの、構造全体の挙動を見る場合に曲げ抵抗の影響を論ずることはほとんどなく、著者の知る限りでは、西村ら³⁾がロープの振動特性に及ぼす曲げ剛性の影響について述べた簡単なコメントがあるだけである。そもそも、ケーブルというものが材軸引張力のみによって力の伝達される部材であって、完全可撓性を有する1次元部材として扱われたことからすれば、これは当然ともいえよう。しかし、近年、ケーブル部材の通用範囲は拡大されつつあり、例えばPC斜張橋での斜張ケーブル、下路アーチ橋の吊材等、ケーブルと称しても径に比して長さが短く、しかもそれがPWSやLCR(ロックドコイルロープ)のように曲げ抵抗を無視し得ぬのではないかと思われる使い方も少なくない。従って、ケーブルの曲げ抵抗がその挙動にどの程度影響するかを知っておくことは、特にケーブルの動特性を論ずる上で検討しておくべき問題である。

このような観点から、本論文では、曲げ抵抗がケーブルの動特性にいかに関与するかを論ずる。基礎方程式を誘導するにあたり、曲げ剛性が無視し得ないとしてもケーブルの特徴がflexibleな点にあることを考えれば、3次元の挙動を論ずるのが至当であり、従って必然的にねじれ剛性をも考慮する必要性が生じてくる。そこで基礎方程式としては、伸び、曲げ2方向、ねじれの4つの変形パラメータを有する充実断面1次元部材に関する一般式を導く。次にその基礎方程式から、曲げ抵抗を考慮したケーブルの支配方程式を求め、支配方程式から曲げ抵抗の効果に関する考察を行う。さらに、ケーブルの動特性の一例として面内線形自由振動特性を考え、数値パラメータ解析によって曲げ抵抗の影響を明らかにする。

もっとも、ケーブルの曲げ剛性や伸び剛性、ねじれ剛性は、ケーブルが素線の集合体であるがため、普通の棒材のようにヤング率と断面性状とから一義的に決定され得るものではなく、PWS, LCR等、ケーブルの種類に応じて独自の剛性を考える必要がある。前述のPWSについての2次応力問題の研究²⁾では、ケーブルバンド間を1つの積層要素としてモデル化し、素線間のすべりを考慮したり、またラ

ツピング'されている場合には別の扱いをする等、複雑な解析をしており、曲げ剛性評価の困難さを示している。このように、複雑な剛性を有するケーブルの、剛性そのものを評価すること自体、難しい問題であり、実験的にもデータが得られていないのが現状であるが、ここでは簡単のため、ケーブルを均質な曲線棒として扱い、その換算剛性が与えられているものとして考える。

2. 基礎方程式

ケーブルを軸力、曲げ、およびねじりを受ける1次元部材として考えた場合、その運動に関する基礎方程式を以下の仮定のもとに導く。

- (i) ケーブルの断面は平面を保持する。
- (ii) ケーブル断面には面内ひずみは生じない。
- (iii) せん断変形、および曲げによる回転慣性は無視する。
- (iv) ねじりに関しては St. Venant のねじりのみを考える。
- (v) ひずみは1に対して十分小さな微小ひずみとする。

仮定(i)~(ii)は、ケーブルの断面寸法が部材長に比べて十分に小さい場合に設定され得るものであるが、振動を論ずる場合には仮定(iii)による誤差が大きくなり得ることに注意する必要がある。また仮定(iv)はケーブルを円形に近い完美断面棒として扱うことによるものである。

2.1 座標系、および空間曲線の幾何

任意時刻におけるケーブル重心軸は滑らかな空間曲線と与えられるものとし、その重心線と与える空間曲線の位置を空間に固定した右手系直交デカルト座標 $\{x, y, z\}$ で規定するものとする。一う、任意時刻 t のケーブル重心線に沿う曲線座標 (物体固定座標) を s とすれば、任意時刻 t におけるケーブル重心線上の状態量はパラメータ s 、および t を独立変数として定義される。従って、空間固定座標の基ベクトルを $\hat{i}_x, \hat{i}_y, \hat{i}_z$ とすれば、ケーブル重心線上の任意点の位置ベクトル $\mathbf{r}$ は次のように表わされる。

$$\mathbf{r}(s, t) = [x(s, t) \ y(s, t) \ z(s, t)] [\hat{i}_x \ \hat{i}_y \ \hat{i}_z]^T \quad (1)$$

このとき、その点での接線ベクトル、法線ベクトル、倍法線ベクトルをそれぞれ、 λ, μ, ν で表わせば、各ベクトルは次式のように定義される⁴⁾。

$$\lambda \equiv \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}, \quad \mu \equiv \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \lambda}{\partial s}, \quad \nu \equiv -\frac{1}{\tau} \left(\frac{\partial \mu}{\partial s} + \kappa \lambda \right) \quad (2.a, b, c)$$

ここで κ は曲率 (正数)、 τ はねじれ率であり、 τ の符号は μ, λ がこの順で右手系をなすように決定するものとする。式(1)を式(2.a, b, c)に代入すれば、倍法線、法線、接線、各ベクトルと空間基ベクトルとの関係が次のように求まる。

$$\begin{Bmatrix} \nu \\ \mu \\ \lambda \end{Bmatrix} = [T_s] \begin{Bmatrix} \hat{i}_x \\ \hat{i}_y \\ \hat{i}_z \end{Bmatrix}, \quad [T_s] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial s^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right) & \frac{1}{\kappa} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial s^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right) & \frac{1}{\kappa} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial s^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right) \\ \frac{1}{\kappa} \frac{\partial^2 x}{\partial s^2} & \frac{1}{\kappa} \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} & \frac{1}{\kappa} \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (3.a, b)$$

さらに重心軸に直角な断面の主軸2方向に重ねて直交直線座標 $\{\xi, \eta\}$ を定め、重心軸に沿う曲線 s を $\{\xi, \eta, s\}$ が右手系となるように選んで物体固定座標 $\{\xi, \eta, s\}$ を定義する。その基ベクトルを $\hat{\xi}, \hat{\eta}, \hat{s}$ とすれば、ケーブル断面のねじれ回転を規定するパラメータ θ を導入することにより、次の関係式が得られる。

$$[\nu \mu \lambda]^T = [T_m][\hat{\xi} \hat{\eta} \hat{s}]^T \quad (4.a)$$

$$[T_m] = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.b)$$

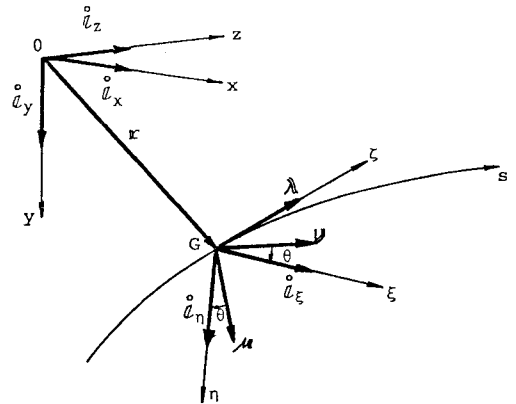


図-1 座標系

なお、 θ は ν, μ, λ を基準として図-1のように定義するものとする。

2.2 運動方程式

任意時刻のケーブルの、任意断面に作用する断面力ベクトルは力ベクトルとモーメントベクトルとから成り、ケーブル重心線に沿う曲線座標 s に関する正の面に對してそれぞれ F, M と表わす。

一、外力として曲線座標 s の単位長さ当りの分布外力 $\bar{p}$ 、および分布モーメント $\bar{m}$ を考えれば、ケーブル微小要素 $[s, s+ds]$ の力、およびモーメントのつり合い(図-2)からケーブルの運動方程式が得られる。

$$\frac{\partial F}{\partial s} - p \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} + \bar{p} = 0 \quad (5.a)$$

$$\frac{\partial M}{\partial s} + \lambda \times F - p J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \lambda + \bar{m} = 0 \quad (5.b)$$

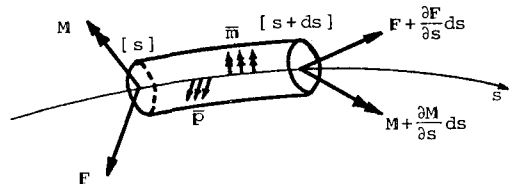


図-2 ケーブル微小要素

ただし、 p は s に沿う単位長さ当りのケーブル質量、 J はケーブル断面の極慣性モーメントである。

なおモーメントのつり合い式(5.b)で、慣性力としては撓線方向のねじれ慣性モーメントのみを考え、曲げによる回転慣性を無視している。

2.3 断面力・変形関係式(ケーブルの変形)

断面力ベクトルは力ベクトル F 、およびモーメントベクトル M であるが、力ベクトルについては張力ベクトル T とせん断力ベクトル Q とに分解でき、モーメントベクトルについては曲げモーメントベクトル M_B とねじりモーメントベクトル M_T とに分解できる。さらに曲げ剛性が主軸2方向で異なる断面を考えれば、曲げモーメントベクトル M_B は2つの主軸まわりの曲げモーメント $M_{B\xi}, M_{B\eta}$ の和として与えられる。

$$F = T + Q, \quad M = M_B + M_T, \quad M_B = M_{B\xi} + M_{B\eta} \quad (6.a, b, c)$$

このように、断面力としては張力、せん断力、2つの曲げモーメント、およびねじりモーメントの

5つあるが、ここではせん断変形を考えないので、断面力に対する変形パラメータは伸び変形、曲げ変形2つ、およびねじれ変形の4つである。

ケーブルの任意点での伸び率を ϵ （無応力状態基準の伸びひずみ）とすれば、張力 T と伸び率 ϵ とは伸び弾性 EA を介して関係づけられるから、次式が成り立つ。

$$\Pi = T\lambda = EA\epsilon\lambda \quad (7)$$

—う、モーメントベクトルに対する変形ベクトルは、物体固定基ベクトル $\hat{u}_x, \hat{u}_y, \hat{u}_z$ の回転角の変化率を表すベクトルと考えられ、その回転角変化率ベクトルは $\hat{u}_x \times (\partial \hat{u}_x / \partial s)$ 等と与えられるから、モーメント-変形関係式は次のように表わされる。

$$M = M_{B_x} + M_{B_y} + M_T = [-EI_x \kappa \cos \theta \quad EI_y \kappa \sin \theta \quad EJ(\frac{\partial \theta}{\partial s} + \gamma)] [\hat{u}_x \quad \hat{u}_y \quad \hat{u}_z]^T \quad (8)$$

ただし、ここでは無応力状態を無ひずみ状態としている。

2.4 変形-変位関係式

伸び率 ϵ 、曲率 κ 、ねじれ率 γ と変位との関係はそれぞれの定義式から次のように導かれる。

$$\epsilon = \left\{ \left(\frac{\partial x}{\partial s_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial s_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial s_0} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} - 1 \quad (9.a)$$

$$\kappa = \left\{ \left(\frac{\partial^2 x}{\partial s^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial s^2} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (9.b)$$

$$\gamma = \frac{1}{\kappa^2} \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial s^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} \\ \frac{\partial^3 x}{\partial s^3} & \frac{\partial^3 y}{\partial s^3} & \frac{\partial^3 z}{\partial s^3} \end{vmatrix} \quad (9.c)$$

ただし、 s_0 は無応力状態でのケーブル重心線に於ける埋込座標である。従って伸び率 ϵ は無応力状態を基準として定義している。

3. 曲げ抵抗を考慮したケーブルの運動に関する支配方程式

2で導いた基礎方程式から、主としてベクトル表示された運動方程式を各成分に書き下すことを考える。まず軸力、曲げ、ねじれを受けも1次元部材としてのケーブルの一般的な支配方程式を導く。次に面内曲げ問題に対する支配方程式を示し、これらの支配方程式から考察を加える。

3.1 軸力、曲げ、およびねじれを受けも1次元部材としてのケーブルの支配方程式

ケーブルの任意点での断面力ベクトルを、その点での空間主3方向成分に分解する。

$$F = Q_N \psi + Q_M \mu + T \lambda, \quad M = M_N \psi + M_M \mu + M_T \lambda \quad (10.a, b)$$

ベクトル表示された運動方程式(5.a, b)に上式を代入し、Serret-Frenetの関係式⁽⁴⁾を用いて整理すれば、次式が得られる。

$$\left(\frac{\partial Q_N}{\partial s} - \gamma Q_M \right) \psi + \left(\frac{\partial Q_M}{\partial s} + \gamma Q_N + \kappa T \right) \mu + \left(\frac{\partial T}{\partial s} - \kappa Q_M \right) \lambda - \rho \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} + \bar{r} = 0 \quad (11.a)$$

$$\left(\frac{\partial M_N}{\partial s} - \gamma M_M - Q_M \right) \psi + \left(\frac{\partial M_M}{\partial s} + \gamma M_N + \kappa M_T + Q_N \right) \mu + \left(\frac{\partial M_T}{\partial s} - \kappa M_M - \rho J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right) \lambda + \bar{m} = 0 \quad (11.b)$$

分布モーメント $\bar{m}$ が作用しない場合を考えれば（この仮定はケーブルの場合に十分一般的仮定である）、式(11.b)からせん断力とモーメントの関係式、およびねじれ運動方程式が導かれる。

$$Q_\nu = -\left(\frac{\partial M_\nu}{\partial s} + 2M_\nu + kM_T\right), Q_M = \frac{\partial M_\nu}{\partial s} - 2M_\nu; \quad \frac{\partial M_T}{\partial s} - kM_\nu - PJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (12.a, b); (13)$$

—3, 式(11.a)からはたわみ振動に関する運動方程式が導かれる。分布外力ベクトルを空間固定成分 $\bar{X}_x, \bar{X}_y, \bar{X}_z$ で表わし, 式(1), (3.a, b)を式(11.a)に代入することにより次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial s} \left\{ Q_\nu \frac{1}{k} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} - \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right) + Q_M \frac{1}{k} \frac{\partial^2 x}{\partial s^2} + T \frac{\partial x}{\partial s} \right\} - P \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \bar{X}_x = 0 \quad (14.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left\{ Q_\nu \frac{1}{k} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial s^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} - \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right) + Q_M \frac{1}{k} \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} + T \frac{\partial y}{\partial s} \right\} - P \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \bar{X}_y = 0 \quad (14.b)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left\{ Q_\nu \frac{1}{k} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial s^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right) + Q_M \frac{1}{k} \frac{\partial^2}{\partial s^2} + T \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right\} - P \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \bar{X}_z = 0 \quad (14.c)$$

また, 式(4.a, b), (8)を用いて曲げモーメント M_ν, M_M と変形との関係式を求めると,

$$M_\nu = -\{EI_\xi k \cos^2 \theta + EI_\eta k \sin^2 \theta\}, M_M = -EI_\xi k \sin \theta \cos \theta + EI_\eta k \sin \theta \cos \theta \quad (15.a, b)$$

3.2 面内曲げ問題

テーブルは初期状態において空間固定座標の $y-z$ 面内に静止しているものとし, x 方向の変位は y, z 方向の変位に影響することなく拘束されているものとする。さらにおしね剛性 EJ を無視し, おしねに関するパラメータ θ を取り除くと, 面内曲げ問題の支配方程式が次のように導かれる。

$$\text{運動方程式: } \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial M}{\partial s} \frac{1}{k} \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} + T \frac{\partial y}{\partial s} \right) - P \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \bar{X}_y = 0 \quad (16.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial M}{\partial s} \frac{1}{k} \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} + T \frac{\partial z}{\partial s} \right) - P \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \bar{X}_z = 0 \quad (16.b)$$

$$\text{断面力・変形関係式: } T = EAE, \quad M = -EI k \quad (17.a, b)$$

$$\text{変形・変位関係式: } \epsilon = \left\{ \left(\frac{\partial y}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial s} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} - 1, \quad k = \left\{ \left(\frac{\partial y}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial s} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (18.a, b)$$

3.3 支配方程式からの考察

テーブルのたわみ振動に関する運動方程式(16.a, b, c)をみると, いわゆる慣性力に相当する項はせん断力成分と張力成分である。せん断力は式(12.a, b)に示されるように曲げモーメントに依存する断面力であるから, テーブルの挙動に及ぼす曲げ抵抗の影響が有意であるか否かは, 一口で言ってしまうと, 張力に対するせん断力が有意であるか否かということになる。しかし, 張力, せん断力は断面力であってあくまで局所的なものでしかないので, 局所的にせん断力が有意だからといって, 対象とする現象によつては必ずしも曲げ効果が大きくなるとはいえない。さらに具体的な考察は面内問題についてのみ行なうが, テーブルの挙動に及ぼす曲げ抵抗の影響を論ずる上で一般性は失われないうものと思われる。面内曲げ問題の場合, 式(12.a), (17.b)からせん断力 Q は次のように表わされる。

$$Q = \frac{\partial M}{\partial s} = -EI \frac{\partial k}{\partial s} \quad (19)$$

$\partial k / \partial s$ は曲率変化を意味し, $[L^{-2}]$ の次元を有する。問題とする現象の代表長 l を導入し, これを l^2 で無次元化して $(\partial k / \partial s)^* = \partial k / \partial s \cdot l^2$ とすれば, 無次元化された曲率変化 $(\partial k / \partial s)^*$ は伸び率 ϵ に対する。従つて伸び剛性に対する曲げ抵抗は, 曲げ剛性 EI と代表長 l の二乗で除した曲げ抵抗パラメ

$\gamma = EI/l^3$ となる。ケーブル材料、および問題とする現象が与えられれば EA , EI/l^3 は決定されるわけだ、曲げ効果の有意性は伸び率に対する曲率変化の大きさに依存するが、その効きは曲げ抵抗パラメータ $\gamma = EI/l^3$ と伸び剛性 EA との比で決定される。ケーブルの材料特性として EA と EI との関係にそれほど有意な変動は考えられないから、結局、曲げ効果に最も大きな影響を及ぼすパラメータ γ は問題とする現象の代表長 l となる。

ケーブルの場合、曲げ剛性 EI そのものが等断面の元等断面棒のそれよりかなり小さい。のみならず、全体系の挙動を問題とすることの多い動的現象を扱う場合には、その代表長が相当に大きく、曲げ抵抗パラメータ $\gamma = EI/l^3$ は伸び剛性に比べて十分に小さくなり、曲げ抵抗が無視できるとされるわけである。一う、スラが問題となる場合は、代表長 l が小さく、 EI/l^3 が大きくなって曲げによる二次スラを考慮する必要があると理解されよう。

以上、支配方程式から定性的な考察を行った。ケーブルの動特性に及ぼす曲げ抵抗の影響に関してさらに詳しく考察をするには、ここで扱った断面力を代表長 l にわたって積分することにより得られる現象（応答）そのものを扱わねばならない。その際、曲げ抵抗パラメータ $\gamma = EI/l^3$ が曲げ効果を論ずる上で一つの重要なパラメータとなることに変わりはない。

4. 面内線形自由振動特性に及ぼす曲げ抵抗の影響

ケーブルは、曲げ剛性が無視し得ないとしてもやはり flexible な部材を意味する。従って、ケーブルの動特性としては 3 次元空間での挙動を問題とすべきである。しかし、曲げを考慮した部材の 3 次元問題では必然的におれという変形パラメータ γ が付加されることになり、その支配方程式は複雑であって解を得ることは難しい問題といえる。そこで問題を鉛直面内 2 次元に限り、しかも微小変位を対象とした線形振動を扱うものとして、ケーブルの動特性の中で最も基本的な面内線形自由振動特性につき、曲げ抵抗の影響を調べた。

解析法は、面内曲げ問題の支配方程式 (16)~(18) から増分形の線形化された式を求め、基準状態を初期状態にとりて面内線形自由振動の支配方程式を導いた後、Galerkin 法によって固有振動解析をするというものである。

完全可撓性ケーブルの固有振動特性を支配するパラメータは形状パラメータ（サグ比 σ 、支点間傾斜角 θ ）と材料パラメータ γ であるが、曲げ抵抗を考慮した場合にはさらに曲げ抵抗比 $r = (EI/l^3)/EA$ （ l はスパン長）があり、ここではサグ比 σ と曲げ抵抗比 r に着目して解析を行った。

$R^2 = 900$, $\theta = 0^\circ$ の場合、 $\sigma = 10^{-7}$, 0.026 , 0.1 の各サグ比を有するケーブルの、低次 5 つの固有振動数 ω^* について曲げ抵抗比 r の影響をみたものが図-3 である。横軸が r 、縦軸は完全可撓性ケーブルの固有振動数 ω_0^* との相対誤差 $\{(\omega^* - \omega_0^*)/\omega_0^*\} \times 100 (\%)$ で、

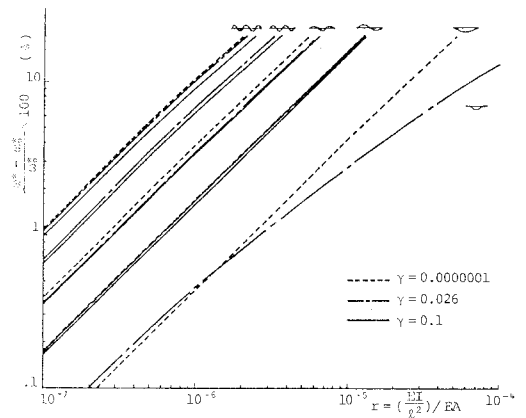


図-3 曲げ抵抗比に対する固有振動数の変化
 ($R^2 = 900$, $\theta = 0^\circ$)

両軸とも対数目盛である。図-3で r を固定し、各次振動数への曲げ抵抗の影響に着目すると、曲げを考慮したケーブルの固有振動数 ω^* は完全可撓性ケーブルの振動数 ω_0^* より大きく、その差は振動モード形の曲率変化の多い高次振動ほど大きいことがわかる。しかもその度合はサグ比に依存していない。また r を変化させた場合の固有振動数の変化率に着目すると、 $r=0.026$ の場合の第1次振動を除いて、振動次数、サグ比によらずほぼ一定であることがいえる。

図-4には $r=10^{-5}$ のときの、サグ比に対する固有振動数の変化を、完全可撓性ケーブルと比較して示した。これを見ると、対称モードに対する固有振動数 ω^* では、サグ比の増加に伴ったモード遷移⁵⁾により、2曲げ抵抗の影響が次第に大きくなっていく。ただモード遷移領域内のサグ比では曲げの影響は逐に小さい。一方逐対称モードでは、サグ比に依存せずに曲げ抵抗の影響はほぼ一定である。その結果、固有振動数曲線の交点がサグ比の大きな方向へ移動している。従ってモード遷移領域内のサグ比($r=0.026$ もその一例)の場合には、曲げ抵抗比 r の増加に伴い、モード形が変化していることが考えられ、モード形が一定と考えられる $r=10^{-7}$ 、 0.1 の場合と違った変化率を図-5と示しているといえる。実際、モード形を見ると(図-5)、曲げ抵抗を考慮したケーブルのモード形のほうが曲率変化が少なくなっている。ここでの計算例では $r=10^{-7} \sim 10^{-4}$ に対する結果を示したが、過去のケーブル使用例ではさらに小さな値であると推定され、低次固有振動に及ぼす曲げ抵抗の影響はほとんど無視できるものと思われる。

5. まとめ

ケーブルを完美断面を有する一般の1次元部材として考え、その支配方程式を導いて考察を加えた。その結果、ケーブルの動特性に及ぼす曲げ抵抗の影響に関して支配的な要因は、問題とする現象の代表長さであって、それと曲げ剛性 EI とからなるパラメータ $-EI/L^2$ が曲げ効果を論ずる上で重要になることがわかった。また、ケーブルの動特性の一例として面内線形自由振動特性を考え、パラメータ解析による固有振動特性に及ぼす曲げの影響を明らかにした。

(参考文献)

- 1) 阿井正博：1次元構造要素の幾何学的非線形問題について，東京大学学位論文，1979，3月。
- 2) 例えは、中村，新家，西村：ワイヤランピングされた吊橋平行線ケーブルの2次元力解析，土木学会論文集，第288号，1979，8月。
- 3) 西村，広中，新家：ロープの振動特性に関する実験的研究，土木学会第32回年次学術，I-177，1977，10月。
- 4) Sokolnikoff, I.S.: TENSOR ANALYSIS, John Wiley & Sons, 1951.
- 5) 山口，伊藤：単ケーブルの三次元線形自由振動，土木学会論文集，第286号，1979，6月。

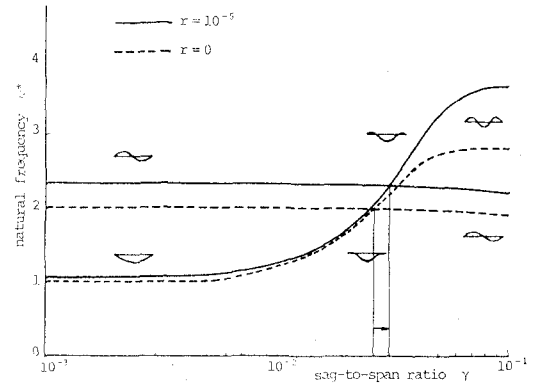
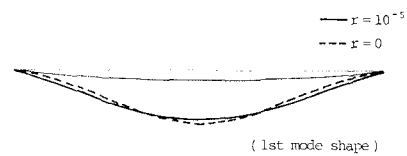


図-4 サグ比に対する固有振動数の変化($k^2=900, \theta=0^\circ$)



(a) $k^2=900, \theta=0^\circ, \gamma=0.026$

図-5 曲げ抵抗のモード形への影響

Bending Effects on Dynamic Characteristics of Cable

by Hiroki YAMAGUCHI*, Toshio MIYATA** and Manabu ITO***

Cable has been primarily treated as tension member neglecting its bending rigidity when the behaviors of cable in a total structural system were considered. In recent years, however, cables are also used for short members where their bending rigidity cannot be neglected. Thus it seems necessary to study the bending effects particularly on the dynamic behaviors of cables. In this paper, starting with the derivation of nonlinear basic equations to describe the dynamic three dimensional motion taking account of the bending rigidity, bending effects are investigated from the governing equations. As a result it is found that the principal parameter of the problem is bending resistance EI/ℓ^2 , in which EI is bending rigidity and ℓ is characteristic length in given phenomenon. In addition, effects of the bending rigidity on in-plane natural vibrations of a suspended cable are analysed and the results are compared with the case of flexible cable. The content of this paper is as follows:

1. Introduction
2. Basic equations of cable considering bending rigidity
 - 2.1: Coordinate systems and geometry of space curves
 - 2.2: Equations of motion
 - 2.3: Generalized stress-strain relations
 - 2.4: Generalized strain-displacement relations
3. Equations to govern the dynamic motion
 - 3.1: General governing equations of cable taking account of bending rigidity
 - 3.2: In-plane bending
 - 3.3: Considerations of bending effects
4. Bending effects on in-plane natural vibrations
5. Concluding remarks

* Graduate Student, Fac. of Engineering, University of Tokyo.

** Assoc. Professor, ditto.

*** Professor, ditto.