

(7) 間接実測値の解析方法に関する研究

筑波大学 今井 弘

§ 1. はじめに

現在では、静的な外力に対する構造物の変形や応力を理論的に解析する手段として、大型電子計算機の汎用プログラムを身近に利用することができるので、どのような構造物でもその力学的性質を解明できるのではないかと錯覚する。電子計算機の汎用プログラムで解法原理として用いられている直接剛性法では、構造物を単純な線材又は面材の要素に分割し、各要素の剛性行列を加算して構造物全体の剛性行列を求めており、全体の剛性行列の逆行列に外力ベクトルを乗ずることによつて節点の変位を解析し、次にひずみや応力を求めている。従つて、要素の力学的性質（剛性）を比較的簡単に事実に合わせて仮定できる弾性範囲内では、どのような構造物でも理論的に数値解析することが可能であり、またその解析結果も事実を良く表わしているものと一般に判断しても良いであろう。

しかしながら要素が塑性域に入ると要素の力学的性質を事実に合わせて仮定することがむずかしいため、構造物を理論解析することはできても解析結果が事実を良く表わしていると断定することはできず、解析結果への信頼性が大きな問題となつてくる。

静加力実験を通して得られる試験体の変形やひずみの実測値と解析モデルの弾塑性理論解析結果が良く対応する場合には、解析仮定が事実を良く表わしていると考え、解析結果の信頼性が高いと一般に判断されているが、解析前に素材又は部材の剛性を仮定しているので、理論解析結果が実験値と良く一致しても解析仮定が事実を良く表わしているとは断言できない。別の表現をするならば、理論解析仮定は事実（これを定量化したものが実測値である）に対し十分条件を備えているが必要条件を備えているとは限らない。従つて理論解析仮定が同時に必要条件も満足しているかを調べる必要があるが、今までは適当な解析方法がなかつたため諸元の異なる数多くの試験体、又は同一試験体の数多くの実測値に対し同一理論が良く成立することを確認することによつて、理論解析仮定が同時に必要条件も備えていると推測してきたと筆者には思われる。

§ 2. 理論解析値と間接実測値の関係

2.1 理論解析上の問題点

直接剛性法で外力に対する構造物の応答（変形、ひずみ、応力）を理論解析する段階は表－1に示すように素材、部材、構造物の3つの段階に分けられ、各段階は力の系と変形の系、及び両者を結ぶ剛性の系からなっている。理論解析法では解析は図－1で上から下に進むものであり、素材の剛性と部材内のひずみ分布（例えば線材では平面保持、3角形平面要素では一定ひずみ）を仮定して部材剛性 K_e を求め、最終的に構造物の剛性

表－1 直接剛性法による理論解析の段階

	段階	力の系	剛性の系	変形の系	関係式
変位 X は行列の逆変換（ $X = K^{-1}P$ ）として求められ、この X を部材の段階の関係式に代入して部材の節点力 P_e	構造物	節点外力 P	構造物剛性 K	節点変位 X	$P = KX$
	部材	節点力 P_e	部材剛性 K_e	節点変位 X_e	$P_e = K_e X_e$
	素材	応力度 σ	素材剛性 E	ひずみ ϵ	$\sigma = E\epsilon$

を、すなわち部材の応力も求められる。

弾塑性理論解析の過程も本質的には上述したものと同じであり、仮定する剛性を適当に変更しながら増分荷重に対する増分変位や増分応力を求めている。青山、菅野¹⁾はラーメン構造に対して部材の実験結果を利用して、最初に部材の段階の剛性を仮定して弾塑性解析する方法を示し、それが現実的であり、かつ十分実用的な精度で解が得られると報告している。

上述した解析過程の特徴は、剛性を初めに仮定し外力に対する変位や応力を求めている点であり、ここではこのような方法を「理論解析」と呼ぶ。従つて、弾塑性理論解析は特殊な場合（例えば曲面構造物などのように部材への分割が困難な場合や、部材内のひずみ分布として適当なものを見つけにくい場合）を除き、現段階では方法論としては確立し、かつ計算手段（電子計算機）にも恵まれているが、信頼できる解析結果を得るためには、繰り返し応力下で塑性域にも適用できる「事実をよく近似した剛性」を、理論解析する前に推定する必要がある。コンクリート構造物ではひびわれやすべりなどの現象のため、この「適当な剛性」を推定することがむずかしい問題として残されている。

2.2 間接実測値の概念の導入

静加力実験を行なえば、表-1に破線で囲んだ節点外力 P と節点変位 X 、及び素材のひずみ ϵ を直接実測できる。今後これらを「直接実測値」と呼ぶ。曲率 $1/\rho$ やせん断ひずみ γ は生データとして実測されないが、生データの線ひずみより自動的に計算でき、単に表現方法を変えただけであるのでこれらも「直接実測値」と呼ぶことにする。

それに対し次に提案する「間接実測値」は「直接実測値」に最も良く合うように誤差の最小2乗法理論に基づいて解析された節点変位や部材のひずみや応力を意味する。従つて「間接実測値」は「直接実測値」なしには求めることができず、本質的には実測値と言えるが、後述するように「解析モデル」の設定や「重みづけ」、及び「拘束条件」を決定する際、個人差が現われる点で「直接実測値」と異なる。

上述したように間接実測値は事実（直接実測値）に基づいて解析されるので、その解析結果は事実に対し必要条件を備えている。厳密に言えば本解析法でも後述するように剛性の拘束条件が解析前に仮定されるので、解析結果は完全な必要条件を備えていないが、解析前に剛性の値そのものが仮定されていないという点で必要条件を備えていると言える。また本解析法の流れは一般の理論解析法の流れに対し逆向きであるので、間接実測値と理論解析値が試験体の変形や応力及びひずみに関して良く一致すれば、それらは事実に対しほぼ必要十分条件を備えていると判断しても良いであろう。

§ 3. 間接実測値の解析法の提案

3.1 節点変位の求め方

節点変位を直接実測する点数は測定手段や手間の関係であまり多くない。特に節点の回転変位量は普通直接実測されない。それに対しひずみの測定は比較的容易にかつ多くの点で行なうことができる。図-2に示す解析例の試験体では周辺枠の32断面について3成分のひずみ（軸ひずみ ϵ 、曲率 $1/\rho$ 、

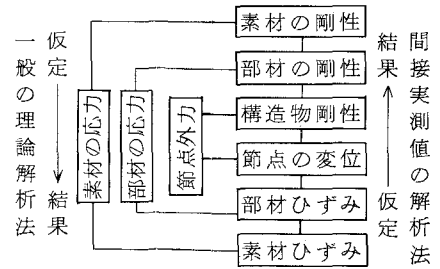


図-1 解析法の流れ

せん断ひずみ γ) が、また両対角方向では平均軸ひずみが直接実測されている。

そこで図-3に示すように直接実測値がある部材のみから構成される解析モデルを設定し、直接実測されたひずみを基に節点変位(間接実測値)を求める。対角方向を結ぶ部材は試験体には存在しないが、その平均軸ひずみを実測されているので、これも解析モデルに取り入れる。後の解析で、実測したひずみをその部材の平均的なひずみとみなすので、測定点が部材の中央になるように節点の位置を定める。又、ここで解析された節点変位を § 3.2 で既知量として使用する場合には、両解析モデル

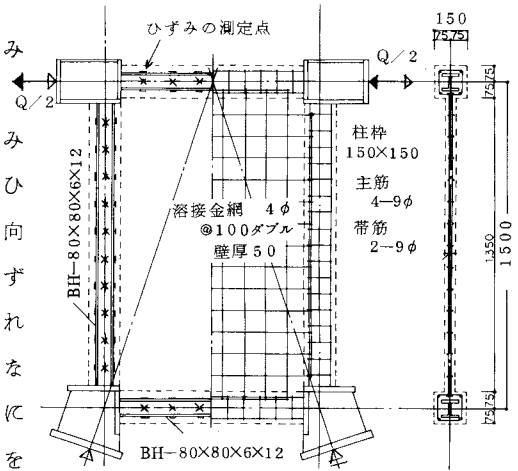


図-2 解析例の試験体

の節点位置を同じにする必要がある。なお図-3に示す解析モデルの四隅の剛域部分のひずみは直接実測されていないので、隣接する測定点のひずみより求めた外挿補間値の $1/4$ と仮定した。

一般に直接実測値に測定誤差があるため、あるいは各部材の中央のひずみをその部材の平均ひずみとみなしているため、これらの直接実測ひずみを完全に満足する節点変位を求めることは一般には不可能であるが、直接実測したひずみに最も近いひずみ分布を与える節点変位を求めることはできる。すなわち直接実測部材ひずみ ϵ_m と間接実測部材ひずみ ϵ の誤差率 e_1 を式(1)~(3)で定義し、各載荷段階ごとにこの誤差率 e_1 を最小にする節点変位 X を求める。数学的に表現すると、 e_1 の分子 $\sqrt{E_1}$ は重みづけされた両ひずみの差のベクトルの絶対値 $\|G_1^{0.5}(\epsilon - \epsilon_m)\|$ を、又、分母の $\sqrt{E_{01}}$ は重みづけされた直接実測部材ひずみのベクトルの絶対値 $\|G_1^{0.5}\epsilon_m\|$ を意味している。

$$e_1 = \sqrt{E_1 / E_{01}} \quad \text{----- (1)}$$

$$E_1 = (\epsilon - \epsilon_m)^t G_1 (\epsilon - \epsilon_m) \quad \text{----- (2)}$$

$$E_{01} = \epsilon_m^t G_1 \epsilon_m \quad \text{----- (3)}$$

ここで $\epsilon = (\dots, \epsilon_i, 1/\rho_i, r_i, \dots)^t$: 間接実測部材ひずみ

$\epsilon_m = (\dots, \epsilon_{mi}, 1/\rho_{mi}, r_{mi}, \dots)^t$: 直接実測部材ひずみ

G_1 : 重みづけ行列(正値の対角行列)

$\epsilon_i, 1/\rho_i, r_i$ はそれぞれ i 部材の軸ひずみ、曲率、せん断ひずみを表す。又、添字 m は直接実測値を、 m のないものは間接実測値を示すことにし、今後も原則として同じ意味で使用する。

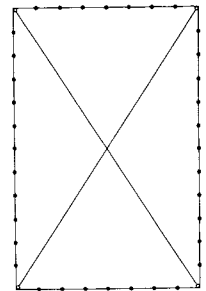


図-3 節点変位の解析用モデル

式(1)の分母は既知量の定数であるから、式(2)の E_1 を最小にすれば良く、式(4)が成立する。また、間接実測部材ひずみ ϵ は間接実測節点変位 X の関数であり式(5)で表わされる。

$$\{\partial E_1 / \partial X_i\} = 0 \quad \text{----- (4)} \quad \epsilon = A X \quad \text{----- (5)}$$

ここで A : 節点変位・部材の平均ひずみ変換行列(解析モデルの形状のみで決まる定数)

$X = (\dots, \partial x_i, \partial y_i, \theta_i, \dots)^t$: 間接実測節点変位

$\partial x_i, \partial y_i, \theta_i$ はそれぞれ節点 i の X 方向、 Y 方向、回転の変位量を示す。

式(4)に式(2)と式(5)を代入して式(6)を得る。式(6)は X に関する連立一次方程式であり、

その係数行列 $A^t G_1 A$ は次に証明するように正則であるから X は求められる。

$$A^t G_1 A X = A^t G_1 \varepsilon_m \tag{6}$$

今、図－３に示す解析モデルに例えば温度変化が原因で自己ひずみが生じた場合を想定する。 ε_m を各部材が無拘束の場合のひずみと、又、 ε を拘束の場合のひずみとすると、拘束状態で変形する解析モデルに蓄えられる弾性ひずみエネルギーは式（２）で表わされる。この場合、 G_1 の対角要素は部材の剛性を意味し、表－２に示すように式（７）で表わされる。

$$G_1 = \begin{bmatrix} 1g_{i1} & & 0 \\ & 1g_{i2} & \\ 0 & & 1g_{i3} \end{bmatrix} \tag{7}$$

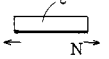
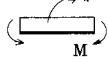
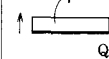
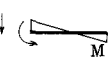
ここで $1g_{i1} = 0.5EA\ell$ (8a)

$1g_{i2} = 0.5EI\ell$ (8b)

$1g_{i3} = 0.5GA\ell(1+1/2r')/\kappa$ (8c)

$r' = 6EI\kappa/GA\ell^2$ ℓ : 材長

表－２ 線材の弾性ひずみエネルギー

	軸 力	曲 げ	せん断	
作用力	$N=EA\varepsilon$	$M=EI/\rho$	$Q=GA\gamma/\kappa$	$M=0.5Q\ell$
変形量	$\varepsilon\ell$	ℓ/ρ	$\gamma\ell$	$\gamma\ell/2r'$
エネルギー	$0.5EA\ell\varepsilon^2$	$0.5EI\ell/\rho^2$	$0.5GA\gamma^2\ell(1+1/2r')/\kappa$	
ひずみ				
分布形				

E : ヤング率, G : せん断剛性, A : 断面積, I : 断面 2 次モーメント, κ : せん断形状係数
 エネルギー最小の原理に従うと、式（４）が成立し拘束状態での最終的な変位は結局式（６）によつて与えられる。従つて式（６）の係数行列 $A^t G_1 A$ は図－３に示す解析モデルの剛性行列を意味し、解析モデルが不安定でないかぎり剛体移動が生じないように支持条件を入れれば必ず正則行列となる。

上述したように直接実測部材ひずみ ε_m より間接実測節点変位 X を求める解析過程は自己ひずみの解析過程とよく似ており、前者の直接実測部材ひずみ ε_m 、間接実測部材ひずみ ε 、重みづけ G_1 、及び誤差 E_1 は、それぞれ後者の無拘束時のひずみ、拘束時のひずみ、解析モデルの剛性、及び拘束時のひずみエネルギーに対応する。従つて解析モデルが静定の場合、節点変位 X は求めるが誤差は必ず $e_1 = E_1 = 0$ となる。

第４章に示す解析例では、式（８）を用いて断面性状には枠鉄骨の値を代入した。又、対角方向の部材の重みづけも枠と同じにした。なお、自己ひずみ問題との関係から推定できるように、式（８）に示す重みづけ行列の要素の比を多少変えても節点変位 X は一般にはあまり変化しない。

３．２ 部材剛性の求め方

繰り返し加力によつて試験体には、ほぼ斜め４５度の平行なひびわれが交差して壁板に発生している。ひびわれ線にはさまれたコンクリート斜材は圧縮材としてはまだ有効であるので、平行な斜材として理想化できる。又、ひびわれによつて分離した壁コンクリートの間で壁補強筋はひびわれ面に垂直な引張力として作用しているので、これも平行な斜め４５度の引張斜材と理想化できる。周辺枠は鉄骨と鉄筋によつて補強され、壁板とは別の挙動を示すので、軸力、曲げ、せん断の３つの変形を考慮した線材に理想化する。このように理想化すると試験体は図－４に示すような解析モデルに置換できる。このモデルでは斜材の応力は、自己の剛性とひずみだけによつて決まり、直交する斜材の相互作用（ポアソン効果）が考慮されていない。従つてこの解析モデルを用いて求められた斜材の剛性は異方性化した壁体のポアソン比を $\nu_1 = \nu_2 = 0$ と仮定した場合の剛性であるか、又は $\nu_1 \times \nu_2 \neq 0$ の場合では式（９）に示す等価な剛性 E_{e1} である。

$$E_{e1} = \sigma_1 / \varepsilon_1 \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで E_{e1} , σ_1 , ε_1 : 主軸 1 の等価割線剛性と主応力と主ひずみ

構造物の節点外力 P と節点変位 X は構造物剛性 K によつて関係づけられ、式 (10) で表わされる。このうち節点外力には直接実測値 P_m が、又、節点変位には間接実測値 X が既知なものとしてあるので、未知なものは構造物剛性 K だけである。又、剛性行列の性格より式 (11) が成立する。

$$P = K X \quad \dots\dots\dots (10) \quad K = \sum_i K_{ei} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 K_{ei} は i 部材の剛性行列であり、さらに i 部材に対し軸力と曲げとせん断の 3 つの変形を考えると式 (12) が成立する。

$$K_{ei} = k_{i1} + k_{i2} + k_{i3} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 k_{i1} , k_{i2} , k_{i3} はそれぞれ軸方向剛性、曲げせん断加力端剛性、曲げせん断反力端剛性であり、式 (13) に示すように部材断面の弾塑性性状によつて決まる断面剛性 y と断面剛性が単位量である時の剛性行列である単位断面剛性行列 S の積で表わされる。このうち単位断面剛性行列 S は部材の長さと同方向のみで決まり、通常の微小変形内では弾塑性域にわたり一定値である。

$$k_{i1} = E_i A_i \times S_{i1} = y_{i1} \times S_{i1} \quad \dots\dots\dots (13a)$$

$$k_{i2} = 2 E_i I_i a_i \times S_{i2} = y_{i2} \times S_{i2} \quad \dots\dots\dots (13b)$$

$$k_{i3} = 2 E_i I_i b_i \times S_{i3} = y_{i3} \times S_{i3} \quad \dots\dots\dots (13c)$$

式 (13) の a , b は部材端曲げ剛性係数であり式 (14) で与えられる。²⁾

$$a = (2 + r') / (1 + 2 r') \quad \dots\dots\dots (14a) \quad b = (1 - r') / (1 + 2 r') \quad \dots\dots\dots (14b)$$

次に単位断面剛性行列 S を 1 つの i 部材を例にとり具体的に示す。図-5 に示すように全体座標系に対し θ の角度をもつ部材 (1-2) に働く節点力と節点変位は式 (15) で表わされる。

$$P_{1,2} = (k_{i1} + k_{i2} + k_{i3}) X_{1,2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで $P_{1,2} = (F_{x1}, F_{y1}, M_1, F_{x2}, F_{y2}, M_2)^t$: 節点外力ベクトル

$X_{1,2} = (\delta x_1, \delta y_1, \theta_1, \delta x_2, \delta y_2, \theta_2)^t$: 節点変位ベクトル

k_{i1} , k_{i2} , k_{i3} はそれぞれ式 (13) であり、単位断面剛性行列 S は式 (16) となる。

$$S_{i1} = U^t \times \begin{pmatrix} n & \cdot & \cdot & -n & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \text{SYM.} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \times U \quad \dots\dots\dots (16a)$$

$$S_{i2} = U^t \times \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2n^3 & -n^2 & \cdot & -2n^3 & -n^2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ n & \cdot & n^2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \text{SYM.} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \times U \quad \dots\dots\dots (16b)$$

$$S_{i3} = U^t \times \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2n^3 & -n^2 & \cdot & -2n^3 & -n^2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \text{SYM.} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \times U \quad \dots\dots\dots (16c)$$

ここで $\cdot$ 印 = 0 $n = 1/\ell$

$$U = \begin{pmatrix} U_1 & O \\ O & U_1 \end{pmatrix} \quad U_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

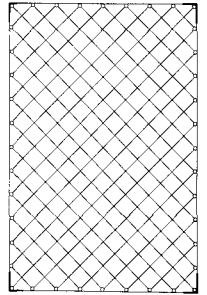


図-4 部材剛性の解析用モデル

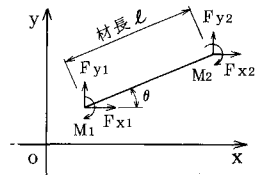


図-5 座標系

さて、次に式(11)~(13)を式(10)に代入すると式(17)を得る。

$$P = \sum_i \sum_j^3 y_{ij} S_{ij} X = B Y \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\text{ここで } B = (\dots\dots, b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}, \dots\dots) \quad b_{ij} = S_{ij} X$$

$$Y = (\dots\dots, y_{i1}, y_{i2}, y_{i3}, \dots\dots)^t$$

式(17)はYに関する連立一次方程式であるが、図-4に示す解析モデルのように不静定の場合にはYの次元数はPよりも大きく一般にYの値を一意で定められない。そこで§4に示す解析例では、工学的判断で部材の剛性間に次のように拘束条件を与え、Yの自由度をPの次元数より小さくした。

- i) 枠については、軸力、曲げ、せん断の3つの変形を考慮に入れ、壁斜材については軸力変形のみを考慮する。
- ii) 枠と壁斜材のいくつかの部材にのみ独立した剛性を与え、その他の部材の各剛性はそれぞれ両側の独立した部材剛性の平均とする。
- iii) 枠の四隅にある部材にはそれぞれ独立した剛性を与える。

剛性の拘束条件を与えると断面剛性Yは独立した断面剛性 $\bar{Y}$ の1次関数となり式(18)で表わされ、式(18)を式(17)に代入し式(19)を得る。

$$Y = C \bar{Y} \quad \dots\dots\dots (18) \quad P = \bar{B} \bar{Y} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\text{ここで } \bar{B} = B C \quad C: \text{剛性の拘束行列(定数)}$$

ところで剛性の拘束条件を与える際の工学的判断が事実と完全に一致することはあり得ず、直接実測された節点外力 P_m に完全に適合する断面剛性 $\bar{Y}$ を求めることは一般には不可能である。そこで式(19)で与えられる節点外力Pが直接実測節点外力 P_m に最も近くなるような断面剛性 $\bar{Y}$ を求めることにする。すなわち両節点外力の差を表わす誤差率 e_2 を式(20)~(22)で定義し、各載荷段階ごとにこの誤差率を最小にする断面剛性 $\bar{Y}$ を求める。

$$e_2 = \sqrt{E_2 / E_{02}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$E_2 = (P - P_m)^t G_2 (P - P_m) \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$E_{02} = P_m^t G_2 P_m \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\text{ここで } P = (\dots\dots, F_{xi}, F_{yi}, M_i, \dots\dots)^t : \text{間接実測節点外力}$$

$$P_m = (\dots\dots, F_{xni}, F_{yni}, M_{mi}, \dots\dots)^t : \text{直接実測節点外力}$$

$$G_2 : \text{重みづけ行列(正値の対角行列)}、F_{xi}, F_{yi}, M_i, \text{それぞれ } i \text{ 節点の } X \text{ 方向の外力、} Y \text{ 方向の外力、及び回転モーメントを示す。}$$

式(20)の分母は既知量の定数であるから、式(21)の E_2 を最小にすれば良く式(23)が成立する。又式(23)に式(21)と式(19)を代入すると式(24)を得る。

$$\{ \partial E_2 / \partial \bar{Y}_i \} = 0 \quad \dots\dots\dots (23) \quad \bar{B}^t G_2 \bar{B} \bar{Y} = \bar{B}^t G_2 P_m \quad \dots\dots\dots (24)$$

式(24)は $\bar{Y}$ に関する連立1次方程式であり、式(18)の拘束条件が適当であれば係数行列である $\bar{B}^t G_2 \bar{B}$ は正則となり、 $\bar{Y}$ は一意で定められ、従つてYも決定する。

このように部材の剛性が求められると、その値を表-1に示す部材の段階の関係式に代入して部材の節点力、すなわち部材の応力を求めることができる。

断面剛性Yは P_m とXにそれぞれ外力と変位を与えれば割線剛性となるが、増分外力と増分変位を

与えれば増分に対する平均剛性となる。第4章の解析例では割線剛性を求めたが、その理由は、各部材間で塑性化に差が生じると、増分に対する剛性の差は隣接する部材間でも大きくなり前述した剛性の拘束条件が事実から遊離するのに対し、割線剛性で表示すると多少塑性化が進んでもその量の変化は少なくなるためである。

なお、剛性の拘束条件が事実とかけ離れたものであると、式(24)で $\bar{Y}$ の値が定まっても、それを代入して得られる式(20)の誤差率 e_2 が大きくなる。逆の表現をするならば、誤差率が小さい時には剛性の拘束条件が事実とあまり相違していなかったことになる。このように誤差率の量により、解析された間接実測値の信頼性を確認できる点が本解析法の特長でもある。

又、重みづけ行列 G_2 は式(25)と(26)によつて求めた。これは回転モーメントを、枠鉄骨の両フランジの距離を腕の長さとする偶力と考え、各方向の力に対し同じ重みづけをしたことを意味する。なお、 G_2 は単なる重みづけであるので、その因子の比率を多少変えても結果はあまり変化しない。

$$G_2 = \begin{bmatrix} 2g_{i1} & & 0 \\ & 2g_{i2} & \\ 0 & & 2g_{i3} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここで

$$2g_{i1} = 1 \quad \dots\dots\dots (26a)$$

$$2g_{i2} = 1 \quad \dots\dots\dots (26b)$$

$$2g_{i3} = 1/j_i^2 \quad \dots\dots\dots (26c)$$

j_i : i 部材のフランジ間の長さ

§ 4・間接実測値の解析例

ここでは図-2に示した試験体を例にとり、理論解析値と対照させながら、§3で述べた解析方針に従つて求めた間接実測値を示す。

4・1 変形状態

解析した試験体の変形状態を図-6に示す。耐震壁はせん断変形しており、また壁斜材が圧縮場を形成し周辺枠を外側に押し出していることを視覚的に理解できる。これらの変形の誤差率 e_1 を図-7に示す。荷重が零付近でないかぎり、誤差率は小さくなり $e_1 \approx 0.05$ となつている。

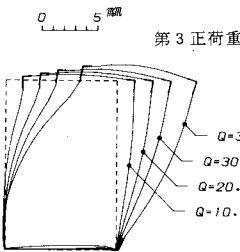


図-6 変形状態

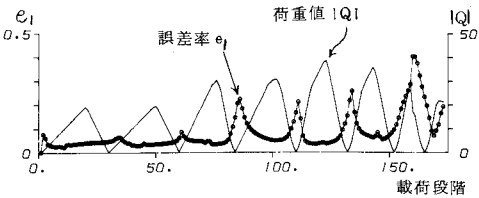


図-7 変形解析の誤差率

の誤差率 e_1 を図-7に示す。荷重が零付近でないかぎり、誤差率は小さくなり $e_1 \approx 0.05$ となつている。

ひずみ分布の間接実測値と直接実測値は図-8に示すように良く対応している。枠のひずみは全体として引張状態になり圧縮加力端のせん断ひずみも大きい。次に壁コンクリートのひずみに注目すると、引張ひずみは圧縮ひずみに比べ大きくなっている。なお、壁斜材のひずみ量は枠に比較して大きいので、枠の1/5のスケールで表示してある。

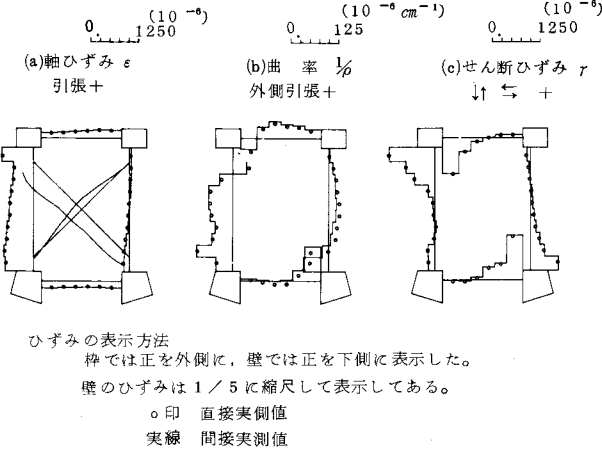


図-8 ひずみの分布

4.2 応力状態

各部材の剛性の間接実測値に、対応する間接実測ひずみを乗じて求めた応力の間接実測値を示す。式(18)の剛性の拘束行列には解析前に工学的判断が入るので、ここでは次の2つの拘束条件について解析した。両者の解析仮定の違いは壁斜材の拘束条件にあり、拘束条件①では図-9(a)に示すように壁斜材の独立した剛性が少ないのに対し、拘束条件②では図-9(b)に示すように独立した剛性が多く、剛性の自由度が比較的多い。

剛性の解析誤差率 e_2 は図-10に示すように荷重値が大きい程小さくなり、 $e_2 = 0.10 \sim 0.20$ である。解析ケース①と②の誤差率はほとんど同じであり、図-9に示す剛性の拘束条件の違い程度は誤差率に重大な結果を及ぼさないことが認められる。

次に柱と壁斜材の応力状態を図-11に示す。軸力分布では引張側の柱の応力が圧縮側の柱の応力より大きく、又、壁斜材では圧縮応力が大きく、全体として圧力場を形成し柱がリングの役目をしていることが認められる。曲げモーメントとせん断応力の分布では両者とも柱の端部でわずかに発生している程度である。なお解析ケース①と②の違いは壁コンクリート斜材の応力にわずかに現われている程度である。

4.3 応力-ひずみ履歴曲線

間接実測値の応力とひずみを各部材ごとに対応させると応力-ひずみ履歴曲線を得ることができる。図-12は壁中央部の $\sigma - \epsilon$ 曲線であり、圧縮応力下では素材の $\sigma - \epsilon$ 曲線と似ているが、高応力下ではその割線剛性が弾性剛性線からかなり離れてくる。これには正負繰返し加力の影響も入っている。引張応力下では、コンクリートの引張強度程度で降伏し、ひずみのみが増大していることが認められる。

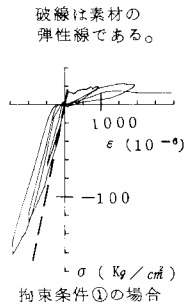
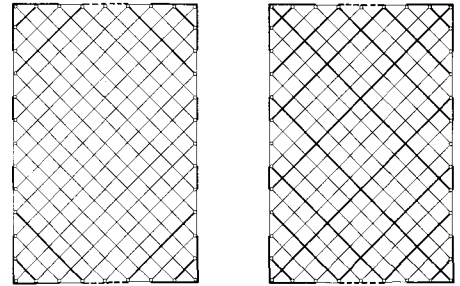


図-12 壁斜材の $\sigma - \epsilon$ 履歴曲線

太実線：独立した部材剛性
太破線：独立した部材剛性で隣りと同じ
細実線：両側の太線の部材剛性の平均



(a) 拘束条件① (b) 拘束条件②

図-9 部材剛性の解析モデル

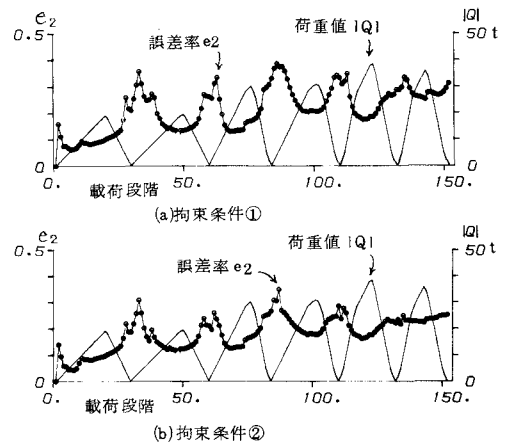


図-10 部材剛性の解析誤差率

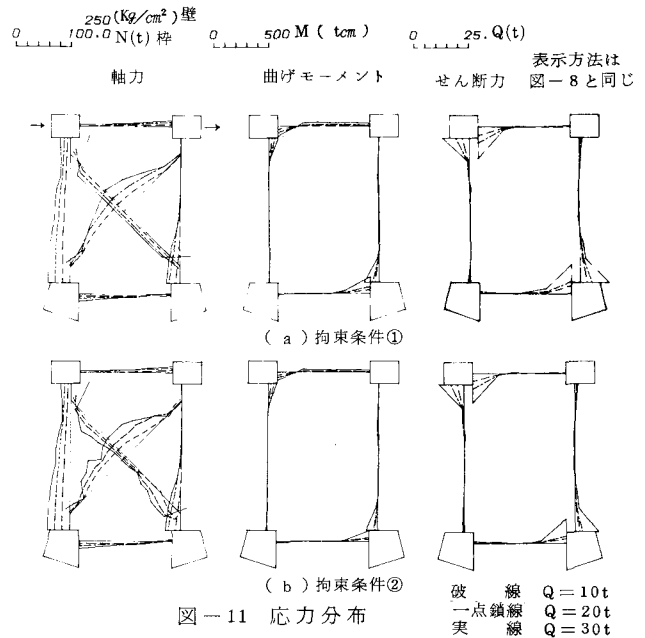


図-11 応力分布

§ 5. 間接実測値と理論解析値の比較

理論解析値の信頼性は解析前に仮定される部材の剛性による。そこでここでは2つの解析仮定に基づいて解析した。

理論解析仮定④

周辺枠は平面保持の仮定が成立する弾性体とみなし、その剛性は素材の剛性より算出する。壁斜材は圧縮域では弾性体とみなし直交部材のボアソン効果を含め素材(試験片)の剛性より算出し、引張域では

図-12を参考にして図-13に示すようにコンクリートの引張強度 cF_t で降伏するものと仮定する。

理論解析仮定⑤

間接実測値としてすでに得られている部材の剛性を解析仮定とする。

2つの理論解析仮定による解析結果と間接実測値は図-14に示すように応力については全体として良く一致していることが認められるが、ひずみについては引張側の柱では3つが必ずしも良く合わず、解析仮定④の解析値が他の2つと比較して小さい。これはコンクリートがひびわれして剛性の低下した周辺枠の剛性を弾性剛性で評価しているためである。

このように各部材の応力だけでなくひずみについても実測値に良く合うように理論解析するためには、事実に近い部材の剛性を解析仮定に取り入れる必要がある。間接実測値の部材剛性は事実(直接実測値)に基づいて解析してあり、実際の剛性に近いので、それに基づいた理論解析結果と実測値は、応力とひずみの両方について全体的に良く合っている。

§ 6. まとめ

理論解析では解析前に剛性を仮定する必要があるが、コンクリート構造物ではひびわれ後の剛性を評価することが難しい問題として残されていた。本報では実測されたひずみと外力に最も良く合うように、誤差の最小2乗法理論に基づいて構造物の変形状態や応力状態を解析する方法を示した。本方法は弾塑性域にわたって成立し、解析前に剛性の仮定をする必要がないので、実験データが十分に得られている試験体の応力とひずみ分布や部材の応力-ひずみ履歴曲線を詳しく調べるのに適している。本解析法の流れは一般の理論解析法の流れに対し逆向きであるので、間接実測値と理論解析値がひずみや応力について良く一致すれば、それは事実を表わしているものと判断できる。

謝辞 本研究を通して筑波大学園部泰寿教授のご指導を受けました。また解析例の試験体の実験では、千葉工業大学石橋一彦講師のご指導を受けました。ここに記して感謝の意を表わします。

文献 1) H. Aoyama and T. Sugano: "A Generalized Inelastic Analysis of R. C. Structures Based on the Tests of Members", Recent Researches of Structural Mechanics—Contribution in Honor of the 60th Birthday of Prof. Y. Tsuboi, Uno-Shoten, Tokyo, 1968, pp. 15~30

2) 武藤清 耐震設計シリーズ vol.1, pp. 140—152, 丸善, 昭和38年7月

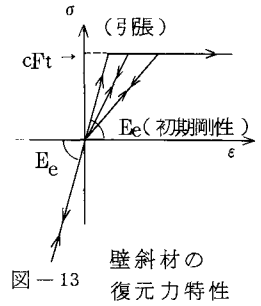


図-13 壁斜材の復元力特性

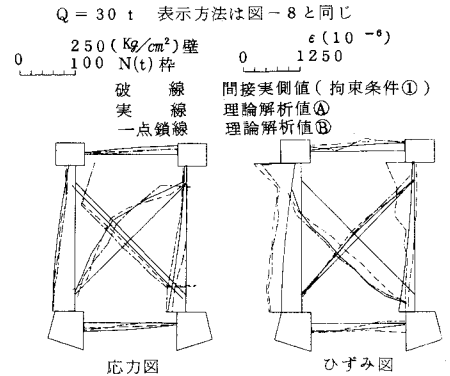


図-14 間接実測値と理論解析値の比較

STUDIES ON ANALYSIS METHOD OF INDIRECTLY MEASURED VALUES

by HIROSHI IMAI*

Today, the Direct Stiffness Method has been established as a means of theoretically analyzing deformations and strains of structures, and moreover, since digital computers can be utilized for calculations, it is possible for any type of structure to be theoretically analyzed. However, in theoretical analysis it is necessary to hypothesize the stiffnesses of members prior to analysis, and with concrete structures, evaluation of stiffness after cracking poses a difficult problem.

This paper presents a method of analyzing deformation and stress conditions of structures based on the method of least squares theory of error in a manner to most suitably match directly measured strains and external forces at nodal points. It is unnecessary to hypothesize stiffness prior to analysis with this method, and since it is valid for both the elastic and plastic ranges, it is suitable for investigating in detail stress and strain distributions of test pieces for which ample experimental data have been obtained and stress-strain hysteresis curves of members. These hysteresis curves may be used as references when hypothesizing the restoring force characteristics of members for theoretical analysis.

Since the flow of this analysis method is the opposite of ordinary theoretical analysis methods, it may be judged to express the true situation well if indirectly measured values and theoretically analyzed values show good coincidence with regard to strains and stresses.

A steel and reinforced concrete framed shear wall is given as an example of analysis and it is shown there is good correspondence between indirectly measured values and theoretical analysis results of stresses and strains.

* Department of Structural Engineering, University of Tsukuba