

(8) 薄肉球殻と任意断面形状接続部材の接合部の応力解析

(球形タンクの支柱・球殻接合部への応用)

日本鋼管(株) ○山田隆夫 山下一雄 江藤哲夫

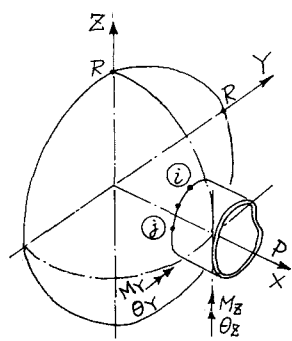


Fig. 1

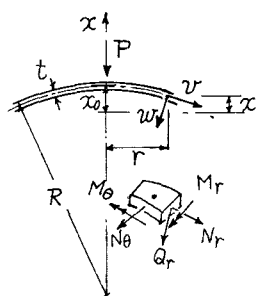


Fig. 2

§ 1. 序 本論は Fig.1 に示すような球殻と任意形断面接続部材に、外力として垂直荷重又は曲げモーメントが作用した場合の等価垂直バネ、回転バネの簡便な計算法と、接合部近傍の一応力解析法について述べるもので、複雑なシェル理論を展開するというよりは、一つの数値計算法を述べたに過ぎないことを明確にしておく。この方法は接合部形状を工学的に表現するのに充分な有限の点に離散化置換し、Timoshenko の「一応集中荷重を受ける薄肉偏平球殻の理論解」⁽¹⁾を適用し、接合部の Stiffness Matrix を求め、これから、等価バネ定数、応力解析を系統的に行なうもので、

- (i) 理論的に解析できない複雑な接合部形状に対しても有効であり、
- (ii) いわゆる有限要素法により近似解を得る際のデータ作成、演算時間の削減、費用、経済性を考えれば

この方法は、はるかに工学的で、実用的である。

最後に、球形タンクの支柱・球殻接合部への応用例を示す。

§ 2. 解析仮定 下記に示す。

- (1) 球殻と接続部材の接合部内部において、球殻側は開口がない
- (2) 球殻の変位、応力は、球殻に対して法線方向荷重成分のみによって決まり、球殻の面内膜力は変形、応力に寄与しない
- (3) 接続部材の断面は接合部に於て、平面保持が成立し、剛体的で、
- (4) 接続部材の応力は膜応力のみ存在する。

§ 3. 一応集中荷重を受ける薄肉偏平球殻の理論解 (Timoshenko 解)⁽¹⁾ Fig.2 に示すように座標系をえらび、 P : 一応集中垂直荷重、 R : 球殻半径、 t : 球殻板厚、 E : ヤング率、 ν : ポアソン比とすれば、変位 w, v 、応力 $N_r, N_\theta, M_r, M_\theta, Q_r$ は、(ker, kei : Kelvin 関数)

$$\ell = \sqrt{tR} / \sqrt{4/12(1-\nu^2)} \quad (\ell: \text{characteristic length}), \quad \xi = r/\ell \quad \text{-----(1)}$$

$$\text{として、} \quad w = -\frac{R\sqrt{12(1-\nu^2)}}{2\pi Et^2} P \, ker \, \xi, \quad v = \frac{Pr\sqrt{12(1-\nu^2)}}{2\pi Et^2} \left(\frac{1+\nu}{\xi} \right) \left(\frac{1}{\xi} + ker' \, \xi \right)$$

$$N_r = -\frac{RP}{2\pi \ell^2 \xi} \left(\frac{1}{\xi} + ker' \, \xi \right), \quad N_\theta = \frac{RP}{2\pi \ell^2} \left(\frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{\xi} ker' \, \xi + kei \, \xi \right)$$

$$M_r = \frac{P}{2\pi} \left\{ \left(\frac{\nu-1}{\xi} \right) kei' \, \xi + ker \, \xi \right\}, \quad M_\theta = \frac{P}{2\pi} \left\{ \left(\frac{1-\nu}{\xi} \right) kei' \, \xi + \nu ker \, \xi \right\}, \quad Q_r = \frac{P}{2\pi \ell} ker' \, \xi \quad \text{-----(2)}$$

となる。

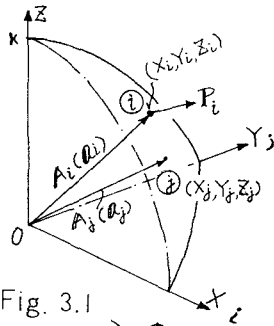
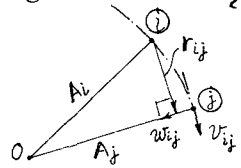


Fig. 3.1



Plane involving O-i-j
Fig. 3.2

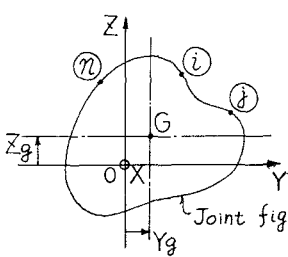
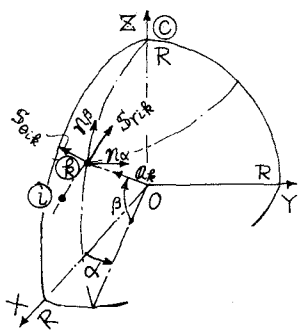


Fig. 4 discrete node



a_g : unit vector $\vec{O}R$
 r_g : vector $\vec{O}R$

Fig. 5

§ 4. 球殻と接続部材の接合部の Stiffness Matrix [K]

接合部上の任意の2点 i, j の幾何学的関係を求めると (Fig. 3).

$$r_{ij} = R\sqrt{1 - \alpha_{ij}^2}, \quad \alpha_{ij} = (x_i x_j + y_i y_j + z_i z_j) / R^2, \quad S_{ij} = r_{ij} / \ell$$

$$w_{ij} = w_{ij} \cdot a_{ij} = (i x_j + j y_j + k z_j) w_{ij} / R$$

$$v_{ij} = \frac{r_{ij}}{r_{ij}} v_{ij} = \frac{i(\alpha_{ij} x_j - x_i) + j(\alpha_{ij} y_j - y_i) + k(\alpha_{ij} z_j - z_i)}{R\sqrt{1 - \alpha_{ij}^2}} v_{ij}$$

$$P_{Ni} = a_i \cdot P_i = (P_{xi} x_i + P_{yi} y_i + P_{zi} z_i) / R \quad (3)$$

ここに (w_{ij}, v_{ij}) : i 点荷重による j 点の w, v 変位
 P_{Ni} : i 点荷重 P_i の法線方向成分

となる。 w_{ij}, v_{ij} は P_{Ni} を用いて (2) 式より求まる。また w_{ij}, v_{ij} と 全体座標系変位の変換マトリックスは (4) 式で与えられる。接合部が n 個の離散点に置換されるとして、上述の理論を用いれば、(5) 式の Flexibility Matrix [F] が求まり、従って所要の Stiffness Matrix [K] が得られる。

$$\begin{bmatrix} dx_{ij} \\ dy_{ij} \\ dz_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_j}{R} & \frac{\alpha_{ij} x_j - x_i}{R\sqrt{1 - \alpha_{ij}^2}} \\ \frac{y_j}{R} & \frac{\alpha_{ij} y_j - y_i}{R\sqrt{1 - \alpha_{ij}^2}} \\ \frac{z_j}{R} & \frac{\alpha_{ij} z_j - z_i}{R\sqrt{1 - \alpha_{ij}^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{ij} \\ v_{ij} \end{bmatrix} \quad \text{---(4)}$$

$$[F] \begin{bmatrix} P_{x1} \\ \vdots \\ P_{xi} \\ \vdots \\ P_{xn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx_{11} \\ \vdots \\ dx_{in} \\ \vdots \\ dx_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{---(5)}$$

$$[K] = [F]^{-1}$$

§ 5. 接合部の変形・等価バネ定数 (Fig. 4. 参照)

(1) 軸力: P_x (引張を + とし、 $Y=Z=0$ に作用するとする)

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ dx_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots \\ \vdots & K & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \bar{P}_x \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \bar{P}_x = \sum_j K_{ij}$$

$$\sum_i \bar{P}_x = \sum_i \sum_j K_{ij} = K_{Px}$$

$$Y_g = \frac{\sum \bar{P}_x Y_i}{\sum \bar{P}_x}, \quad Z_g = \frac{\sum \bar{P}_x Z_i}{\sum \bar{P}_x}$$

$$K_{MY} = [\cdots | Z_i - Z_g | \cdots] [K] \begin{bmatrix} \vdots \\ Z_i - Z_g \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad K_{MZ} = [\cdots | Y_i - Y_g | \cdots] [K] \begin{bmatrix} \vdots \\ Y_i - Y_g \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \text{---(6)}$$

ここで: K_{Px} : 等価垂直バネ, K_{MY}, K_{MZ} : Y, Z 軸 等価回転バネ

(2) 全変位

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ dx_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{P_x}{K_{Px}} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{M_Y - P_x Z_g}{K_{MY}} \begin{bmatrix} \vdots \\ Z_i - Z_g \\ \vdots \end{bmatrix} - \frac{M_Z + P_x Y_g}{K_{MZ}} \begin{bmatrix} \vdots \\ Y_i - Y_g \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \text{---(7)}$$

§ 6. 球殻の応力解析

球殻上の任意点 R の応力は離散点 $i \sim n$ の影響を重ね合わせて得られる。いま

tr_{iR} : i 点を極 (X 軸) とした時の R 点の半径方向単位ベクトル

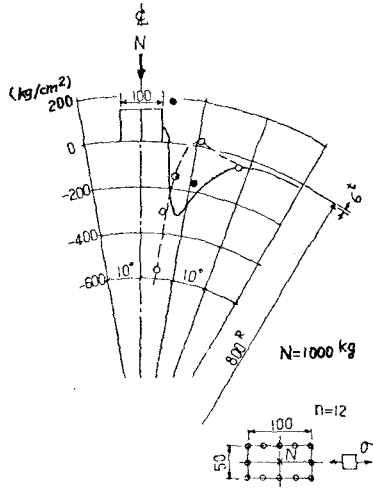


Fig. 10.1

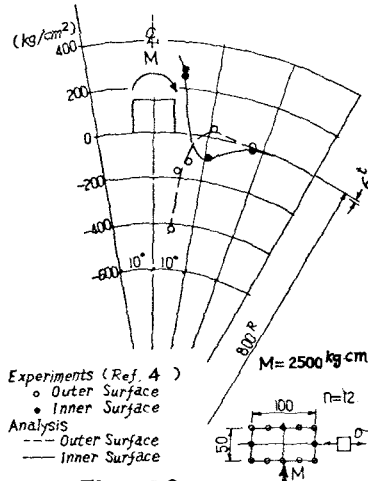


Fig. 10.2

§. 8. 球形タンクの支柱 - 球殻接合部の数値計算例.

本解を Fig. 11 に、過去の実験結果⁽³⁾とともに示す。応力分布は、よい一致を見、また、等価バネ定数も 16% 程度の精度におさまっている。

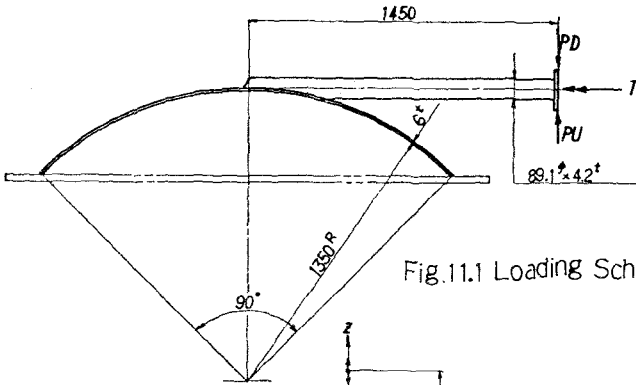


Fig. 11.1 Loading Scheme

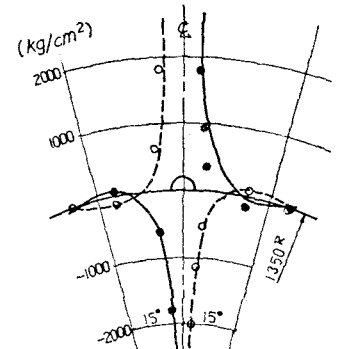


Fig. 11.3 $TR = 3.68 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

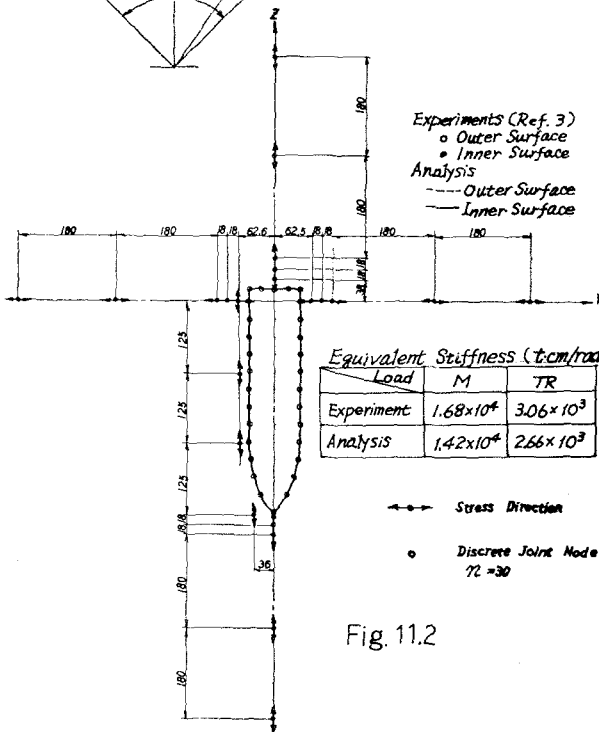


Fig. 11.2

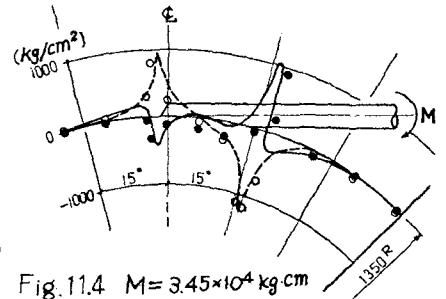


Fig. 11.4 $M = 3.45 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

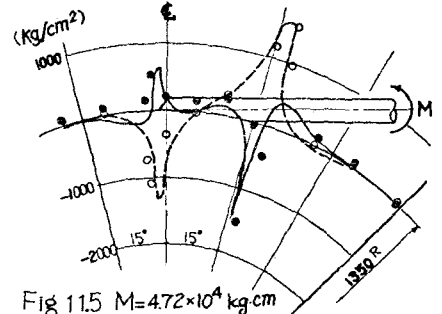


Fig. 11.5 $M = 4.72 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

Equivalent Stiffness (t·cm/rad)

Load	M	TR
Experiment	1.68×10^4	3.06×10^3
Analysis	1.42×10^4	2.66×10^3

→ Stress Direction
○ Discrete Joint Mode
72 = 30

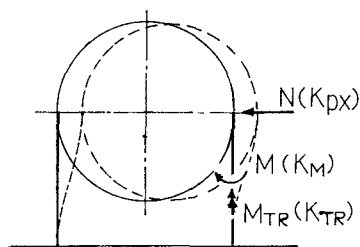


Fig. 12

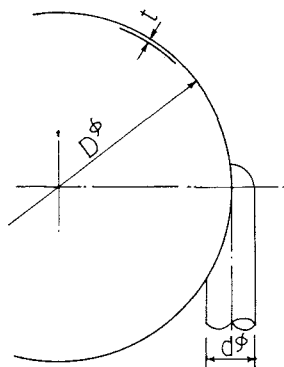


Fig. 13

§ 9. 球形タンクの球殻・支柱接合部の等価バネ定数

球形タンクが地震力をうけて、水平移動するとき、球殻の変形に影響を与える支柱からの力として、Fig. 12 に示すように、 N (対応する等価バネ定数は K_{px})、 M (K_M)、 M_{TR} (K_{TR}) が考えられる。

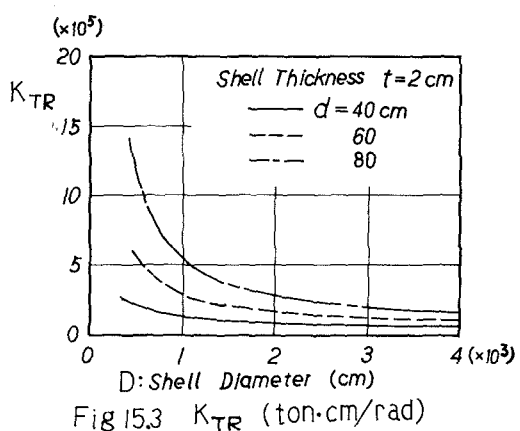
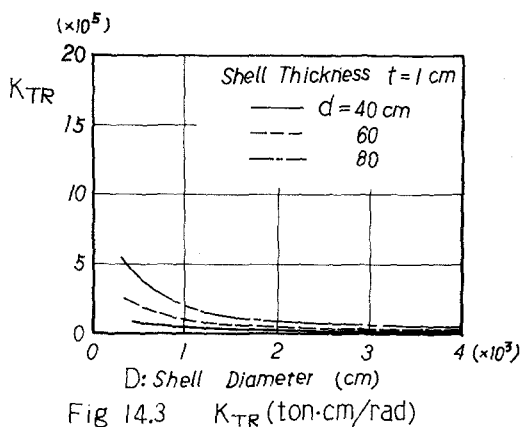
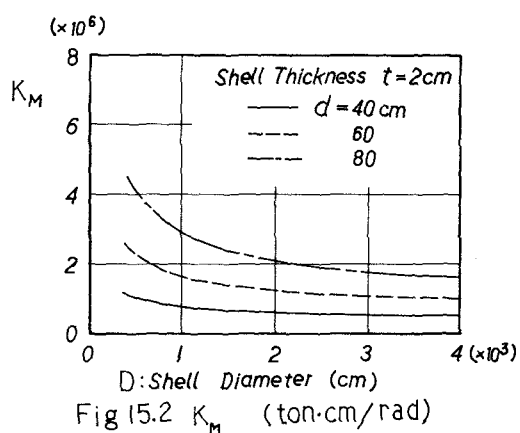
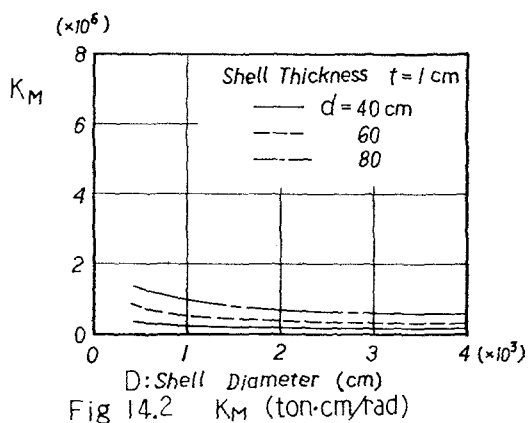
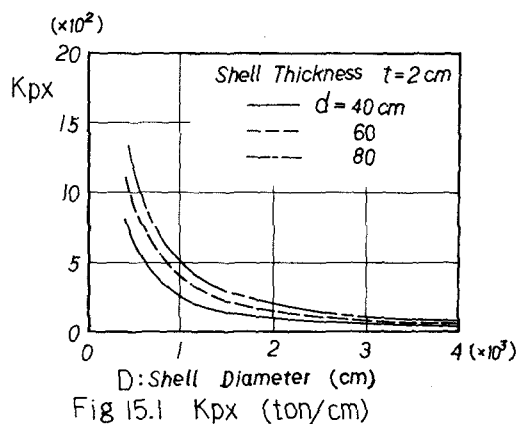
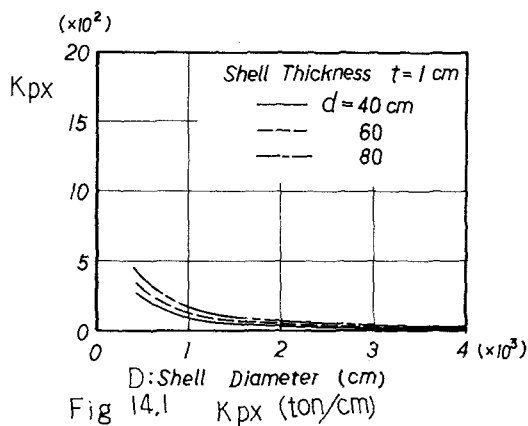
いま、球形タンク、支柱の寸法を Fig. 13 に示すようにとるとき、等価バネ定数は、各球殻板厚に応じて、Fig. 14~17 に示すように求められる。この諸数値を用いることにより、球形タンクの系全体としての、より効率的な耐震設計が可能である。

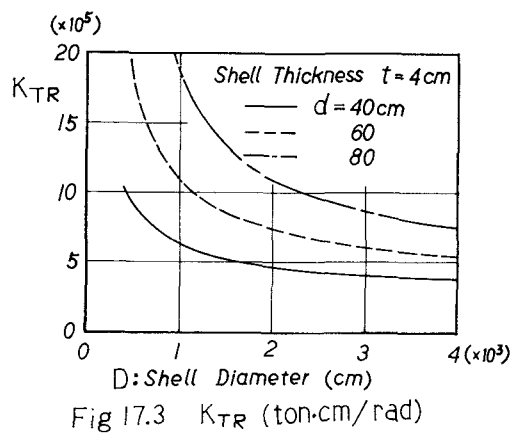
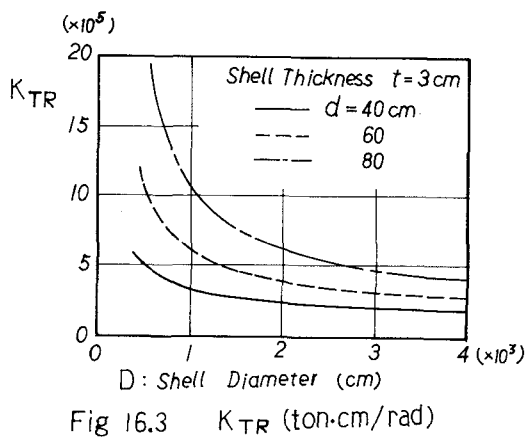
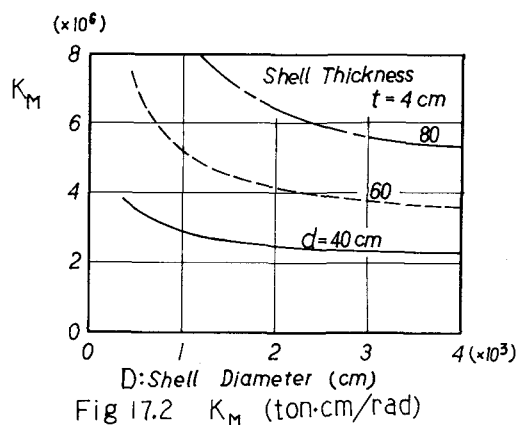
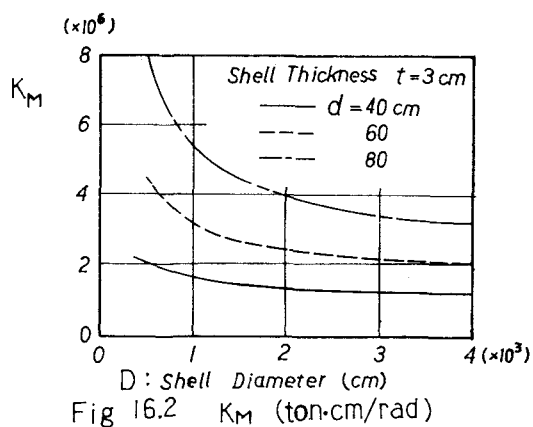
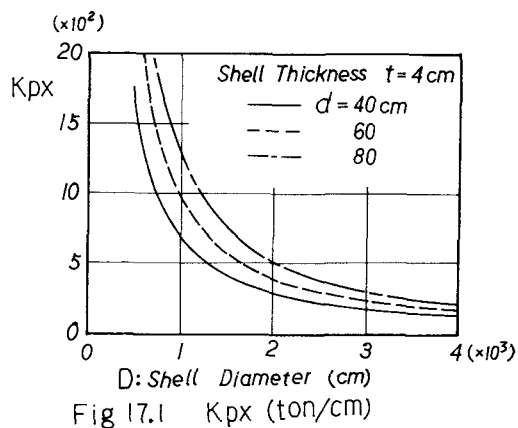
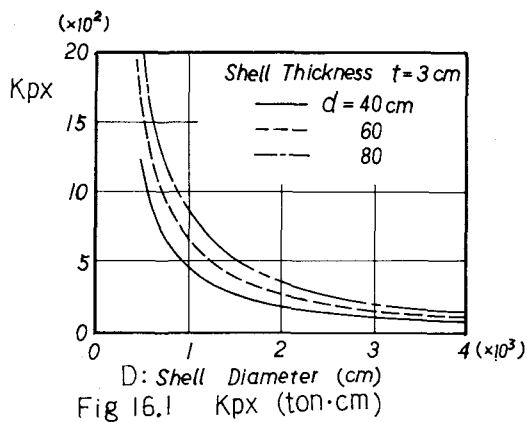
§ 10. 結 論

本題のテーマについての簡単な解析法の主旨と、実験との対応を示し、工学的に有効であることを明らかにした。最後に、実球形タンクへの応用として、等価バネ定数を図で示した。等価バネ定数を用いることによって、球殻の変形を考慮した、球形タンクの系全体としての、効率的な耐震設計が可能であり、これについては、現在、検討中である。

§ 11. 文 献

- 1) Timoshenko, S.P, Woinowsky-Krieger, S : Theory of Plates and Shells, McGRAW-HILL P. 558. 「Symmetrical Bending of Shallow Spherical Shells」
- 2) Bijlaard, P.P : Computation of the Stress from Local Loads in Spherical Pressure Vessels or Pressure Vessel Heads. Welding Research Council Bulletin 34, 1957.
- 3) 「LPガス球形貯蔵タンクの耐震性に関する実験報告書」1976. 球形貯槽耐震実験実行委員会 (委員長 万灯伸俊) 通産省立地公害局保安課
- 4) 「高張力鋼を用いた圧力容器の構造強度に関する研究」S. 36. 日本溶接協会. 通産省試験研究.





STRESS ANALYSIS OF SPHERICAL SHELL-ARBITRAL SECTION
MEMBERS JOINT.(APPLICATION TO SPHERICAL TANK)

BY TAKAO YAMADA*
KAZUO YAMASHITA**
TETSUO ETOH**

A numerical method of analyzing the spherical shell loaded thrust or bending moment by arbitral section members is presented.

The method is developed through following procedure systematically:

- (1) Replace joint boundary with some discrete nodal points.
- (2) Apply the theory of "Symmetrical Bending of Shallow Spherical Shells" presented by TIMOSHENKO.
- (3) Construct joint stiffness matrix.
- (4) Obtain equivalent stiffness corresponds to thrust and bending.
- (5) Stress analysis is performed.

This method is much more practical:

- (1) to the case of complicated joint shape to which mathematical theory can't be applied.
- (2) considering the troublesome procedure of making the input data accompanying FINITE ELEMENT METHOD.
- (3) than FEM in view of processing time, that is, economical.

Analyzing assumption is as follows:

- (1) Spherical shell is closed at the inside of centerline of the joint.
- (2) Deformation and stress depend upon only normal force components but not membrane components of the external forces.
- (3) Cross sections of the arbitral section member remain plane during deformation.
- (4) Only membrane stresses are considered in the arbitral section member.

In the latter part of this paper, is shown results of this analysis and preceding experiments for simple models. The value obtained by this analysis coincides with experiments fairly well.

Finally equivalent stiffness against actual spherical tank is shown. Using these equivalent stiffness, efficient structural system analysis of spherical tank is available.

* Architectural Eng. Dept. Nippon Kokan K.K.

** Storage System Eng. Dept. Nippon Kokan K.K.