

大阪市立大学講師 工学部 ○事口寿男

大阪市立大学学生 工学部 久保元生

大阪市立大学教授 工学部 中井 博

1. まえがき

最近の都市高速道路内に建設される比較的スパンが短く曲率を有する曲線げた橋では、製作が容易で経済性が発揮できる I げた橋が採用される機会が多く、今後もその需要が益々増加するものと思われる。ところが、この種の構造物では、曲げのほかに主げたの曲率に起因するねじり現象が卓越するので、横だおれ座屈に対して十分な安全性を確保する設計を行なう必要があるように思われる。昭和 48 年 2 月に道路橋設計示方書が大幅に改正されたことは周知のとおりであるが、直線 I げた橋の横だおれ座屈に関してはなんら触れられておらず、直線 I げた橋の横だおれ座屈に関する規定を準用して設計されているのが現状である。1977 年 5 月 A S C E の下部組織である鋼構造委員会が A A S H T O の示方書に曲線 I げた橋の横だおれ座屈に関する規定を追補の形で入れるという勧告を行なっている⁸⁾。それによると、曲線 I げた橋の横だおれ座屈に関する規定は、従来の直線げた橋に関するものよりかなりきびしくなっており、わが国でも関連規定を整備することが急務であるように思われる。

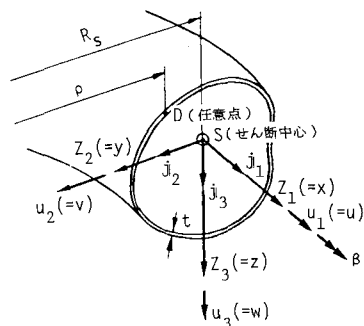
本文では、この種の問題を解明するために、有限変位場における薄肉曲線ばりの挙動、すなわち、幾何学的非線形性について基礎理論を展開する。まず、直交曲線座標系におけるテンソル解析より曲線ばりのひずみテンソルと変位の関係式を誘導し、これを薄肉曲線ばりに適用するために、薄肉曲線ばり理論の仮定を導入し簡易化をはかる。そして、変位場における薄肉曲線ばりの挙動を厳密に表現するために、回転変位およびその関与に関して十分慎重な考察を行なった。さらに、力のつり合い方程式、および、境界条件式を仮想仕事の原理によって導き、幾何学的非線形性を考慮した実用的な力のつり合い方程式を提示した。さらに、これらの方程式を曲線 I 形ばりの横だおれ座屈の問題に適用した。一方、これと併行して、曲率半径、スパン、フランジ幅が種々異なる総計 27 体の曲線 I 形模型による横だおれ座屈崩壊実験を実施し、曲線 I げた橋の許容曲げ圧縮応力度に関して一つの提案を行なうものである。

2. 薄肉曲線ばりの有限変位理論

(1) 仮定 図-1 に示すように薄肉曲線ばり断面のせん断中心 S を通って、はり軸接線方向に $Z_1(=x)$ 座標、曲率中心に向う水平方向に $Z_2(=y)$ 座標、および鉛直下方に $Z_3(=z)$ 座標をとる。そして、各座標軸方向の変位成分を (u_1, u_2, u_3) 、あるいは (u, v, w) とし、せん断中心 S (曲率半径 R_s) まわりの断面回転角を β とする。さらに、横断面上の任意点 D (曲率半径 ρ) の変位成分を (u_D, v_D, w_D) とする。

すると、薄肉曲線ばり断面上の任意点 D におけるひずみテンソル成分 $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \dots$ と変位との関係は式(1)で

図-1 座標系



与えられる(サフィクスDは省略している)。これを薄肉曲線ばりに適用するために、次の仮定を用いる。

① 横断面の形状は変位後も変化しないものとする。すなわち、

$$\tau_{yy} = \tau_{zz} = \tau_{yz} = 0 \quad \dots (2)$$

② ひずみテンソル成分

$\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{xy}$ は微小とし、 τ_{xx} は

工学的軸方向ひずみ e_{xx} 、また、 $2\tau_{xy}, 2\tau_{xz}$ は工学的せん断ひずみ e_{xy}, e_{xz} と近似的に等しいものとする。すなわち、

$$\tau_{xx} \cong e_{xx}, 2\tau_{xy} \cong e_{xy}, 2\tau_{xz} \cong e_{xz} \quad \dots (3)$$

③ 橋軸方向に平行なせん断ひずみのうち、板厚中心面に垂直方向のひずみは小さいものとし、工学的曲げねじり理論で用いられている次の2つの仮定を設ける。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xn} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial c} (\rho_c \tau_{xc} t) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

(2) 薄肉曲線ばりの挙動 図-2に示

すようにせん断中心Sは変位後 S^* に移動するだけであるが、任意点Dはせん断中心Sの並進変位と座標軸 (Z_1, Z_2, Z_3) の変向により点 D^* に移行し、さらに断面回転角 β によって最終的に点 E^* まで変位することになる。すると、2点 DE^* 間の変位ベクトル u_D と2点 SS^* 間の変位ベクトル u との関係は次式によって求められる。

$$u_D = u + t^* - s = u + z_i (k_i^* - j_i), \quad (\text{ただし, } i = 2, 3) \quad \dots (5)$$

上式を求めるためには、変位前の単位ベクトル j_i と変位後の単位ベクトル j_i^* 、あるいは k_i^* との関係が必要であり、これらの関係式は次式で与えられる。

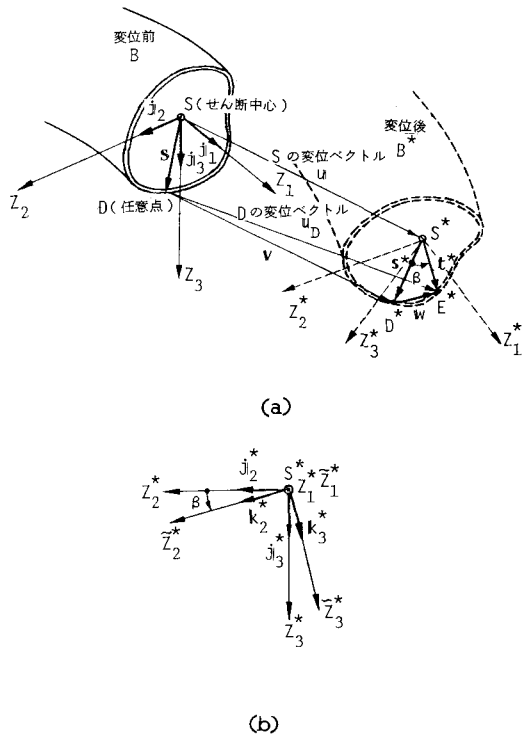
$$j_i^* = \ell_{ij} j_j, k_i^* = m_{ij} j_j \quad \dots (6)$$

ここに、 ℓ_{ij} は座標軸の回転に伴う直交変換行列であり、その要素 ℓ_{ij} は次式によって与えられる¹⁾。

$$\ell_{ij} = e_i e_j + (\delta_{ij} - e_i e_j) \mathcal{N} + \varepsilon_{ijk} e_k L \quad \dots (7)$$

ただし、

図-2 単位ベクトルと断面回転角



$$\left. \begin{aligned} e_1 &= 0, \quad e_2 = -\frac{u_{3:1}}{\sqrt{u_{2:1}^2 + u_{3:1}^2}}, \quad e_3 = \frac{u_{2:1}}{\sqrt{u_{2:1}^2 + u_{3:1}^2}}, \\ \mathcal{A} &= \sqrt{\frac{u_{2:1}^2 + u_{3:1}^2}{h}}, \quad \mathcal{L} = \sqrt{1 - \mathcal{A}}, \quad h = \sqrt{(1 + u_{1:1})^2 + u_{2:1}^2 + u_{3:1}^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

また、 δ_{ij} はkroneckerの記号であり、 ϵ_{ijk} は以下のように定義されているalternating simbolとする。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{ijk} &= 0 \quad (i, j, k \text{ のどれか 2 つが等しい時}) \\ &= 1 \quad (i, j, k \text{ がすべて異なり, } 1, 2, 3 \text{ とサイクリックである時}) \\ &= -1 \quad (i, j, k \text{ がすべて異なるが, } 1, 3, 2 \text{ とサイクリックでない時}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

さらに、

$$u_{1:1} = \frac{du}{R_s d\phi} - \frac{v}{R_s}, \quad u_{2:1} = \frac{dv}{R_s d\phi} + \frac{u}{R_s}, \quad u_{3:1} = \frac{dw}{R_s d\phi} \quad \dots\dots\dots (10)$$

結局、式(7)、(8)、(9)を式(6)に代入して ℓ_{ij} を具体的に示すと、式(11)のようになる。一方、式(6)中の座標変換行列 m_{ij} は図-2(b)より、式(12)が得られる。

$$\ell_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{1+u_{1:1}}{h} & \frac{u_{2:1}}{h} & \frac{u_{3:1}}{h} \\ -\frac{u_{2:1}}{h} & e_2^2 + e_3^2 \frac{1+u_{1:1}}{h} & e_2 e_3 (1 - \frac{1+u_{1:1}}{h}) \\ -\frac{u_{3:1}}{h} & e_2 e_3 (1 - \frac{1+u_{1:1}}{h}) & e_3^2 + e_2^2 \frac{1+u_{1:1}}{h} \end{pmatrix} \dots\dots (11) \quad m_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & \sin\beta \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \dots\dots (12)$$

したがって、ベクトル $\mathbf{k}_i^*$ を式(6)によってベクトル $\mathbf{j}_i$ で表わせれば、次のようになる。

$$\mathbf{k}_i^* = n_{ij} \mathbf{j}_j, \quad \text{ただし, } n_{ij} = m_{ik} \ell_{kj} \quad \dots\dots\dots (13)$$

式(12)を用いて式(5)を具体的に求められるが、薄肉曲線ばりが一般的な曲げねじりの状態にあると横断面上にはさらに橋軸方向のそりが生じる。有限変位場におけるそり U_ω は、式(4)の仮定と式(1)_{4,6}を用いて若干の計算を行えば、次のように表わされる¹⁾。

$$U_\omega = -\omega \vartheta \quad \dots\dots (14)$$

ここに、 ω はそり関数であり、有限変位場におけるねじり率 ϑ は、次式で与えられる。

$$\vartheta = \beta_{,1} - \frac{1}{R_s} (\ell_{22} \ell_{31} - \ell_{21} \ell_{32}) + 2 (\ell_{21,1} \ell_{31} + \ell_{22,1} \ell_{32} + \ell_{23,1} \ell_{33}) \quad \dots\dots\dots (15)$$

上式中、記号 $_{,1}$ は軸方向座標で微分することを表わす。

(3) 工学的有限変位場 式(5)と式(14)は薄肉曲線ばりの一般的挙動を表わした基本式であるが工学的立場より3次以上の高次微小項を省略して、式(5)を具体的に表わすと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_D &= u_1 - (u_{2:1} + \beta u_{3:1} - u_{2:1} u_{1:1}) y - (u_{3:1} - \beta u_{2:1} - u_{3:1} u_{1:1}) z - (\beta_{,1} + \frac{u_{3:1}}{R_s} - \frac{u_{3:1} u_{2:1} + u_{2:1} u_{3:1}}{R_s}) \omega \\ v_D &= u_2 - (\beta + \frac{u_{2:1} u_{3:1}}{2}) z - \{ \beta^2 + (u_{2:1})^2 \} y / 2 \\ w_D &= u_3 + (\beta - \frac{u_{2:1} v_{3:1}}{2}) y - \{ \beta^2 + (u_{3:1})^2 \} z / 2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (16)$$

(4) 直ひずみとせん断ひずみ 式(16)を式(1)に代入し、工学的有限変位場における任意点 D の直ひずみ ϵ_x を求めると次のように表わされる(図-3参照)。

$$\epsilon_x = \frac{R_s}{\rho} (\epsilon_X - \kappa_Z Y - \kappa_Y Z) - \frac{R_s}{\rho} \left\{ \kappa_X \omega - \frac{1}{2} (\vartheta r_{cn})^2 \right\} + \frac{1}{2} \left(\frac{R_s}{\rho} \right)^2 \left\{ (v'' + \frac{u'}{R_s}) y + (w'' - \frac{\beta}{R_s}) z \right\}^2 \quad \dots\dots (17)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \text{はり軸線のひずみ } \epsilon_x; \quad \epsilon_x &= \frac{R_s}{R_0} \left[u' - \frac{v}{R_s} + \frac{1}{2} \left\{ (u' - \frac{v}{R_s})^2 + (v' + \frac{u}{R_s})^2 + (w')^2 \right\} + \kappa_Z Y_s + \kappa_Y Z_s \right] \\ Y \text{ 軸まわりの曲率の変化 } \kappa_Y; \quad \kappa_Y &= \frac{R_s}{R_0} \left\{ w'' - \frac{\beta}{R_s} (1 + u' - \frac{v}{R_s}) - \beta (v'' + \frac{u'}{R_s}) - w' (u'' - \frac{v'}{R_s}) - \frac{1}{2 R_s} (v' + \frac{u}{R_s}) w' \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots (18)$$

$$Z \text{ 軸まわりの曲率の変化 } \kappa_z; \kappa_z = \frac{R_s}{R_0} \left[v'' + \frac{u'}{R_s} + \beta w'' - (v' + \frac{u}{R_s}) (\frac{u''}{R_s} - \frac{v'}{R_s}) - \frac{1}{2R_s} \left\{ \beta^2 + (\frac{u'}{R_s} - \frac{v}{R_s})^2 + (w')^2 \right\} \right]$$

$$x \text{ 軸まわりのねじり率の変化 } \kappa_x; \kappa_x = \beta'' (1 + \frac{u'}{R_s} - \frac{v}{R_s}) + \frac{w''}{R_s} - \frac{w'''}{R_s} (\frac{v'}{R_s} + \frac{u}{R_s}) + (\frac{v''}{R_s} + \frac{u''}{R_s}) w' \\ + \frac{1}{R_s} \left\{ (\frac{u''}{R_s} - \frac{v'}{R_s}) w' - (\frac{v''}{R_s} + \frac{u''}{R_s}) (\beta' + \frac{w'}{R_s}) \right\}$$

一方、せん断ひずみは薄肉であることを考慮すると

$$r_c = \frac{R_s}{\rho} (\tilde{q} \frac{R_s \rho^2}{\rho_c^3 t} - \frac{R_s}{\rho} 2n) \theta = \frac{R_s}{\rho} \theta \theta \quad \dots (19)$$

となる。ここに、 t ; 板厚、 ρ_c ; 曲率中心から薄肉部材の中心線までの曲率半径、 n ; 板厚中心線の法線方向座標である。また、式 (17) 中の r_{cn} は、次式で与えられるものである。

$$r_{cn} = \sqrt{\left(\frac{R_s}{\rho}\right) \left\{ y^2 + (z + \frac{w}{R_s})^2 \right\}} \dots (20)$$

図-3 変位・断面力の定義

(5) 仮想仕事の原理による基礎式の誘導

a. 仮定 ① 応力とひずみの関係は Hooke の法則にしたがう ② 直ひずみ ϵ_x によるひずみエネルギーを求める際、式 (17) の 2 重アンダーラインを引いた項の関与は小さいものとして省略する ③ せん断ひずみによるエネルギーは純ねじりによるもののみを考える。

b. 力のつり合い方程式 仮想仕事の原理によると、変位後の座標軸上で定義した断面力で与えられる力のつり合い方程式と、両端における幾何学的、ならびに力学的境界条件が得られる。しかし、本文では、この力学的境界条件を考慮して、図-3(a) に示したように変位前の座標軸上で定義した断面力を用いて力のつり合い式を求めると、次のような簡素化した式が得られる。

① 曲率面内変形

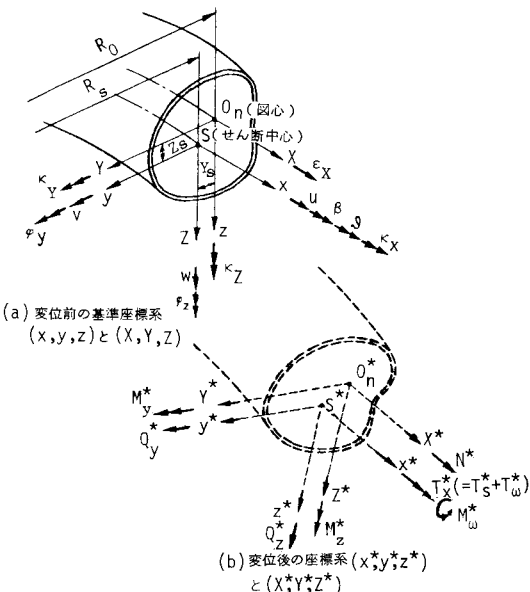
$$\left. \begin{aligned} N'_x - \frac{Q_y}{R_s} &= -p_x, \quad Q'_y + \frac{N_x}{R_s} = -p_y, \\ M'_z + Q_y - N'_x \varphi_z - \frac{1}{2R_s} M_y^* \varphi_y \\ &= -m_z - m_y \beta + m_{zz} \varphi_z + \frac{1}{2} m_{xx} \varphi_y \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

② 曲率面外変形

$$\left. \begin{aligned} Q'_z &= -P_z, \quad M'_y - Q_z + \frac{T_x}{R_s} - N'_x \varphi_y + \frac{1}{2R_s} M_y^* \varphi_z \\ &= -m_y + m_z \beta + m_{yy} \varphi_y + \frac{1}{2} m_{xx} \varphi_z, \\ T'_x - \frac{M_y}{R_s} + M_z^* \varphi_y - M_y^* \varphi_z + (T_x^* \varphi_z)' \\ &= -m_x - m_z \varphi_y + m_y \varphi_z - (m_{yy} + m_{zz}) \beta + m_{\omega} \varphi_z' \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

ここに、上式中の右辺に現われるものは荷重項であり、さらに変位後と変位前の座標軸上での断面力の関係は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= N_x^* + \frac{M_z^* \varphi_z + M_y^* \varphi_y - m_z \varphi_z - m_y \varphi_y}{R_s} \\ Q_y &= -M_z^* - m_z - (M_y^* \beta)' + N_x^* \varphi_z + \frac{1}{2R_s} M_y^* \varphi_y + (T_x^* \varphi_y)' \\ &\quad - m_y \beta + m_{zz} \varphi_z + \frac{1}{2} m_{xx} \varphi_y - (m_{\omega} \varphi_z)' \\ M_z &= M_z^* + M_y^* \beta - T_x^* \varphi_y \end{aligned} \right\}$$



$$\begin{aligned}
Q_z &= M_y^* + \frac{1}{R_s} T_x^* - \frac{m_\omega}{R_s} + \frac{1}{R_s} T_{sk}^* - (M_z^* \beta)' - N_x^* \varphi_y + \frac{1}{R_s} M_z^* \varphi_y + \frac{1}{R_s} M_\omega^* \varphi_z + (T_x^* \varphi_z)' \\
&\quad - \frac{1}{2R_s} M_y^* \varphi_z - m_z \beta - m_{yy} \varphi_y - \frac{1}{2} m_{xx} \varphi_z - (m_\omega \varphi_z)' + m_y \\
M_y &= M_y^* - M_z^* \beta + T_x^* \varphi_z - m_\omega \varphi_z \\
T_x &= T_x^* - m_\omega + T_{sk}^* + M_z^* \varphi_y - M_y^* \varphi_z - \frac{1}{R_s} M_\omega^* \varphi_z \\
M_\omega &= M_\omega^*
\end{aligned}
\tag{23}$$

c. 断面力と変位の関係式

$$\begin{aligned}
N_x^* &= E (A_x \varepsilon_x + \frac{1}{2} J_{ro} \vartheta^2), \quad M_y^* = -E (I_y \kappa_y + I_{yz} \kappa_z - \frac{1}{2} J_{ry} \vartheta^2), \quad M_z^* = E (I_z \kappa_z + I_{yz} \kappa_y - \frac{1}{2} J_{rz} \vartheta^2), \\
M_\omega^* &= E (I_\omega \kappa_x - \frac{1}{2} J_{r\omega} \vartheta^2), \quad T_\omega^* = -E (I_\omega \kappa_x' - \frac{1}{2} J_{r\omega} \vartheta^2), \quad T_s^* = GK \vartheta, \\
T_{sk}^* &= \{ j_{ro} N_x^* - j_{rz} (M_z^* - E I_{yz} \kappa_y) + j_{ry} (M_y^* + E I_{yz} \kappa_z) - j_{r\omega} M_\omega^* + H^* \} \vartheta, \quad H^* = \frac{1}{2} E J_r \vartheta^2
\end{aligned}$$

であり、断面諸定数は次のように与えられる。

表-1

対象構造物	研究者	本文との関係
一軸曲げと軸力を受ける直線ばり	西野 ³⁾ 倉方 後藤	$R_s \rightarrow \infty$ にし、強軸まわりの曲げ、およびねじりの項を0にすると、式(22)、(23)はすべて本文の結果と一致する。ただし、文献)において3次以上の高次微小項を省略した式で比較している
任意荷重をうける直線ばり	西野 ⁴⁾ 倉方 長谷川 奥村	$R_s \rightarrow \infty$ にし、式(22)、(23)において2重のアンダーラインを引いた項を0にすると本文の結果と一致する。ただし、変位に関しては2次微小項まで取った式で比較した。
アーチ	波田 ⁶⁾	式(22)(23)で2重のアンダーラインを引いた項を省略している。ただし、断面力 T_{sk} に関する考察が不十分である。
一軸対象断面の薄肉曲線ばり	遠田 ⁵⁾	式(22)(23)で2重のアンダーラインを引いた項を省略している。また、断面力をすべて微小変位理論の断面力に置換すると本文の結果と一致する。
曲線桁橋	中井 ⁷⁾ 事口 事谷	①アンダーラインを引いた非線形項をすべて省略すると、本文の結果と全く一致する。

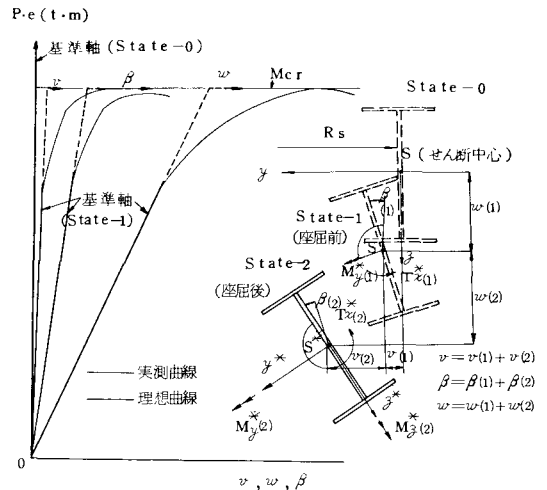
$$\begin{aligned}
A_x &= \int_A \frac{R_s}{\rho} dA, \\
I_y &= \int_A \frac{R_s}{\rho} Z^2 dA, \\
I_z &= \int_A \frac{R_s}{\rho} Y^2 dA, \\
I_{yz} &= \int_A \frac{R_s}{\rho} Y Z dA, \\
I_\omega &= \int_A \frac{R_s}{\rho} \omega^2 dA, \\
K &= \int_A \frac{R_s}{\rho} \theta^2 dA, \\
J_{ro} &= \int_A r_{cn}^2 dA, \\
J_{ry} &= \int_A r_{cn}^2 Z dA, \\
J_{rz} &= \int_A r_{cn}^2 Y dA, \\
j_{ro} &= \frac{J_{ro}}{A_x}, \quad j_{ry} = \frac{J_{ry}}{I_y}, \quad j_{rz} = \frac{J_{rz}}{I_z}, \quad j_{r\omega} = \frac{J_{r\omega}}{I_\omega}, \\
J_r &= J_{rr} - (j_{ro} J_{ro} + j_{ry} J_{ry} + j_{rz} J_{rz}) - j_{r\omega} J_{r\omega}
\end{aligned}$$

最後に式(22)、(23)と今までに報告されているつり合い方程式を比較すると表-1のようになる。

3. 曲線I形ばりの横だおれ座屈方程式への応用

図-4は曲線I形ばりの両端に等曲げモーメント $M_0 (=P \cdot e)$ が作用したときの横だおれ座屈崩壊実験²⁾より得られた荷重・変位曲線の一例を示したものである。この図を観察すると、座屈崩壊モーメント M_{cr} 付近で水平変位 v 、断面回転角 β 、および、たわみ w が急激に増大している。そこで、荷重の増大に伴う幾何学的非線形性をここでは無視し、座屈前までの荷重・変位

図-4 横だおれ座屈崩壊モーメントと荷重・変位曲線



曲線が図中で示した理想的な曲線になるものと仮定したいわゆる 2 次理論による横だおれ座屈方程式は、次のよう表わされる。

$$\left. \begin{aligned} & M_{z(2)}'' + (M_{y(2)}^* \beta_{(1)} + \beta_{(2)} M_{x(1)}^*)' - (T_{x(2)}^* \varphi_{y(1)} + \varphi_{y(2)} T_{x(1)}^*)' \\ & - \frac{1}{2R_s} (M_{y(2)}^* \varphi_{y(1)} + \varphi_{y(2)} M_{y(1)}^*)' = 0 \\ & M_{y(2)}'' + \frac{1}{R_s} (T_{x(2)}^* + T_{x(1)}^*)' \\ & - (M_{z(2)}^* \beta_{(1)} + \beta_{(2)} M_{z(1)}^*)' + (T_{x(2)}^* \varphi_{z(1)} + \varphi_{z(2)} T_{x(1)}^*)' \\ & - \frac{1}{2R_s} (M_{y(2)}^* \varphi_{z(1)} + \varphi_{z(2)} M_{y(1)}^*)' \\ & + \frac{1}{R_s} (M_{z(2)}^* \varphi_{y(1)} + \varphi_{y(2)} M_{z(1)}^*)' = 0 \\ & (T_{x(2)}^* + T_{x(1)}^*)' - \frac{1}{R_s} M_{y(2)}^* + M_{z(2)}^* (\varphi_{y(1)}' + \frac{\beta_{(1)}}{R_s}) \\ & + M_{z(1)}^* (\varphi_{y(2)}' + \frac{\beta_{(2)}}{R_s}) - (M_{y(2)}^* \varphi_{z(1)}' + \varphi_{z(2)}' M_{y(1)}^*) = 0 \end{aligned} \right\} \cdots (25)$$

ここに、サフィクス(2)は座屈によって生じる断面力、変位を示す指標であるサフィクス(1)は座屈前までの状態を示す指標であり、両端に等曲げが作用したときは、次のようになる。

$$M_{y(1)}^* = \frac{M_o}{\cos \theta/2} \cos(\phi - \frac{\theta}{2}), T_{x(1)}^* = \frac{M_o}{\cos \theta/2} \sin(\phi - \frac{\theta}{2}) \cdots (26)$$

(1) 非弾性横だおれ座屈解析法

曲線 I 形ばりは両端に曲げモーメントが作用しても、曲げ応力とそり応力が共存した応力状態が卓越するので、これらの応力と、さらに残留応力 σ_r を考慮した非弾性横だおれ座屈解析を伝達マトリックス法で行なう。解析上の仮定は、①材料は完全弾塑性体とする。②溶接による残留応力は図-6 に示すものを用いる。計算上の仮定としては、③まず、応力分布を仮定する。④断面諸定数は剛性低減法より決定する。もちろん、⑤断面力は剛性を低減した変断面で算定し、⑥一つの荷重増分に対して、この断面力が③より得られる断面力と一致するまで③～⑤の計算をくり返す。座屈荷重の算定には、式(25)を解いて伝達マトリックス計算を行ない係数行列[A]を求め、座屈モーメント M_{cr} を、|A|より求める。

(2) 計算値と実験値との比較

表-2 に L/b ($L=2.5m$), 中心角 ($\theta=L/R$) を種々変化させたときの横だおれ座屈強度に関する計算値と実験値とを示す。この表より、フランジ固定点間距離 $L (=R_s \theta)$ の中心角が 0.2 rad 程度までの曲線 I げた橋に対して本文の解析結果と実験値との比は 90~110% であり、本文の解析方法が有効であるように思われ

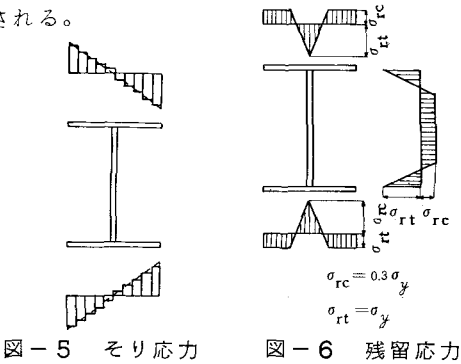


図-5 そり応力 図-6 残留応力

表-2

桁(フランジ幅)	$\theta=0.5$		$\theta=0.17$		$\theta=0.08$		$\theta=0$		本 法	文 献
	実	計	実	計	実	計	実	計		
G-1 (6 cm)	4.6	3.6	1.3	6.7	7.4	0.9	8.2	8.7	0.9	10.3
G-2 (8 cm)	5.4	6.0	0.9	8.8	9.3	0.9	11.2	11.6	1.0	12.3
G-3 (10 cm)	6.3	9.1	0.7	11.6	11.2	1.0	13.9	13.4	1.0	13.6
G-4 (12 cm)	7.8	11.8	0.7	14.2	13.7	1.0	18.0	15.4	1.2	15.6
G-5 (14 cm)	-	-	-	18.1	15.9	1.1	19.7	17.3	1.1	17.9

フランジ厚 1 cm, ウェブ厚 1 cm, 桁高 40 cm

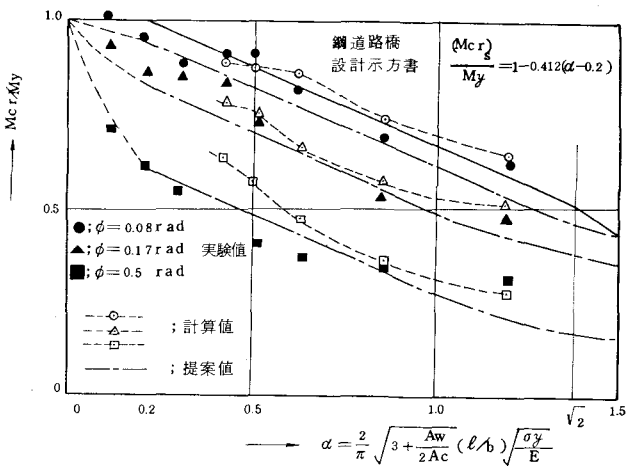


図-134 曲線 I げたの横だおれ座屈曲線

図-7 曲線 I げたの横だおれ座屈曲線

る。また、図-7は横軸にパラメーター α 、縦軸に σ_{cr}/σ_y をとって実験値と計算値をプロットしたものである。ただし、実験桁の境界条件は強軸まわりの曲げに対して単純支持、ねじり、および弱軸まわりの曲げに対して固定であるが道路橋示方書と境界条件が一致するようパラメーター α 中の有効座屈長 l は $l = \beta L$ (係数 $\beta = 0.49 \sim 0.63$)としている。この図を観察すると、中心角が大きくなるにしたがって横たおれ耐力は小さくなり α の増大とともに示方書の基準値にほぼ平行に減少することがわかる。

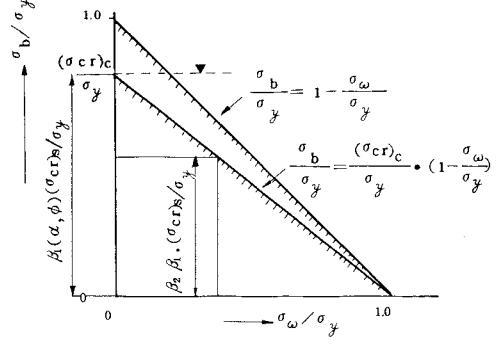


図-8 σ_b/σ_y と σ_w/σ_y の相関図

4. 曲線 I げた橋の許容曲げ圧縮応力度に関する一提案

曲線 I げた橋の圧縮フランジに生じる応力は次式で示すように、最大曲げ応力が横たおれ座屈崩壊に支配される、いわゆる許容曲げ応力度以下であり、しかも各断面の曲げ応力とフランジの局部応力（そり応力）との和が許容応力度以下になるように設計しなければならないように思われる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bc} < (\sigma_{ba})_c & \quad (\text{座屈照査式}) \\ \text{かつ } \sigma_{bc} + \sigma_w < \sigma_{bao} & \quad (\text{応力照査式}) \end{aligned} \right\} \dots\dots (27)$$

ここに、 σ_{bc} ；曲げ圧縮応力度、 σ_w ；そり応力、 ν ；安全率
 $(\sigma_{ba})_c (= \sigma_{cr}/\nu)$ ；曲線 I げたの許容曲げ圧縮応力度、
 $\sigma_{bao} (= \sigma_y/\nu)$ ；許容曲げ応力度の上限値

ここで、式 (27) の両辺を σ_{bao} で割り、左辺第一項の分母を $(\sigma_{ba})_c$ に置きかえると、次式が得られる。

$$\left. \frac{\sigma_{bc}}{(\sigma_{ba})_c} + \frac{\sigma_w}{\sigma_{bao}} \leq 1 \right\} \dots\dots (28)$$

ちなみに、この式で $\sigma_w = 0$ とすると、式 (27) の座屈照査式を満足し、かつ式 (27) の応力照査式を安全側に評価できるものである。

そこで、曲線 I げたの許容曲げ圧縮応力度 $(\sigma_{ba})_c$ は図-8に示したように直線ばりの許容曲げ圧縮応力度に $(\sigma_{ba})_s$ に低減係数 ϕ_1 を乗じて求められるものとする。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_{ba})_c &= (\sigma_{ba})_s \phi_1 = \sigma_{bao} \{1 - 0.412(\alpha - 2)\} \phi_1 \quad (\alpha \geq 0.2) \\ &= \sigma_{bao} \phi_1 \quad (0 < \alpha < 0.2) \end{aligned} \right\} \dots\dots (29)$$

すると、低減係数 $\phi_1(\alpha, \theta)$ は図-7中の提案曲線を基にし、パラメーター α, θ に着目すると図-9のようになり、最小2乗法により近似曲線を求めると、次のようになる。

$$\left. \phi_1 = 1.0 - 1.05 \sqrt{\alpha} (\theta + 4.52 \theta^2), \quad \text{ただし、} 0 \leq \theta \leq 0.2 \right\} \dots\dots (30)$$

5. あとがき

本文は有限変位場における薄肉曲線ばりの挙動に関する基礎理論を展開し、あわせて実用的な基礎式を提示したものである。それらの応用例として、曲線 I 形ばりの横たおれ座屈崩壊に関する理論的研究を行った。そして、さらに、実験的研究を通じて、4.に述べたように曲線 I げた橋の許容曲げ圧縮応力度に関して一つの実用的な提案をしたものである。

● 参考文献 1) 事口寿男、中井博；薄肉曲線ばりの有限変位理論；土木学会論文報告集投稿中、2) 大阪市立大学橋梁研究室、阪神高速道路公団、日立造船株式会社；曲線 I げた橋の横たおれ座屈崩壊に関する研究報告、昭 52. 3、3) 西野文雄、倉方慶夫、後藤芳顕；土木学会論文報告集 No 237, 1974. 10、4) 西野文雄、倉方慶夫、長谷川彰夫、奥村敬恵；土木学会論文報告集 No 225, 1974. 5、5) 遠田良喜；土木学会論文報告集、No 210, 1977. 7、6) Namita Yashio；Trans of JSCE, No 155, 1968. 7、7) 中井、事口、谷；土木学会論文報告集、No 255, 1976. 11、8) The Task Committee on Curved Girders of ASCE-ASSHTO；Curved I-Girders Bridges Design Recommendations, ASCE, ST5, 1977. 5

Study on Geometric non-linearity of Thin-Walled Horizontally
Curved Beams and Application to
Lateral Buckling Strength of Curved I-Beams

By Hisao Kotoguchi,^{*} Motoo Kubo^{**} and Hiroshi Nakai^{***}

During the past decade numerous horizontally curved I-girder bridges have been constructed in the highway of large cities, because of the fact that these type of bridges can easily be designed and much more economically fabricated than box girder bridges for the case of comparatively short span. However, the induced response of horizontally curved girder bridges under the vertical loads is always consisted of two parts, i.e., "bending" and "twisting" due to the effect of curvature of bridge axis. For the coupled actions of bending and twisting, the geometrical non-linearity is so predominate that the statical behavior as well as the strength such as the lateral buckling should be carefully analyzed by considering the coupled actions. Although, these kind of problems are important and fundamental ones to reply the needs of the horizontally curved I-girder as mentioned above, we can find very little literatures except the studies on out-of-plane buckling of arch bridges.

In order to analyze the lateral buckling strength curved I-beams, first stage of this paper will present the fundamental theory concerning the non-linearity under the finite displacement situation of thin-walled curved beams. The relationships between displacements and stress are fairly derived by means of the tensor calculus. From these basic formulae and the principal of virtual works, the fundamental and more exact equations for the equilibrium of forces together with the boundary conditions are derived by taking into the considerations of non-linear terms.

Second stage of this paper deals with the basic equations to estimate the lateral buckling strength of curved I-beams. By modifying the fundamental equations of equilibrium, a set of second order differential equations of lateral buckling of curved I-beam are developed. The procedures of numerical solution are discussed by adopting the transfer matrix method. The non-linearity caused not only by the relationship between stress and strain in the inelastic region but also residual stress are, of course, taken into the consideration. On the other-hand, the experimental studies on model tests are carried out to check the theoretical analysis for total of 27 model curved I-beams by changing radii, spans, and width of flange plates.

At the final stage of this paper, a design formula to be applied for the practical use is proposed by the comparison of theoretical results with experimental ones. From, these studies, it seems to conclude that the economical and reliable design of horizontally curved I-girder bridge will able to evaluate by a simple and practical proposition described in this paper.

* Lecture, Department of Civil Engineering, Osaka City University

** Student of master course, Department of Civil Engineering,
Post Graduate school of Osaka City University

*** Professor, Department of Civil Engineering, Osaka City University