

## 7 一様空気流中におけるアルミニウム角柱の自励振動

石本建築事務所 ○木村 博則

早稲田大学大学院 河野 功

### § 1. はじめに

一様流中におかれた非流線形断面を有する構造部材の、作用流体力による自励振動現象が、最近、多く報告されている。<sup>1)</sup> 自励振動現象は、渦励振による振動現象と関係しており、この問題に多様性を与えている。従来の研究<sup>2)</sup>は、風による振動現象を扱ったものが多く、耐風安定性の検討は、問題となる流速域が限られたものであるため、発達風速の検討にとどまっているようである。広い分野においてこの問題を考えるならば、問題となる流速域が異なり、発達風速の検討のみでは不十分である。尤の振動は、渦励振のように振幅の限定されたものではなく、一度発生すると大振幅に至る危険性がある。したがって、任意のモードを有する弾性体模型の自励振動による振幅のより厳密な検討が必要とされる。

本研究においては、一様な空気流中におかれた、正方形断面を有する弾性体模型の自励振動現象について、検討がおこなわれた。風速方向に尤の軸を直交的に片持支持されたアルミニウム角柱について風洞実験がおこなわれ、尤の実験結果が、非線形理論の適用による計算結果と、振動振幅に関して比較された。また、自励振動状態のアルミニウム角柱の応力振幅を求め、許容振幅を越える限界風速について検討した。

### § 2. 解析の展開

弾性体模型を対象とする空力弾性問題は、並進モードを有する剛体模型に比較して、任意の境界条件における振動モードの影響により、流れの3次元性による影響とも考え合せ、非常に複雑である。本研究においては、正方形断面を有する弾性体模型について、流れと直角方向の自由度ギャロッピングの発生を予測し、流れ直角方向基本曲げ振動が卓越すると仮定した。剛体模型を対象とするギャロッピングについては、準定常理論により、尤の詳細がよく説明されている。<sup>3)</sup> Fig. 1において、風速 $V$ の一様な流れの中におかれた部材が、速度 $\dot{Y}$ で、流れと直角方向に運動すれば、迎角 $\alpha = \tan^{-1}(\dot{Y}/V)$ の静的な空気が部材に作用する。大振幅のギャロッピングにおいて、 $\dot{Y}$ が微小であるとは仮定できず、空気が $\dot{Y}$ について非線形となるが、従来の非線形理論を用いて、尤の適用限界を考慮することで、振動振幅を求めることができる。 $Y$ 方向空気力係数 $C_{FY}$ は、 $\dot{Y}$ の7次多項式：

$$C_{FY} = A(\dot{Y}/V) - B(\dot{Y}/V)^3 + C(\dot{Y}/V)^5 - D(\dot{Y}/V)^7 \quad (1)$$

にて近似される(Fig. 2)。ここに、 $A, B, C, D$ ：

それぞれ 2.69, 168, 6,270, 59,900。

正方形断面を有する弾性体角柱の単位長さあたりに受ける $Y$ 方向空気力は、尤のまわりの空気の2次元性を仮定するならば、次のようになる。

$$F_Y = \frac{1}{2} \rho d V^2 C_{FY} \quad (2)$$

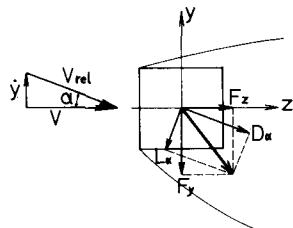


Fig.1 Cross section and flow geometry

ここに、 $\rho$ 、 $d$ ：空気密度、代表長さである。空力弾性問題において、正方形断面を有する弾性体角柱のギャロピンングは、微分方程式：

$$\frac{\gamma d^2}{8} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = F_y \quad (3)$$

により支配されることは、よく知られている。ここに、 $\gamma$ 、 $C_A$ 、 $EI$ ：それぞれ、部材単位長さあたりの比重量、減衰係数、曲げ剛性である。式(3)の右边は、流体力による非線形項である。Fig.3にみるような角柱の任意の長さ  $l_i$  の一区間 ( $x_i = 0 \sim l_i$ ) を、角柱の任意の  $i$  要素として着目する (Fig.4)。Fig.3において、 $X$  軸は部材  $i$  の  $x$  軸に平行に、 $Y$  軸は流れ方向に平行にとられている。Fig.4における各変位は、 $i$  要素の節点変位ベクトル  $\{B_i\}$  の成分として次のように示される。

$$\{B_i\} = [y_i, \theta_i, y_{i+1}, \theta_{i+1}]^T \quad (4)$$

$i$  要素のたわみ関数として3次関数を用いると、形状関数ベクトルは次のようになる。

$$\{N\} = [2x^3/l_i^3 - 3x^2/l_i^2 + 1, x^3/l_i^3 - 2x^2/l_i^2 + x/l_i, 2x^3/l_i^3 - 3x^2/l_i^2, x^3/l_i^3 - x^2/l_i^2]^T \quad (5)$$

$i$  要素の一般変位  $y_i$  は、式(4)、式(5)を用いて次のようになる。

$$y_i = \{N\}^T \{B_i\} \quad (7)$$

式(3)の左辺を0とする  $i$  要素の運動方程式を、Galerkin法を用いて離散化すると次のようになる。

$$\frac{\gamma d^2}{8} \int_0^{l_i} \{N\} \{N\}^T dx \{\ddot{B}_i\} + C_A \int_0^{l_i} \{N\} \{N\}^T dx \{\dot{B}_i\} + EI \int_0^{l_i} \{N''\} \{N''\}^T dx \{B_i\} = \{0\} \quad (6)$$

式(7)について、各要素の合成をおこない、固有値に及ぼす減衰の影響は小さいものとして、 $n$  次振動における角柱の節点モードベクトル  $\{u_0\}_n$ 、固有値  $\omega_n$  が求まる。ただし、 $\{u_0\}_n$  は最大振幅  $A_n$  の成分が1となるように正規化されている。次に、一般座標系における固有モードを  $u_n(x)$  とし、固有値を用いて、Galerkin法により、式(3)と等価な次式が得られる。

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x) g_n(t) \quad (8)$$

$$\text{ただし,} \quad g_n(t) = A_n \sin \omega_n t \quad (n=1, 2, \dots) \quad (9)$$

$$\ddot{g}_n + 2\beta_n \omega_n \dot{g}_n + \omega_n^2 g_n = f_n \quad (n=1, 2, \dots) \quad (10)$$

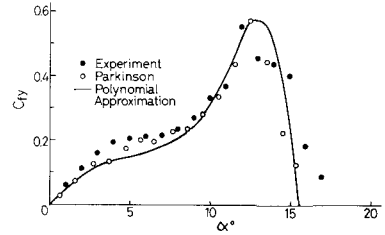


Fig.2 Lateral aerodynamic force coefficient

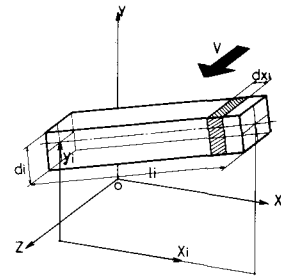


Fig.3 Coordinate system and  $i$ -element of square prism

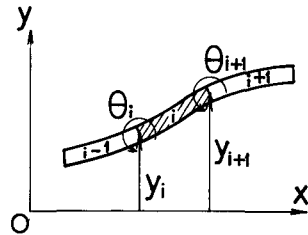


Fig.4 Joint displacements of  $i$ -element and global coordinate

$$f_n = \frac{\int_0^l U_n(x) \cdot F_n(x, t) dx}{\int_0^l \frac{r dx}{\rho} \cdot U_n(x) dx} \quad (n=1, 2, \dots) \quad (11)$$

ここに、 $\beta_n$ :各モードの構造減衰係数である。さて、式(11)において、一般座標系固有モードに関する積分をおこなうことで、1自由度系と等価な問題に帰着する。ところで、各要素の局所座標を全体座標に変換するならば次式:

$$\int_0^l U_n(x)^m dx = \sum_{i=1}^N \int_{x_i^*}^{x_{i+1}^*} (\{N(x-x_i^*)\}^T \{U_{0i}\}_n)^m dx \quad (n=1, 2, \dots) \quad (12)$$

$$(m=2, 4, 6, 8)$$

を用いることで、容易に任意の境界条件における固有モードについて、その算算が可能になる。ここに、 $\{U_{0i}\}_n$ : $\{U_0\}_n$ の*i*要素に関する成分、*N*:分割数、 $x_i^*$ ,  $x_{i+1}^*$ :*i*要素の節点座標である。

### § 3. 風洞実験

実験は、早稲田大学理工学部のグッチェンゲン型風洞(吹出口700×700 [mm], 使用風速範囲2~12 [m/s])を用いておこなわれた。弾性体モデルとして、正方形断面を有するアルミニウム角柱を用い、その形状は0.01×0.01×0.683 [m]で、風洞棒下部で片持支持した。固有振動数は、17.7 [Hz]、構造減衰係数は0.2 [%]と0.141 [%]の2種類とした。振動振幅は、模型に付着したひずみゲージよりアンペアを介し、ポジグラフにて記録した。風速を順次高めながら、各風速における定常振幅および時間の経過とともに定常振幅に至る振動波形を記録した。さらに、模型の後流の風速変動を熱線風速計を用いて、固定端からの距離が0.2, 0.4, 0.6 [m]において測定記録した。

### § 4. 実験結果

Fig 5, 6 は、各々構造減衰係数が0.2 [%], 0.141 [%] の場合の風速と定常振幅の関係について、実験結果を示したものである。それによると、風速が順次高まるにつれ、振動振幅の様な上昇が示され、その振動数は系の基本

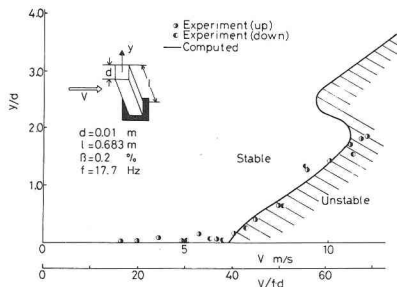


Fig.5 Amplitude versus air velocity for aluminum-square prism

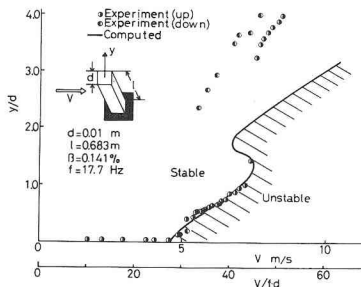


Fig.6 Amplitude versus air velocity for aluminum-square prism

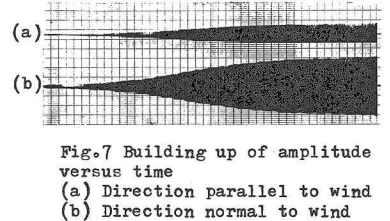


Fig.7 Building up of amplitude versus time  
(a) Direction parallel to wind  
(b) Direction normal to wind

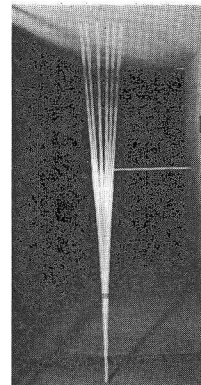


Photo.1 Mode of self-excited vibration for aluminium-prism (Direction normal to wind)

さらに風速を高めると、7.6 [m/s]において急激な大振幅を生じ、9.3 [m/s]において 48 [mm] にまで達した。Fig. 5, 6 において、巻道後の振幅の上昇について、計算値と実験結果は、よく一致しているが、急激な大振幅発生後は、実験値が計算値を大きく上まわっていた。

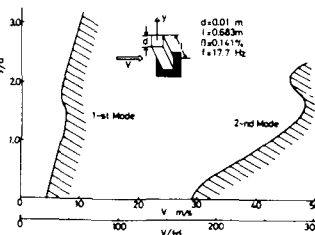


Fig. 8 Amplitudes of 1-st, 2-nd self-excited vibration versus air velocity

Photo. 1 にアルミニウム角柱の自励振動状態時の振動モードを示した。これより、系の基本曲げ振動モードの卓越が認められた。また、風速 9.3 [m/s]において、時間の経過とともに定常振幅に至るまでの振動波形を Fig. 7 に示した。これより、風に直角方向の振幅の卓越が認められた。Fig. 8 に 1, 2 次自

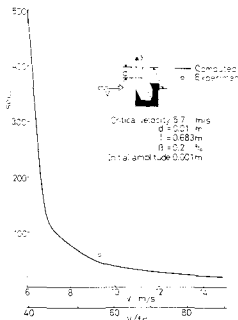


Fig. 9 Build-up time versus air velocity

励振動振幅の計算値と風速の関係を示した。これより、2 次振動にくらべ、1 次振動が卓越することが確認された。

Fig. 9 に初期微小振幅 1 [mm] から定常振幅に至るまでの時間と風速の関係を示した。Fig. 7 の実験結果より、定常振幅に至るまでの時間を求め、Fig. 9 に示した。

次に、固定端からの高さが 0.2, 0.4, 0.6 [m] の位置で測定された角柱後流の空気の変動スペクトルを Fig. 10 に示した。それによると、固定端からの高さが 0.6 [m] の後流においては、系の基本振動数が卓越し、0.2 [m] の後流においては、カルマン渦振動成分と系の基本振動数の 2 つの卓越がみられた。この結果、後流の風速変動は、固定端から比較的近い領域を除いて、自励振動による系の基本振動数が卓越し、カルマン渦による高次の共振現象の発生はないものと考えられる。

## § 5. まとめ

一様流中における、片持支持のアルミニウム正方形断面柱において、風直角方向の基本曲げ振動の卓越が、実験結果と計算結果より確認された。先のアルミニウム角柱の固定端における応力振幅の最大値は、部材の長さを  $l$ 、ヤング率を  $E$ 、先端振幅を  $y_e$ 、部材中立軸より最も遠い断面の周辺までの距離を  $c$  とすると、次のようになる。

$$\sigma_{\max} = \frac{E}{l^2} e y_e \cdot 3.516 \quad (13)$$

Fig. 6 の実験結果より、各風速における先端振幅の値  $y_e$  を式 (13) に代入し、部材にはたらく応力振幅の最大値を Fig. 11 に示した。Fig. 11 より、

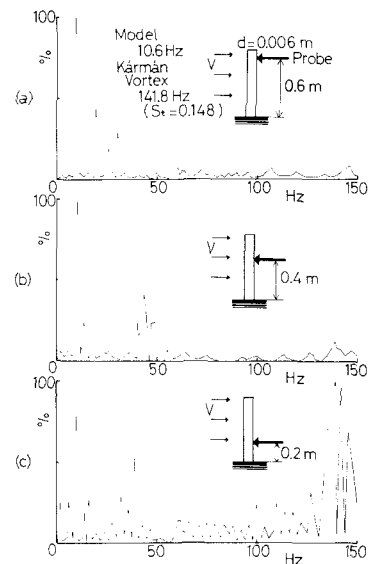


Fig. 10 Power spectrum ratio of air wake behind vibrating

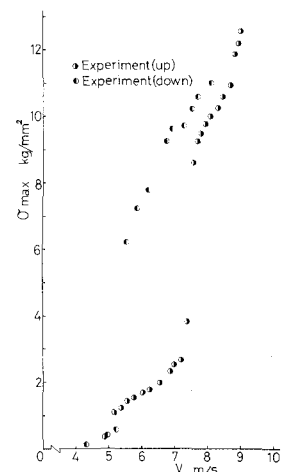


Fig. 11 Amplitude of stress versus air velocity

許容振幅を越える限界風速について、ある程度の予測が可能である。アルミニウムの耐力が  $4 \sim 12 [kg/cm^2]$  にあるとするなら、飛び移り現象が発生した風速以上においては、耐力を越える危険な状態に達していたと思われる。

本研究において、剛体模型を対象とした非線形理論が、弾性体模型にも適用されることが予測された。

また、計算過程に有限要素法を用い

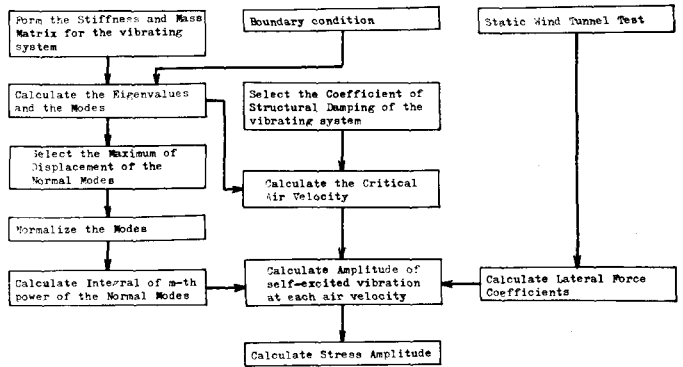


Fig.12 Computational flow

ること"で、任意の境界条件を有する部材において、自励振動振幅を求める演算が、容易になった、(Fig.12)。

謝辞 本研究をおこなうにあたり、早稲田大学、奥村敦史教授に助言と暖かい御支援をいただき、ここに謝意を表したい。

## 参考文献

- 1) Otsuki, Y. ,J. Sound and Vibration, 34-2 (1974), pp.233.
- 2) Scruton, C. and Flint, A.R., Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 27, Paper No.6758 (1964), 673.
- 3) Parkinson, G.V. ,Quart. J. Mech. Appl. Math., 17-2 (1964), pp.225.
- 4) N.Minorsky, "Introduction to Non-Linear Mechanics"; Edwards, Ann Arbor, Mich., 1947, pp. 186-188.
- 5) Gallagher, R.H, "Finite Element Analysis Fundamentals".

FLOW-INDUCED VIBRATION OF ALUMINUM-CANTILEVERED PRISMS  
IN A SMOOTH FLOW

H.KIMURA\* I.KONO\*\*

It is well known in various fields that a structural element is becoming more slender and it is more susceptible to large flow-induced vibration in a smooth flow. Oscillations due to galloping phenomena represent an important type of flow-induced vibrations. The quasi-steady approach predicts the galloping oscillations of two-dimensional model with sharp edged cross section very well in terms of nonlinear vibration mechanics. The basic limitation for the application of the quasi-steady theory is that it must be applied above the air velocity at which vortex-induced vibrations take place.

This paper deals with the theoretical and experimental investigation on self-excited oscillations of elastic three-dimensional models in a smooth air flow. We apply nonlinear theory, estimating the quasi-steady aerodynamic forces, to the three-dimensional model of elastic prisms with square cross section. Assuming that fundamental oscillations in the direction normal to an air flow surpass, conclusion of theoretical analysis is easily given. Natural frequency is calculated and mode shape function is approximated to straight line in terms of FINITE ELEMENT METHOD. If only integral of  $m$ -th power of normal mode is computed, it is resulting in the quasi-steady theory of galloping oscillations for one-degree of freedom.

Experiment was carried out on an aluminum cantilevered prism with square cross section at the Aeroelastic Wind Tunnel of the Department of Mechanical Engineering, University of Waseda. The air velocity ranged from 4.0 m/s to 12.0 m/s. Experimental results showed that fundamental oscillation in the direction normal to the flow surpassed. With respect to displacement and stress amplitude, the results were in good agreement with conclusions of theoretical analysis. Amplitude of galloping oscillation under arbitrary boundary condition can be estimated using this analytical method.

---

\* Ishimoto Architectural and Engineering Firm.

\*\* Graduate Student, Waseda Univ.