

5 地盤・杭・骨組の一体構造による複合非線形挙動について.

日本大学 向後豊次*

日本大学 首藤 茂**

1) まえがき. 軟弱な地盤上にある構造物は, 基礎の種類, 地盤の力学的特性等によって異なるが,

設計外力によって, 変形状に著しい影響を与けるものと考えられる. 本報告は, 地盤と杭と骨組を一体構造とし, さらに外力は鉛直力+水平力を運動負荷する, これによって, 鉛直力による初期変形が, 水平力負荷による変形, 応力性状に対する影響など, 全体的な非線形挙動を明らかにすることによって, 安全かつ合理的な構造設計上の資料を提供するものである.

この構造解析にあたり, 地盤の力学的特性は, 非線形弾性曲線法にもとづき, 深い位置で支持された単杭は, 横抗杭の非線形バネ定数によって, 拘束された長柱とし, 上部構造と一体とする. この一体化された構造物は, 地盤, 支点条件にともなう形状変化と剛性変化を考慮した幾何学的非線形および降伏条件式と粗性流れ法則によって展開された塑性ヒンジ法. すなわち材料の非線形解析を行うものである.

なお, 数値計算法は F.W.Williams の実験モデルに適用し, その非線形性状をよく追跡することが出来た移動座標系の修正荷重増分法および増分形の混合法によって行ったものである.

2) 地盤の力学的特性. 地盤および単杭の非線形を考慮した一体解析をするに当り, 特に問題となることは, 地盤と単杭の相互作用をどのような形で理論的にシミュレートするがということである.

静的な横力を受ける単杭の挙動については, 種々の研究, 解析がなされている.

本報告における非線形弾性曲線法は, 地盤反力と変位の関係を, 1 式に示す指数関数に仮定するものである.

* 日本大学助教授. ** 大学院生.

$$P = B \cdot K \cdot X^m \cdot Y^n \quad (1)$$

P; 深さ X 点の単位長さ当りの地盤反力.

B; 杭の中 X; 地表面からの深さ.

K; 土の弾性的性質によって決まる係数.

Y; 深さ X 点の水平変位.

$m \geq 0 \quad 1 \geq n \geq 0$ 指数である.

線形弾性曲線法には $m=0, n=1$ とする Chang の方法 $m=1, n=1$ とする Rowe の方法がある.

一方地盤の力学的特性をより忠実に表わす非線形弾性曲線法には $m=1, n=0.5$ 砂質性地盤とする篠原, 久保氏の方法 $m=0, n=0.5$ 粘性土地盤とする林, 宮島氏の方法がある. 本報告においては前者の S 型地盤によって解析を行う.

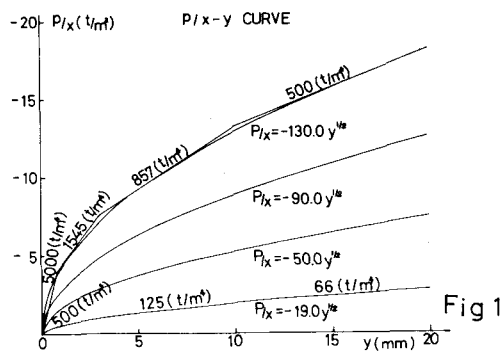


Fig 1

図1は, 1 式における,

$$P/x = k_s \cdot Y^{0.5} \text{ CURVE (2)}$$

である. こゝに, $K=0.0019, 0.0053, 0.0090, 0.0130 \text{ kg/cm}^{3.5}$ である. 軟かい地盤と硬い地盤を示している.

図2は, 地盤と単杭を一体構造として解析するモデルである.

そこで地盤は, 図示のようなトラス材と考え

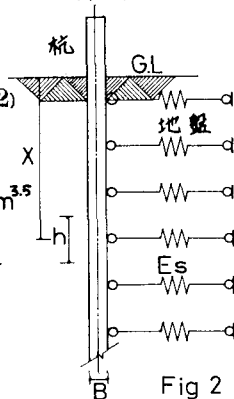


Fig 2

ある単位中の地盤の性状を、バネ定数として置き換えることにする。このバネ定数は、地盤バネ係数 K_s がきまると、次式によって決定される。

$$P = E_s Y^{0.5} \quad E_s = k_s \cdot x \cdot h \cdot B \quad (3)$$

以上の1式をもとに、単杭の水平抵抗について計算する Newton-Raphson 法の直接解析法および摂動法による解析がなされ、増分法が地盤の非線形力学効果を十分解明しうることが確認されている。本報告においては、2式をもとに、3本の折れ線に近似した線形化増分法によって数値計算を行う。

3) 薄肉断面部材の増分形つり合い方程式。 本解析を行うにあたり、次の仮定事項にしたがう。

(1) 各部材要素の断面は一樣であり、かつ形状は変化しない。(2) 部材は直線材とする。(3) 部材のせん断変形は無視する。(4) 荷重増分による変位増分は有限変形、微小ひずみとする。

この仮定事項のもとに、部材要素は変位増分の二次形式によって表わされる付加応力のひずみエネルギー、および先行応力によるひずみエネルギー増分と付加外力、先行外力の損失エネルギーの差、すなわち変位増分が生じた後のポテンシャルエネルギー増分 $\Delta \Pi$ は、その系がつり合い状態にあるとき、変分原理により極値をとる $\delta \Delta \Pi = 0$ によって非線形なつり合い方程式がえられる。

$$\Delta U_e = \Delta U_e^T \cdot n N_e + \frac{1}{2} \Delta U_e^T \cdot k_e \cdot \Delta U_e \quad (4)$$

K_e : 要素の剛性マトリックス

nN : 節点における先行応力

$$\Delta U = \sum_e \Delta U_e = \Delta U^T \cdot n N + \frac{1}{2} \Delta U^T \cdot k \cdot \Delta U \quad (5)$$

$$K = \sum_e T^T \cdot K_e \cdot T \quad nN = \sum_e T^T \cdot n N_e$$

$$\Delta W = \Delta U^T (P_n + \Delta P) \quad (6)$$

$P_n, \Delta P$: 先行外力および付加外力。

$$\Delta \Pi = \Delta U - \Delta W = \frac{1}{2} \Delta U^T \cdot k \cdot \Delta U + \Delta U^T \cdot n N - \Delta U^T (P_n + \Delta P) \quad (7)$$

増分形の方程式は、次の通りである。

$$K \Delta U + n N - (P_n + \Delta P) = 0 \quad (8)$$

K : 接線剛性マトリックス。

4) 薄肉開断面部材の剛性マトリックス。 構造物の立体的挙動を求めることを目的とする薄肉開断面の座標系は、図3デカルト座標にしたがい、要素の両節点を結ぶ直線分に平行な軸を x 軸とする。

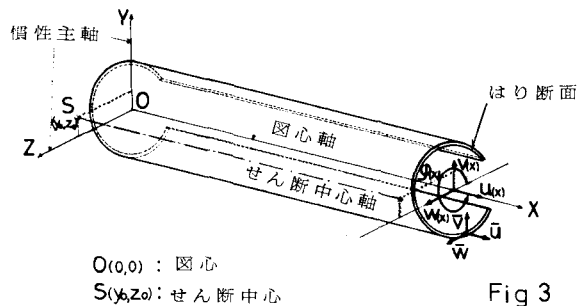


Fig 3

固定座標ともに右手系とする。要素の座標 x, y, z 軸に対応した方向の変位増分をそれぞれ $\Delta u, \Delta v, \Delta w$ 、とし軸方向の回転増分 $\Delta \varphi$ とする。要素内部の断面上の任意点 x, y, z の変位増分 $\Delta \bar{u}, \Delta \bar{v}, \Delta \bar{w}, \Delta \bar{\varphi}$ は次のような変位場とする。

$$\begin{aligned} \Delta \bar{u} &= \Delta u - (y - z \cdot \Delta \varphi) \cdot \frac{d\Delta v}{dx} - (z + y \cdot \Delta \varphi) \cdot \frac{d\Delta w}{dx} - w \cdot \frac{d\Delta \varphi}{dx} \\ \Delta \bar{v} &= \Delta v - z \cdot \Delta \varphi - \frac{1}{2} y \cdot \Delta \varphi^2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Delta \bar{w} = \Delta w + y \cdot \Delta \varphi - \frac{1}{2} z \cdot \Delta \varphi^2, \quad \Delta \bar{\varphi} = \Delta \varphi$$

次に、要素内部の任意点 x, y, z における直ひずみ増分 $\Delta \varepsilon_x$ は有限変形を考慮して次のようになる

$$\Delta \varepsilon_x = u_x - y \cdot v_{xx} + z \cdot \varphi_{xx} - z \cdot w_{xx} - y \cdot \varphi \cdot w_{xx} - w \cdot \varphi_{xx} + \frac{1}{2} v_x^2 + \frac{1}{2} w_x^2 + \frac{1}{2} (y^2 + z^2) \cdot \varphi_x^2 \quad (10)$$

$$\text{こゝに } \frac{d\Delta u}{dx} = u_x, \quad \frac{d\Delta v}{dx} = v_x, \quad \frac{d\Delta w}{dx} = w_x, \quad \frac{d\Delta \varphi}{dx} = \varphi_x$$

$$\frac{d^2 \Delta v}{dx^2} = v_{xx}, \quad \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} = w_{xx}, \quad \frac{d^2 \Delta \varphi}{dx^2} = \varphi_{xx}, \quad \Delta \varphi = \varphi$$

次に、変位増分の二次形式によって表わされるひずみエネルギー増分 ΔU_{e2} は

$$\Delta U_{e2} = \frac{1}{2} \iiint_V E (\Delta \varepsilon_x)^2 dx dy dz + \frac{1}{2} \int_0^L G J (\Delta \varphi)^2 dx \quad (11)$$

上式に直ひずみ増分 $\Delta \varepsilon_x$ およびねじり増分 $\Delta \varphi$ を代入し、断面に関する諸定数を定義すると、

したがって、ひずみエネルギー増分 ΔU_{e2} をベクトルおよびマトリックス表示すると、

$$\Delta U_{e2} = \frac{E}{2} \int_0^L [d]^T ([k_0] + [k_{d1}] + [k_{d2}]) [d] dx \quad (12)$$

こゝに、 $\{d\}^T = [u_x, v_x, w_x, \alpha_x, \beta_x, \gamma_x]$

$[k_0], [k_{d1}], [k_{d2}]$ はマトリックス表示されるつぎに変位関数として u を x に関する一次式、 v, w, α を三次式に仮定して、有限要素法の手法により変換を行えば、ひずみエネルギー増分は、

$$\Delta U_{e2} = \frac{1}{2} \{\Delta U_e\}^T ([K_0] + [K_{d1}] + [K_{d2}]) \{\Delta U_e\} \quad (13)$$

こゝに、 $[K_0] = E(A) \int_0^L [B]^T [k_0] [B] dx [A]$

$[K_{d1}] = E(A) \int_0^L [B]^T [k_{d1}] [B] dx [A]$

$[K_{d2}] = E(A) \int_0^L [B]^T [k_{d2}] [B] dx [A]$

5) 塑性ヒンジの降伏条件と塑性流れ法則。先の仮定事項に加えて、(5) 部材の塑性は広がりがない。(6) 部材に全断面降伏が生じる条件はその部材の降伏関数を H とすると、

$$H(R_1, R_2, \dots, R_n) = 0 \quad (14)$$

こゝに、 $R_1, R_2, \dots, R_n$ は一般化力である。(5) 降伏以後、材料のひずみ硬化しないとき、塑性変形が進行するためには、

6) 数値計算と考察。

数値計算 1、吊橋主塔と基礎一体構造の非線形解析である。とくに単杭の剛性が大であり、傘田山門、大地氏および太田、明田氏の杭は線形、水

$$\delta H = \frac{\partial H}{\partial R_1} \delta R_1 + \dots + \frac{\partial H}{\partial R_n} \delta R_n = 0 \quad (15)$$

を満足しなければならぬ、また断面に除荷が生じた場合は、次式のようなになる。

$$\delta H < 0 \quad (16)$$

次に、降伏が生じた部材端の増分変位 δu は弾性増分変位 δu^e と塑性増分変位 δu^p の和として、

$$\begin{Bmatrix} \delta u_1 \\ \delta u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta u_1^e \\ \delta u_2^e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \delta u_1^p \\ \delta u_2^p \end{Bmatrix} \quad (17)$$

塑性流れ理論により、塑性増分変位 δu^p は、

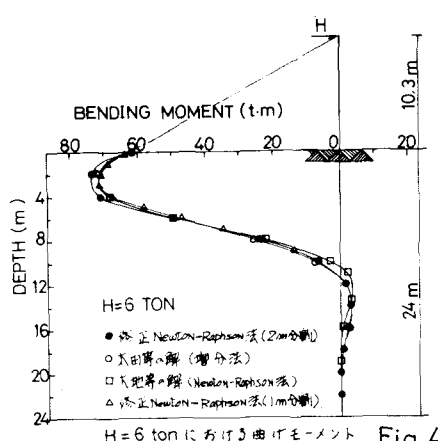
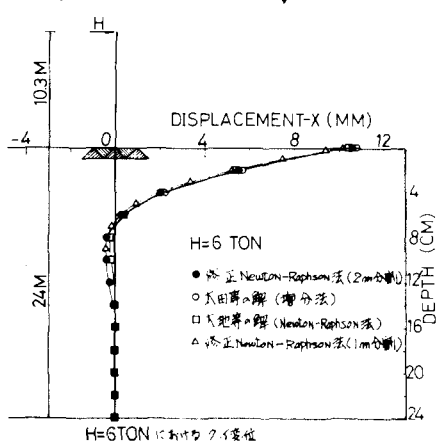
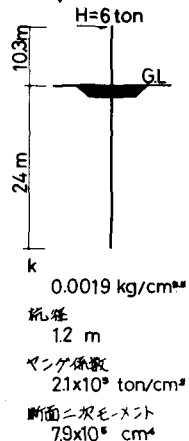
$$\begin{Bmatrix} \delta u_1^p \\ \delta u_2^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial H}{\partial R_1} \\ \frac{\partial H}{\partial R_2} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

こゝに、定数 λ によって、塑性変形量が決まる、

よって、要素の部材端力と部材端変位の関係式および 15 式の塑性流れ条件と 17 式から、材端に塑性ヒンジを生じた部材の増分部材端力と増分部材端変位との関係式がえられる。

$$\begin{Bmatrix} \delta R_1 \\ \delta R_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^{PL} & K_{12}^{PL} \\ K_{21}^{PL} & K_{22}^{PL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta u_1 \\ \delta u_2 \end{Bmatrix} \quad \{\delta R\} = [K^{PL}] \{\delta u\} \quad (19)$$

こゝに、塑性剛性マトリックス K^{PL} は、幾何学的非線形を考慮した、接線剛性マトリックスおよび降伏断面の塑性流れ条件を含むものである。



H=6 ton における曲げモーメント Fig 4

数値計算2, 地盤変化の影響, 建築構造物を想定し, 単杭の剛性は小であり, かつ, 水平力と鉛直力の同時負荷による幾何学的非線形解析である。

地盤と杭の相互作用による非線形挙動は, 地表

面下の上層部にあらはれている, とくに軟弱地盤 CASE 1 の場合, 著しい変形, 応力性状である。

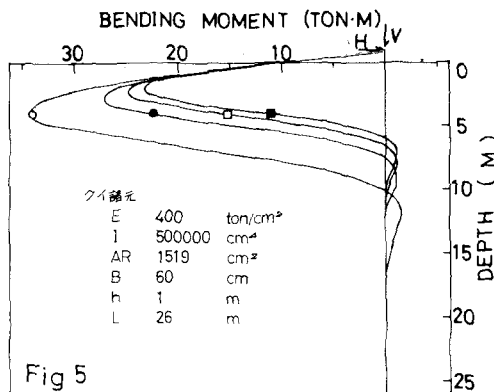
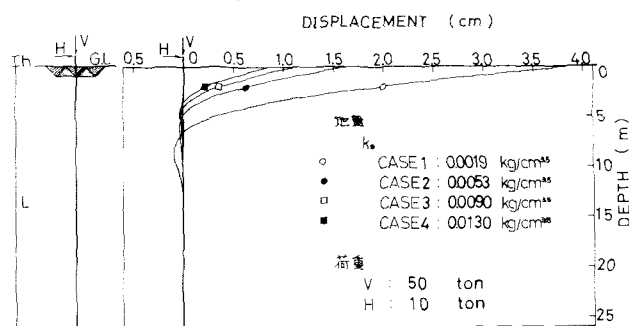


Fig 5

数値計算3, 高さ変化の影響, 数値計算2における単杭の諸元により水平力と鉛直力の載荷点変化について, 幾何学的非線形解析である。

CASE 1 の場合, 載荷点変化の影響は図示のとおり

である, 点線は水平力のみ負荷で, 同時負荷による鉛直力の影響は, 高さ変化につれて, D_{y0}

M_{max} ともに5% から13% 増加となり, 地盤反力係数

の大きい CASE 4 の場合, 1% から7% 増加であった。

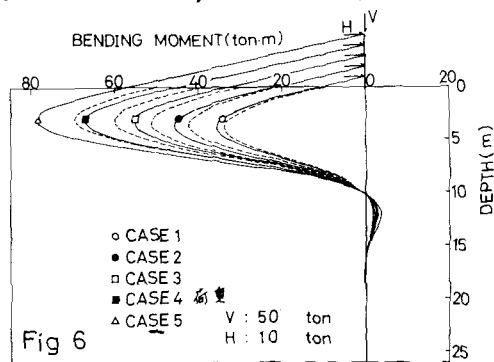
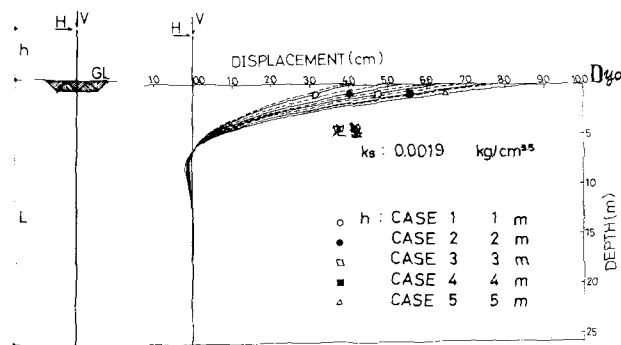


Fig 6

数値計算4, 地層変化の影響, 数値計算2における単杭の諸元により, 地盤反力係数の急激な層変化について, 幾何学的非線形解析である。

地盤反力係数の大きい場合の地層変化の影響は

図示のとおりであるが, 地層変化の位置によって非線形挙動が著しく違っている。図示の場合

は地表面下5mである。地表面下8mの場合, 変形, 応力性状に殆んど影響は, 見られなかった。

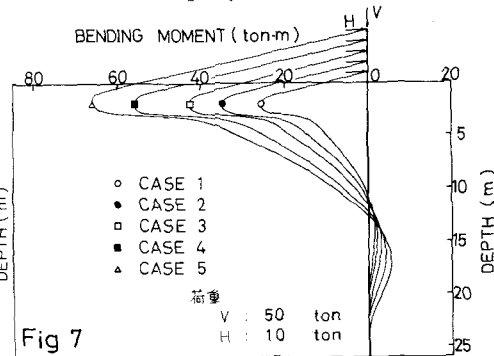
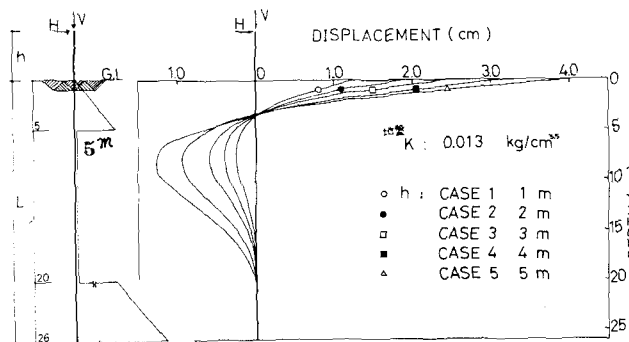


Fig 7

数値計算5, 日本建築学会, 鋼構造設計演習委員会編の設計例, 多雪地域に建つ中学校体育館である。この設計例において, 基礎条件として, 地盤は比較的硬い粘土層であり, 支点変位ない独立基礎としている。本報告は, 数値計算1, 2, 3, 4の結果にもとづき, 地盤の力学的挙動, 基礎の支点条件を考慮した地盤杭骨組の一体構造(図8)について設計荷重表1の範囲内で, 鉛直力と水平力を連動負荷した幾何学的非線形解析である。設計例における骨組の形状および諸元は, 図中の通りである。また短期荷重時の最大断面応力度と許容応力度比 $0.64 < 1$ の弾性範囲にあり, 比較的剛性の大きい山形ラーメンである。また節点39のライズ 2.5^m アーチラーメンについても数値計算を行った。

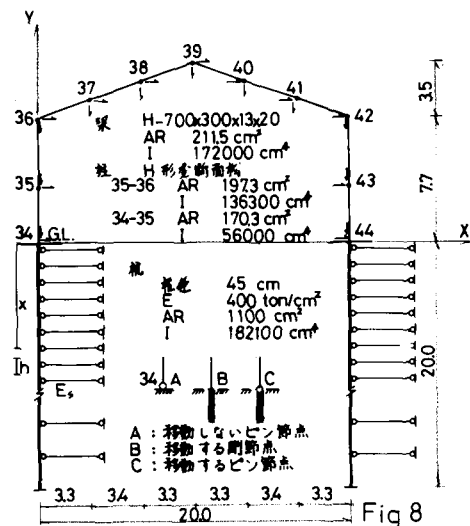


Fig 8

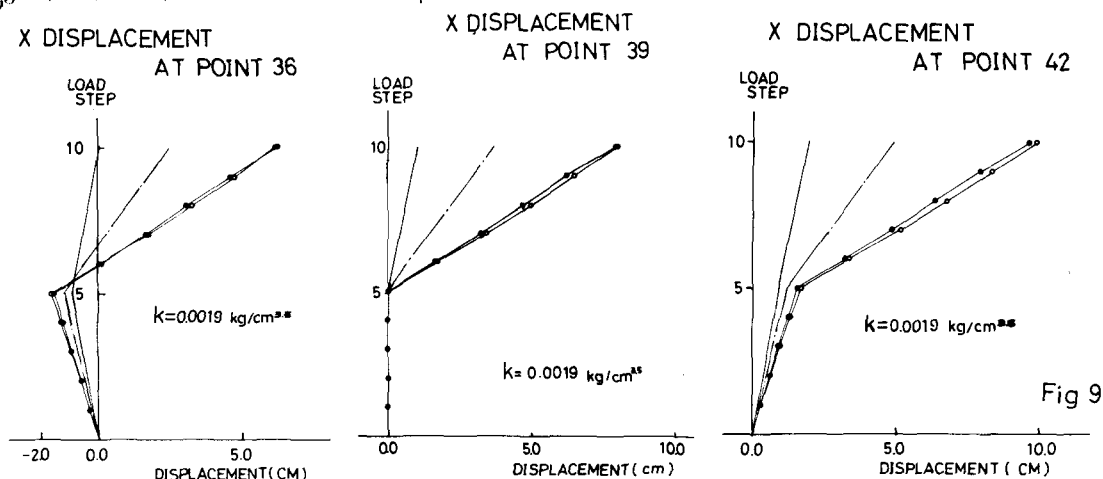


Fig 9

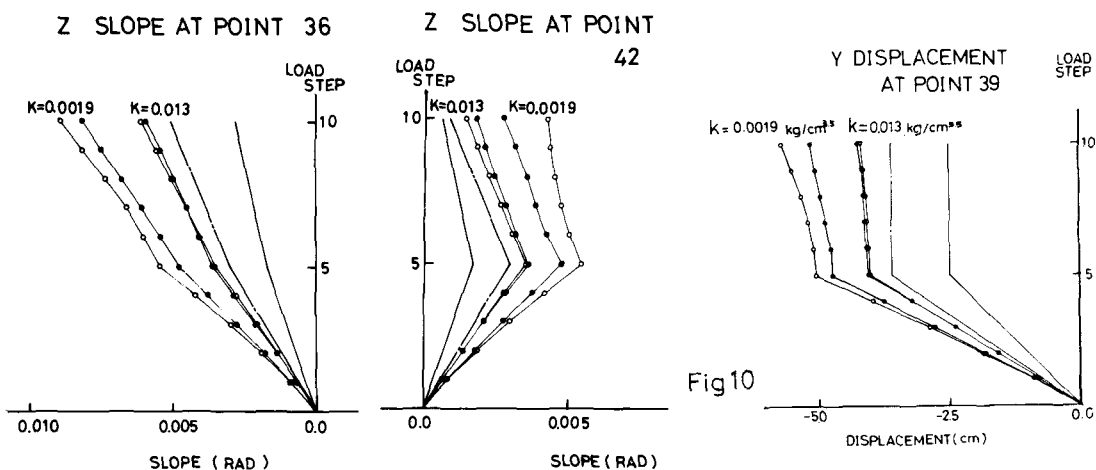


Fig10

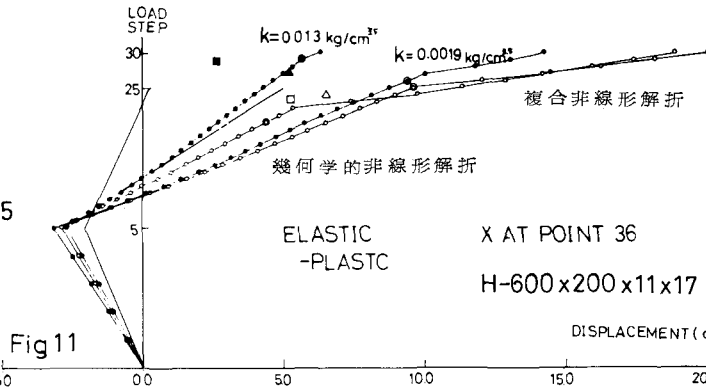
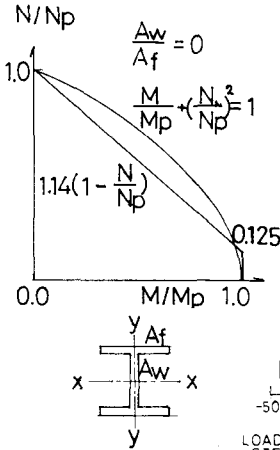
地盤反力係数の小さい場合, 変形性状に著しい影響が見られる。また大きい場合, X方向節点変位は同様の傾向を示し, $D_{max}Z$ は, 移動しないピン支点の線形計算値にほぼ20%増の変位があった。

実線は, 移動しない支点剛の線形計算。
鎖線は, 移動しない支点ピンの線形計算。
●線は, 移動ある剛節点の幾何学的非線形解析。
○線は, 移動あるピン節点の幾何学的非線形解析。

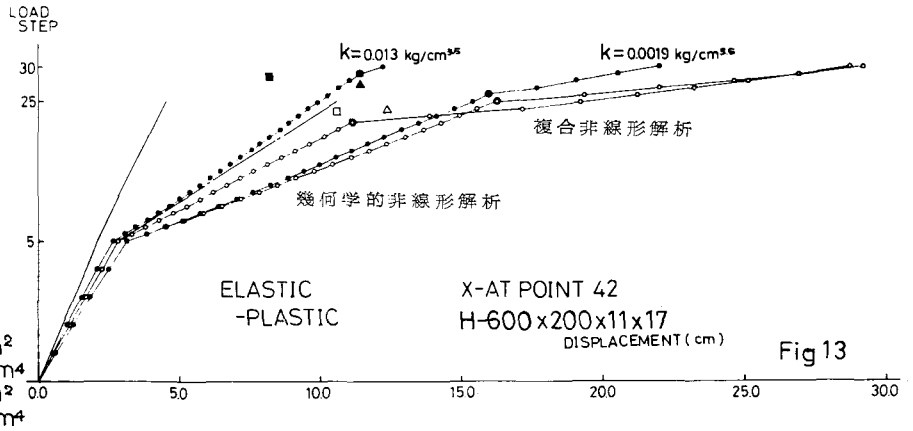
数値計算6. 前例5における同一形状の山形ラーメンについて、下記の諸元で複合非線形解析したものである。設計例によると節点42は、断面応力度と許容応力度比 $1.462 > 1$ の塑性ヒンジとなる。(1.124は初期) この前例と比較して剛性の小さなラーメンについて、設計荷重表1の範囲内で幾何学的非線形解析を混合法により、増分荷重ごとに塑性ヒンジ発生点を追跡する。節点42にヒンジ発生後、複合非線形解析は荷重増分法による。

Table 1

節点	荷重			固定荷重 (ton)			観測荷重 (ton)		
	Px	Py	Mz	Px	Py	Mz	Px	Py	Mz
34	0	-19.65	0	393	0	0	0	0	0
35	0	-1.11	0	0.22	0	0	0.61	0	0
36	0	-4.55	0	0.58	0	0	0.32	0.04	0
37	0	-6.77	0	0.86	0	0	-0.03	0.08	0
38	0	-6.77	0	0.86	0	0	-0.03	0.08	0
39	0	-6.67	0	0.85	0	0	0.09	0.31	0
40	0	-6.77	0	0.86	0	0	0.19	0.55	0
41	0	-6.77	0	0.86	0	0	0.19	0.55	0
42	0	-4.55	0	0.58	0	0	0.27	0.28	0
43	0	-1.11	0	0.22	0	0	0.31	0	0
44	0	-19.65	0	393	0	0	0	0	0



$\frac{N}{N_p} > \frac{A_w}{2A}$
 $M = 1.14(1 - \frac{N}{N_p})M_p$
 $\frac{N}{N_p} \leq \frac{A_w}{2A}$
 $M = M_p$
 H-600x200x11x17
 はりAR 1344 cm²
 I 77600 cm⁴
 柱 変断面部材
 35-36 AR 1266 cm²
 I 58280 cm⁴
 34-35 AR 1104 cm²
 I 23720 cm⁴



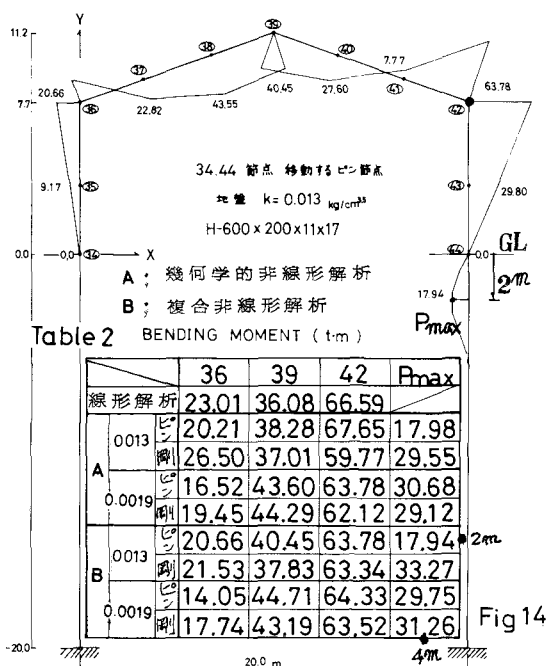
前例5と比較すると幾何学的非線形挙動は、変形性状に著しい影響がある。地盤反力係数が大きい場合は支点の条件によって差異がある。また節点42が塑性ヒンジになるとともに変形は勾配を変えて急激に進行する。次に節点38が塑性ヒンジになり、不安定となる。とくに設計例のように、骨組形状、剛性、地盤反力係数、および荷重が、対称条件にあるとき、骨組全体の剛体変位が変形を決定しているように思われる。したがって表2に見られるように、ヒンジ発生前または近傍において、上部構造より杭の応力性状に著しい影響が見られる。このことは、対称条件がみだされるときすなわち、支点間の地盤反力係数がことなる場合骨組の応力性状に影響があるものと思われる。POINT記号□、■、▲は、幾何学的非線形を考慮しない微小弾塑性解析である。すなわち節点42が降伏断面となる第一荷重段階を荷重係数によって求めたものである。したがって地盤反力係数は、初期の第一折線によるものである。図中の記号は、前例と、同様である。

7)むすび。今回の数値計算例は、平面問題の地盤杭骨組一体構造における挙動について述べたものである。とくに地盤の力学的特性については、砂層を対称とした非線形曲線法を用いている。したがって、粘土層、地層変化、地盤と杭の塑性変形、残留ひずみ、圧密フリップ、摩擦杭の不同沈下など、形状変化の誘因となる多くの問題があります。さらに現実の構造物は立体的挙動である。したがって平面問題としての計算は、近似値にすぎない、しかし地盤杭骨組一体構造の立体解析を考える多次元問題においては、幾何学的非線形で反復計算する混合法および複合非線形の塑性剛性マトリックス再評価計算など解析プロセスにおいて電子計算機の容量、演算時間は重要な問題となる。今後立体骨組の解析手法は、地盤の力学的シ

ミレートと共に、工夫されなければならない。骨組の有限要素法における仮想仕事式の定式化、推定変形(剛体変形の推定、分離)による加速計算法など研究を進めたいと考えております。

{参考文献}。なお本研究の数値計算は東京大学電子計算機センター HITAC-8700/8800を使用しました。

- 1) 杭の横抵抗に関する実験的研究。(その1) 10) 薄肉断面構造の三次元挙動の解析。
 篠原 久保浩一, 運輸技術研究所報告, 1961 結城皓曠, 前田幸雄. 土木学会論文報告集, 1974/224号
- 2) 杭の横抵抗に関する実験的研究。(その2) 11) Variational Method in Elasticity and Plasticity.
 久保浩一, 運輸技術研究所報告, 1962 Washizu, Pergamon Press. 1968
- 3) 杭の横抵抗の新しい計算法。 12) マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析(その1)。
 久保浩一, 港湾技術研究所報告, 1964.3 上田幸雄, 松石正光, 山川武人, 赤松毅人, 造船学会論文集, 1968/124号
- 4) マトリックス法による横力を受けるクイの解法。 13) マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析(その2)。
 牟田親弘, 山門明雄, 大地羊三, 土と基礎, 1971.3 上田幸雄, 赤松毅人, 近江義夫, 造船学会論文集, 1969/126号
- 5) 吊橋主塔と基礎一体構造の非線形解析。 14) 繰返し荷重を受ける鍛造骨組の弾塑性解析。
 太田俊昭, 明田敏郎, 九州大学工学集報, 1974.6 花井正実, 賀来正義, 松藤一利, 日本建築学会論文報告集, 214号
- 6) 薄肉弾性はりの理論。 15) 骨組構造解析法要覽。
 V.Z. Vlasov, 奥村敏雄地訳, 技報堂, 1967 成岡昌夫, 中村恒善共編, 培風館, 1976
- 7) 薄肉開断面部材の弾性安定基礎方程式の統一誘動。 16) 任意形立体骨組の幾何学的非線形解析(その1, その2)。
 誘動. 坂井藤一, 土木学会論文報告集, 1974/221号 向後豊次, 大瀧洋彦, 日本大学生産工学部報告, 1975, 1976
- 8) 軸力と曲げおよびねじりを受ける薄肉断面部材。 17) An Approach to the Nonlinear Behavior of the Member
 西野文雄, 倉方慶夫, 長谷川彰夫, 奥村敏雄, 土木学会論文報告集, 1974/225号 of a Rigidly jointed Plane Frame Work with Finite De-
 9) 座屈問題解析。 日本鋼構造協会編, flections. Williams F.W. Quarterly Journal
 川井忠孝, 培風館, 1974 of Mechanics and Applied Mathematics Vol.17. 1964.



On the Nonlinear Behavior in a Body Analysis of Soil,Pile,and Frame.

By Toyoji Kōgo*
Shigeru Shuto**

The structure on the weak soil condition is remarkably influenced the deflection condition by an action of external force. In this report,the structure has in a body of soil,pile,and frame. We used nonlinear elastic curve method that faithfully simulate nonlinear behavior in soil,and in this calculation, we make linear by line of break. Simple pile is restricted by linear spring factor and it is long column. External force consist vertical force for the first load and horizontal force for the second load. Deformation and stress occurred by horizontal force is remarkably influenced by the first deformation of vertical force. We calculated nonlinear structure analysis that consist both geometric nonlinear method and material nonlinear method. Consequently,in this report, we state nonlinear behavior in a body structure.

1) Nonlinear elastic curve method.

When simple pile behavior has static laterlal resistance,we assumed to (1) method for expornental function that elastic curve method made both soil and pile deflection. $P=B \cdot K \cdot X^m \cdot Y^n$: (1) In this report,we calculated (1) method with $m=1$ and $n=0.5$. Therefore,we assumed to (2) method that lined spring function.

$$P=Es \cdot Y^{0.5} \quad Es=B \cdot h \cdot Ks \cdot X : (2)$$

2) Equilibrium equation of thin section member for increment system.

In this analysis,we followed next assumption. (1):Cross section of member element is equal,moreover it is not change form as to element of member. (2):Member is straight. (3):We ignore shearing strain of member. (4):Deflection is finite deflection and minute strain in increment load. According to this assumption, we got nonlinear equilibrium equation for variation principle moreover we got increment equilibrium equation.

3) Yield condition and plastic flow theory in plastic hinge.

Add to previous assumption. (5):We ignore extension of plastic member. (6): Condition that all area member arise yield. When yield function is H in this member. $H(R1,R2,R3,,Rn)=0$: (3) (7):After yielding at member,according to plastic flow theory.

$$\delta H = \frac{\partial H}{\partial R1} \delta R1 + \frac{\partial H}{\partial R2} \delta R2 + \dots + \frac{\partial H}{\partial Rn} \delta Rn = 0 : (4)$$

When member point arise yield, u as increment deflection consist u as elastic increment deflection and u as plastic increment deflection. According to yield flow theory. $\{\delta u\} = \{\delta u^e\} + \{\delta u^p\} \quad \{\delta u^p\} = [\lambda] \{\partial H / \partial R\} : (5)$

As we got (4) method and (5) method,we got relation method that increment member force and increment member deflection where arise yield hinge.

$$\{\delta R\} = [K^{p1}] \{\delta u\} \quad [K^{p1}] : \text{Plastic stiffness matrix.}$$

4) Calculating and consideration.

Example 1,2,3,4,5, are geometric nonlinear analysis of simple pile.

Example 6 is geometric nonlinear analysis of gabled roof frame and arch frame.

Example 7 is composite nonlinear analysis of gabled roof frame and arch frame.

* An assistant professor of Nihon university

**A graduate student of Nihon university