

I-2 繰返し荷重を受ける筋違構造の復元力履歴モデル

東大生研○重信恒雄 東大生研 田中 尚

序 繰返し軸力を受ける筋違材の復元力特性について、これまで多くの理論的、実験的研究が成され、復元力は一般的に剛性劣化、逆S字型の特性を持つことが明らかにされて来ている。しかしながら、筋違付き構造物の耐震解析に十分有効な復元力の表示式を得るには至っていない。筆者らはこれまで単一枚の圧縮引張り繰返しの実験⁽¹⁾およびこれを追跡するため4英モデルによる解析⁽²⁾を行って来たが、これも step by step の数値解析を必要とする。またこれまでのように単一枚を扱う限り挙動の対称性がなく、後述するK型筋違構造の対称挙動について解析モデルを考えることとした。1節で述べる解析モデルは構造物を微少要素の集合と考え、各微少要素は完全弾塑性挙動を示す要素(以後弾塑性要素と呼ぶ)と弾塑性スリップ挙動を示す要素(同じくスリップ要素)から成り、各要素は一般にすべて異なる降伏荷重レベル(または降伏変位)を持っている。このような要素の挙動の集合として逆S字型の荷重変位挙動を捉えようとしている。2節ではK型筋違構造の実験について述べ、解析モデルの検討資料とした。

1. 復元力モデル

1.1 モデルの構造と履歴法則

モデルは Fig. 1 (a) の弾塑性要素と (b) のスリップ要素が Fig. 2 のように並列結合された集合とする。各要素はすべて等しい剛性 K を持ち、降伏変位は異なり、ある降伏変位 Y を持つ要素が

Fig. 3 のようにある領域に分布していると考え、

Fig. 3 の意味は、降伏変位が $Y_1 \leq Y \leq Y_1 + dY$

内にある要素が $\bar{\omega}(Y) dY$ だけ存在することを示す。

すなわち $\bar{\omega}(Y)$ は降伏変位 Y の密度分布函数と呼ぶことができる。弾塑性要素、スリップ要素各々についての降伏変位の密度函数を $\bar{\omega}_p(Y)$ 、 $\bar{\omega}_s(Y)$ とすれば、

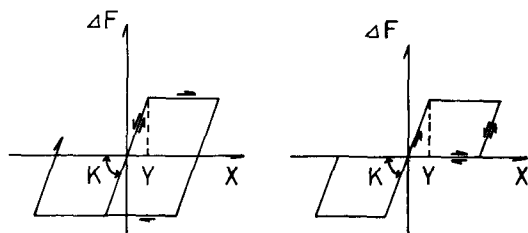
$$\bar{\omega}(Y) = \bar{\omega}_p(Y) + \bar{\omega}_s(Y) ; 0 < Y < \infty \quad (1)$$

と表わされ、全要素を1として

$$\int_0^{\infty} \bar{\omega}(Y) dY = 1 \quad (2)$$

のように正規化して用いる。

ここでモデルが Fig. 2 のようにある変位 X を受けているときの復元力を考える。全復元力を $F(X)$ 、弾塑性要素、スリップ要素の復元力をそれぞれ $F_p(X)$ 、 $F_s(X)$ とすれば並列の仮定より



(a) Elasto-plastic element (b) Slip element

Fig-1

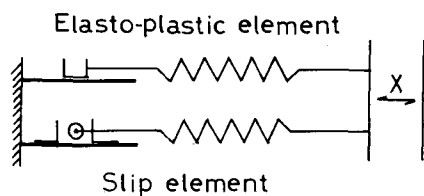


Fig-2

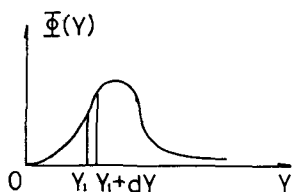


Fig-3

$$F(X) = F_p(X) + F_s(X) \quad (3)$$

で表わされる。ここで F_p と F_s を密度函数を用いて求めておく。まず弾塑性要素の処女載荷時を考えると Fig. 1, 3 の

$$F_p^V(X) = \int_0^X KY \varpi_p(Y) dY + \int_X^\infty KX \varpi_p(Y) dY \quad (4)$$

と表わされる。上付き V は処女載荷を示す。上式右辺の第1項は変位 X を受けたとき既に降伏レベルを越えている要素の荷重の和を、第2項は弾性域にある要素の荷重の和を表わす。履歴復元力は、たとへば Fig. 4 (a) の点 (X^{ri}, F_p^{ri}) からの除荷挙動 $F_p^L(X)$ は、除荷点からの荷重の変化量を考え、また Fig. 1 (a) のように降伏している要素の逆負荷での降伏レベルは $2Y$ となるから

$$F_p^L(X) = F_p^{ri} - \int_0^{\frac{1}{2}(X^{ri}-X)} K(2Y) \varpi_p(Y) dY - \int_{\frac{1}{2}(X^{ri}-X)}^\infty K(X^{ri}-X) \varpi_p(Y) dY$$

と得られ、これは式 (4) の $F_p^V()$ を用いて

$$F_p^L(X) = F_p^{ri} - 2 \cdot F_p^V\left(\frac{X^{ri}-X}{2}\right) \quad (5)$$

と表わされる。これは *masing type* の履歴保持と呼ばれるもので、除荷点座標を (X^r, F_p^r) とし除荷曲線を F_p とすれば式 (4) の処女載荷曲線を *Skeleton curve* とした座標変換

$$\left| \frac{F_p^r - F_p}{2} \right| = F_p^V\left(\left| \frac{X^r - X}{2} \right| \right); |X| \leq |X^r| \quad (6)$$

によって一般に表わされる。

スリッパ要素の処女載荷曲線は式 (4) と全く同様に

$$F_s^V(X) = \int_0^X KY \varpi_s(Y) dY + \int_X^\infty KX \varpi_s(Y) dY \quad (7)$$

で表現されるが、履歴後の曲線は Fig. 4 (b) のように履歴変位内では常に一定曲線となる。変位 X の正負に応じそれぞれ最大または最少履歴変位点の座標を (X_M, F_s^M) とすれば、履歴後の復元力 $F_s(X)$ は、

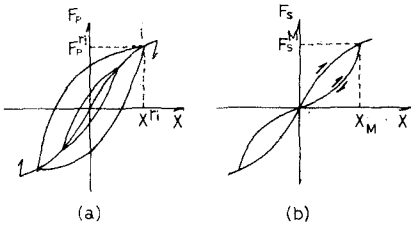


Fig-4

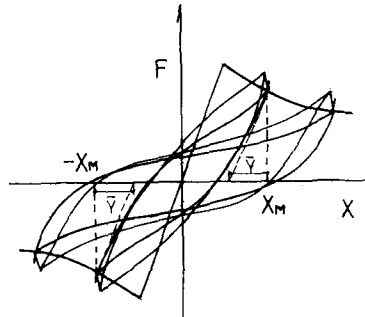


Fig-5

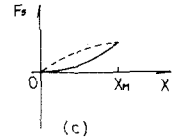
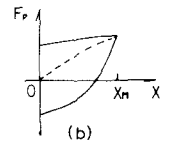
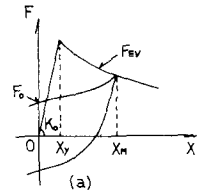


Fig-6

$$|F_s^M - F_s| = F_s^V(|X_M - X|) \quad ; X_M \leq X < 0 \text{ または } 0 < X \leq X_M \quad (8)$$

と一般に表わされる。またモデルの終局荷重 F_{UL} は式 (4) と (7) の和を作り、 $X \rightarrow \infty$ として式 (1) を用いると

$$F_{UL} = \int_0^\infty KY \varpi(Y) dY = K\bar{Y} \quad (9)$$

と表わされ、 $\bar{Y}$ は平均降伏変位と呼ばれる。

ここで後の応用の便宜上密度函数に關し次の仮定を設ける。式 (1) 右辺の ϖ_p , ϖ_s は平均降伏変位 $\bar{Y}$ を持つ正規化された密度函数 $\varpi_1(Y)$, $\varpi_2(Y)$ により

$$\left. \begin{aligned} \varpi_p &= \alpha \cdot \varpi_1(Y) \\ \varpi_s &= (1-\alpha) \varpi_2(Y) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

と表わされるとする。上式中の α は $0 < \alpha \leq 1$ なる定数である。
更に $y = Y/\bar{y}$ で定義される規準化降伏変位 y に関する密度函数 $q(y)$ および、次の積分函数を定義する。

$$P(y) = \int_0^y q(y) dy, \quad h(y) = \int_0^y P(y) dy \quad (11)$$

但し $q(y)$ は正規化され、 y の平均は1とする。このように定義した $q(y)$ を用いると式(10)の $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ は

$$\bar{x}_1(Y) = \frac{1}{\bar{y}} q_1(y), \quad \bar{x}_2(Y) = \frac{1}{\bar{y}} q_2(y) \quad (12)$$

と表わされ、上式と式(10), (11) を用いると式(4), (7) は

$$\begin{aligned} F_p^v(x) &= \alpha K \bar{y} \left[\int_0^x y q_1(y) dy + \int_0^\infty x q_2(y) dy \right] \\ &= \alpha K \bar{y} [x - h_1(x)] \end{aligned} \quad (4)$$

同様にして

$$F_s^v(x) = (1-\alpha) K \bar{y} [x - h_2(x)] \quad (7)$$

但し $x = X/\bar{y}$ となる。

上式は変位 X に関して安定な密度函数が存在する場合には、 $\alpha K \bar{y}$ と処女載荷曲線(または骨格曲線)が与えられれば密度函数が定まり、式(6), (8)と併せて復元力の全過程を表現することができるとを示している。

1.2 筋違構造の定振巾定常挙動

筋違構造においては Fig. 5 に示すように復元力は定振巾繰返し時にも安定しないが、数回の繰返しで安定し、その振巾での密度分布構造を持つと考えられ、安定な復元力はその包絡線に特徴付けられる。いま Fig. 6 (a) に示すような包絡線 $F_{Ev}(X_M)$ を持つ定常挙動 $F(X)$ を考える。これは Fig. 6 (b), (c) に示した挙動の和であるが、これらはそれぞれ同図に破線と示した骨格曲線を持つと考えられ、ある振巾 X_M における挙動 $F(X)$ はそのときの要素の剛性を $K(X_M)$, 平均降伏変位を $\bar{y}(X_M)$ とし、式(4), (7) および式(6), (8) を用いると、

$$F(x) = \alpha K \bar{y} \left[-2h_1\left(\frac{A+x}{2}\right) + h_1(A) + x \right] + (1-\alpha) K \bar{y} [h_2(A-x) - h_2(A) + x] ; x > 0, \dot{x} > 0 \quad (13.a)$$

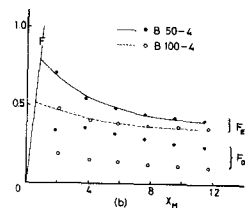
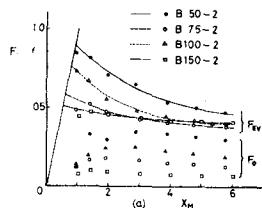


Fig. 7

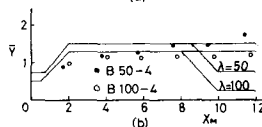
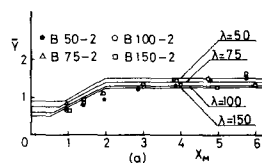


Fig. 8

Table 1(a) q_1, P_1, h_1

Amp.	$A \leq 1$	$1 < A \leq 2$	$2 < A$
$q_1(y)$			
$P_1(y)$	$\frac{1}{A} y$	$\frac{1}{2} (y-2+A)^2$	$\frac{1}{2} (y-2+A)^2$
$h_1(y)$	$\frac{1}{6} y^3$	$\frac{1}{6} (y-2+A)^3$	$\frac{1}{6} (y-2+A)^3$

Table 1(b) q_2, P_2, h_2

Amp.	$1 < A \leq 2$	$2 < A$
$q_2(y)$		
$P_2(y)$	$\frac{1}{2} y^2$	$\frac{1}{2} (y-1)^2$
$h_2(y)$	$\frac{1}{6} y^3$	$\frac{1}{6} (y-1)^3$

$$F(x) = \alpha K \bar{y} \left[2h_1 \left(\frac{A-x}{2} \right) - h_1(A) + x \right]$$

$$+ (1-\alpha) K \bar{y} \left[h_2(A-x) - h_2(A) + x \right]$$

$$; x > 0, \dot{x} < 0 \quad (13.b)$$

但し $x = X/\bar{y}$, $A = X_M/\bar{y}$

と表わされる。ここで $P(A)=1$, すなわち $y(y)$ は $0 < y \leq A$ 内にのみ分布すると仮定すると $h_1(A) = A-1$ となり, 式(13)

で $X = X_M$ とおくと

$$F(X_M) = F_{EV}(X_M) = K \bar{y} \quad (14)$$

式(13.a)で $x = 0$ とおきそのときの荷重を $F_0(X_M)$ とすると

$$F(0) = F_0(X_M) = \alpha K \bar{y} \left[h_1(A) - 2h_1\left(\frac{A}{2}\right) \right] \quad (15)$$

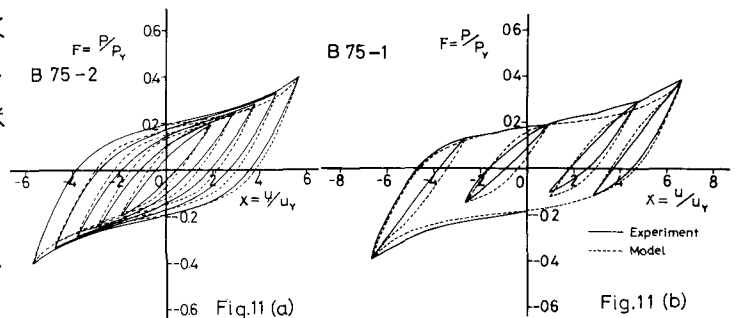
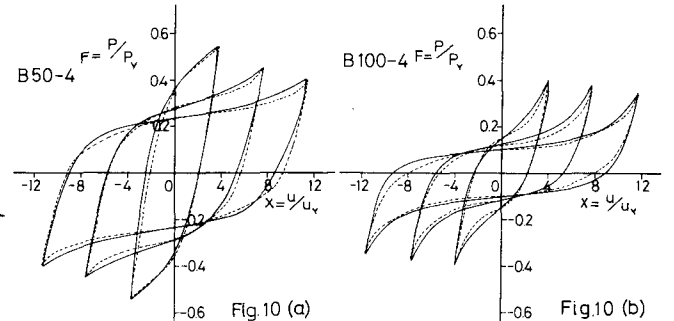
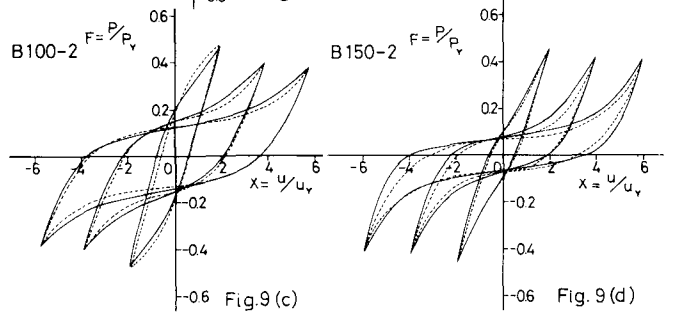
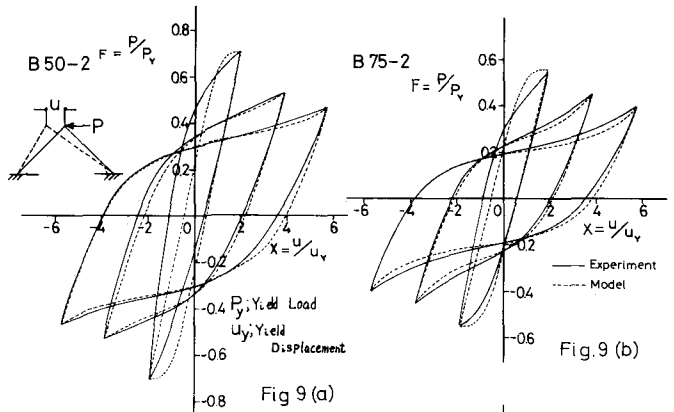
が得られる。上式と式(14)より

$$\alpha = \frac{F_0(X_M)}{F_{EV}(X_M)} \cdot \frac{1}{h_1(A) - 2h_1\left(\frac{A}{2}\right)} \quad (16)$$

によって弾塑性要素の分担率が求まる。

Fig. 7 に示すような定常挙動の包絡線 F_{EV} と零変位荷重 F_0 を持つ実験挙動をモデルで表現する。復元力を決めるには F_{EV} と F_0 の他に降伏変位の密度函数 $y(y)$ と平均降伏変位 $\bar{y}$ を与える必要があるが, これらは実験から直接決めるのは困難であるので試行錯誤により Table 1 の $y(y)$ と Fig. 8 の実線を示す $\bar{y}$ を用いた。Fig. 8 の実験値は Fig. 5 に $\bar{y}$ で示す量である。

Fig. 9, 10 では振中を増加中の定常挙動の一部を実験と比較した。Fig. 11 は定常挙動後の小振中における比較である。この場合最大振中での比較よりやや差が大きいの。小振中挙動も実験においてはもちろん安定しており, 実験に忠実な密度分布を捉えていない為と思われる。



2. K型筋違の実験

対称挙動は復元力のモデル化の為には取り扱い易く, また構造物における筋違は2本組として用いられることが多いことから, 今回は Fig. 12 に示すK型筋違について, モデル化の資料とする基本挙動を調べる実験を行った。

2.1 実験計画

試験体は矩形断面の直線材を Fig. 12 のように両端を固定支持としたもので、枚長 $L (=70.7 \text{ cm})$ および断面巾は一定とし、細長比は断面寸を変化させて Table 2 に示した4種、計14体である。加力は Fig. 12 で加力用ビームの軸方向に強制変位 u を与える変位制御である。加力方法は Fig. 13 (a), (b), (c) に示した3種である。部材の降伏変位 u_y を基本とし、図 (a) は1 cycle 毎に振巾を u_y 増加し $6u_y$ まで繰返し、逆に漸減するもので、Table 2 の加力法欄の (1C-6) に対応する。図 (b) は (10C-6) または (10C-12) で示す。図 (c) は (R) としランダム変位振巾であるが、これは $0.8u_y$ 刻みの振巾を $0.8u_y \sim 8u_y$ 内で10 箇所選り、ランダムに選択した順番に正負交互に振り分けて作ったものである。

2.2 実験結果

Fig. 14 ~ 17 に実験で得た荷重変位関係を示した。荷重軸は試験体を両端ピン、完全弾塑性と考えたときの降伏荷重 P_y で除し、変位軸は実験で得られた弾性剛性 K_E を使い、降伏変位 $u_y = P_y / K_E$ で無次元化した。図中細長比が100 と150 の場合に矢印で示した P_E は1部材が弾性座屈値に達する時の荷重、 P_{L1} は1部材が座屈後座屈荷重を保ち、他方は降伏荷重に達するとしたときの終局荷重を示す。Fig. 15 では各振巾で1 cycle 目と10 cycle 目のみを示し、漸減振巾挙動は省略した。Fig. 17 のランダム変位挙動は最初の10 cycle の部分で、図中の数字は各半 cycle 毎のピーク番号である。

3. むすび

対称な筋違構造の定常化後の個々の復元力は本モデルによってほぼ捉えられることを示し

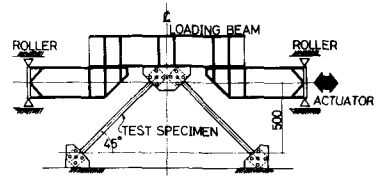


Fig.12

Test Specimen	Sectional Area (cm ²)	Slenderness Ratio	Yield Load (ton)	Euler Load (ton)	Elastic Stiffness (kg/cm)	Stiffness Ratio (Experimental/Elastic)	Loading Plan
B50-1	6.104	49.9	22.44	—	167.1	0.931	1C-6
B50-2	6.061	50.0	22.29	—	167.4	0.939	10C-6
B50-3	6.110	49.9	22.47	—	170.8	0.951	R
B50-4	6.067	50.0	23.31	—	169.9	0.952	10C-12
B75-1	4.034	75.7	14.83	113.8	113.8	0.959	1C-6
B75-2	4.029	75.8	14.82	113.3	113.3	0.956	10C-6
B75-3	4.065	75.5	14.95	116.3	116.3	0.972	R
B100-1	3.021	100.8	11.11	86.3	85.3	0.960	1C-6
B100-2	3.024	100.7	11.12	86.6	85.0	0.955	10C-6
B100-3	3.043	100.2	11.19	88.0	87.4	0.977	R
B100-4	3.033	100.5	11.15	87.2	87.3	0.979	10C-12
B150-1	2.011	151.2	7.38	25.5	60.0	1.015	1C-6
B150-2	2.014	151.0	7.41	25.6	59.5	1.005	10C-6
B150-3	2.041	149.3	7.50	26.6	61.1	1.018	R

* shows experimental value

Fig.13

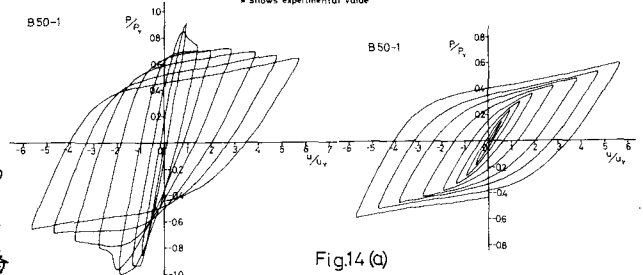


Fig.14 (a)

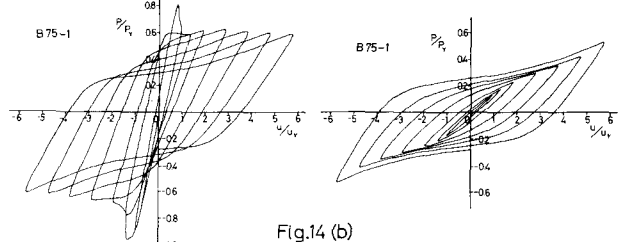


Fig.14 (b)

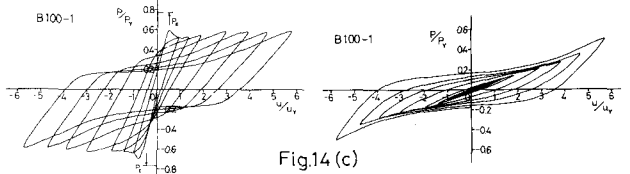


Fig.14 (c)

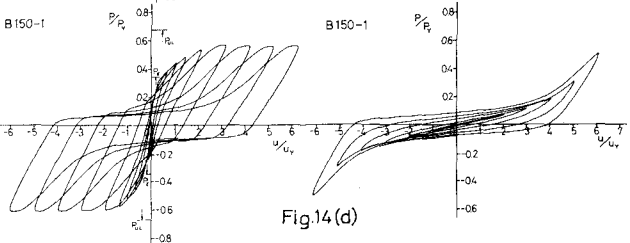
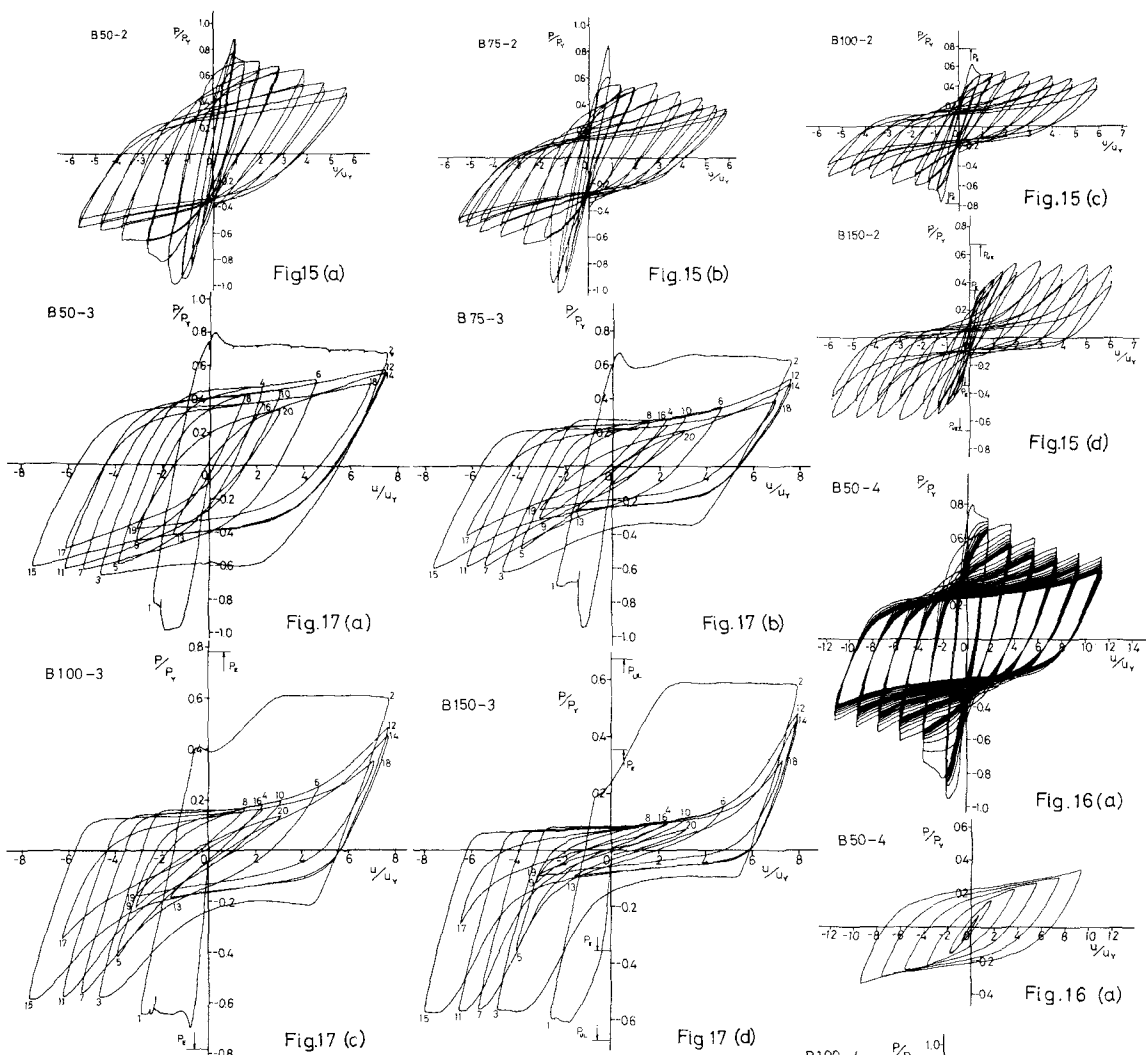


Fig.14 (d)

た。履歴後の小振巾挙動においてはやや不一致が大きい。利用面では、モデルの履歴法則は簡単であり、復元力が変位によって陽に表わされるのも耐震解析上便利である。しかし



モデルを決定するために与える条件が多く、複雑であり、この式の改良が必要であること、また復元力が安定化していないとき、すなわち実験で見られる通り、処女載荷時または1~2 cycle程度の履歴挙動と定常化した挙動との差は大きく、このような挙動の取り扱いが今後の課題である。更に、モデル復元力が実験挙動と完全に一致することが望めないとなれば、その振動特性に与える影響を優先すべきであり、そのような方向の研究を行う予定である。

この本研究の実験研究費の一部は文部省科学研究費（建築構造物の地震による破壊に関する研究）によったものである。

【文献】 (1) 田中, 重信 ; 鋼部材の繰返し軸力に対する弾塑性挙動 (小型モデルによる実験) 日本建築学会・大会梗概集, 昭和48年10月 (2) 重信, 田中 ; 繰返し軸力を受ける鋼部材の復元力特性に関する研究, 生産研究 26巻 2号, 昭和49年2月, 同(解析モデル), 日本建築学会・大会梗概集, 昭和49年10月 (3) IWAN, W. D. ; A Distributed - Element Model for Hysteresis and its Steady - State Dynamic Response, Trans. ASME, Jour. Appl. Mech., Dec. 1966