

大径間斜張橋の非線形性状

大阪大学工学部 前田 幸雄
大阪大学工学部 〇林 正

1. まえがき

諸外国では、中央径間長が500mを越える大径間斜張橋が計画されており、また、この橋梁形式は剛性、経済性、架設の容易さや空力学的にも吊橋より優れているといわれている¹⁾。しかしながら、いまだに架設の日々目を見ないのは、その力学的特性が明らかにされていないのも一因と思われる。斜張橋の線形な力学的性状は、実橋についての実験とともに理論的にもかなり究明されている^{2)~10)}。しかし、大径間斜張橋に関する研究は数少なく^{11)~15)}、その非線形性状は殆んどわかっていないのが実状である。支間長が500mを越える橋梁の構造解析には大変形理論を適用すべきであるが、斜張橋においては特にサグによる影響も考慮しなければならない。ケーブルのサグを考慮した斜張橋の解析方法としては、Ernstの修正ヤング係数法¹⁶⁾があるが、ケーブルの応力度を仮定する必要があり、また、荷重が非対称に分布するときには複雑になり、解法そのものが厳密なものとはいいがたい。Livesley¹⁷⁾は、サグを考慮した接線剛性をマトリックス法に用いて支線つきマストの解析を行っているが、式の誘導過程でかなりの簡略計算を行っており、かつ、支点変位についても制限がある。斜張橋の解析には用いられない。

本文では、すでに発表したケーブルのサグを考慮した計算式¹³⁾を用いて、大径間斜張橋の幾何学的非線形性を調べるとともに、応力調整に関する方法について考察した。

2. 大変形解析

斜張橋の大変形解析を、マトリックス法により行なう場合の計算式を示す。

(1) 骨組構造物の計算式

一般の骨組構造物の大変形解析は数多く発表されているが、本文では参考文献¹⁸⁾に示した計算式及び計算手法を用いた。この手法によれば、エラスティカの問題も十分な精度で計算することができる。

(2) サグを考慮したケーブル部材の計算式

ケーブル部材 ab には、等分布荷重 w が作用するものとする。したがって、ケーブルの形状は放物線として扱う。計算式の誘導¹³⁾については省略する。

a) 接線剛性行列: ΔK

無応力時のケーブル長: C_0 , サグ比: $n = f/l$,

ケーブルの傾斜角: $m = \tan \theta = \delta/l$, 全荷重: $W = wl$,

ケーブルの弦の長さ: $L = \sqrt{l^2 + \delta^2}$, 剛性: EA

基準座標系 $X-Y$ で表わした接線剛性行列 ΔK は、つぎのようになる。

$$\Delta K = T \cdot \Delta K' \cdot T^t$$

ここに、

$$\Delta K' = \begin{bmatrix} lk & -lk \\ -lk & lk \end{bmatrix}, \quad lk = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} \pi & 0 \\ 0 & \pi \end{bmatrix}, \quad T_0 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

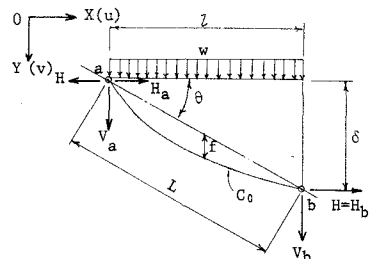


図-1 放物線ケーブル

(1)

(2)

* 式(1)は文献¹³⁾に示した式と形が異なるが、内容は同じものである。

$$k = \frac{EA}{L} \left(1 - \frac{16}{3} n^2 \cos^2 \theta + \frac{128EA}{3W} n^2 \cos^4 \theta \right), \quad a = \frac{C_0}{L}, \quad b = \left(1 - \frac{C_0}{L} \right) - \frac{4W}{3EA} n \cos \theta + \frac{40}{3} n^2 \cos^4 \theta \quad (3)$$

b) ケーブル方程式: $\phi(n)$

ケーブルのサグ比 n は, l と δ とがわかれば次のケーブル方程式より求められる。

$$\phi(n) = \frac{l}{16} \left[(4n+m) \sqrt{1+(4n+m)^2} + (4n-m) \sqrt{1+(4n-m)^2} + \log_e \left\{ \left(\sqrt{1+(4n+m)^2} + 4n+m \right) \left(\sqrt{1+(4n-m)^2} + 4n-m \right) \right\} \right] - \frac{Wl}{8EA} (1 + \frac{16}{3} n^2 + m^2) - C_0 n = 0 \quad (4)$$

また, $\phi(n)$ の導関数は

$$\frac{d\phi}{dn} = \frac{l}{2} \left(\sqrt{1+(4n+m)^2} + \sqrt{1+(4n-m)^2} \right) - \frac{4Wl}{3EA} n - C_0 \quad (5)$$

(3) 滑車で支持された連続ケーブル部材の計算式

図-2に示すような一本の連続したケーブルが, 摩擦のない滑車で支持されている場合を考える。

各滑車の間にはさまれたケーブルに対して部材番号を m から s までとする。また, 節点番号は i から n までとする。したがって, 一本の連続ケーブルは $(s-m+1)$ 部材のケーブルから構成され, $(n-i+1)$ 節点を有するものとする。

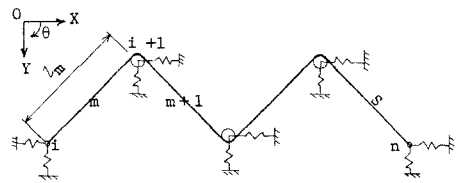


図-2 連続ケーブル

a) 剛性行列

解析上の仮定として, 滑車の半径および摩擦抵抗を無視すると, ケーブル張力 N と節点変位 ID との関係はフックの法則より, 座標変換行列 C を用いて

$$N = k C^t ID \quad (6)$$

と表わせる。また, ケーブル張力と各節点に作用する部材端力 IF との関係は

$$IF = N C \quad (7)$$

となる。したがって, 剛性行列 K_0 は式(6)を式(7)に代入することにより求められる。

$$IF = k C C^t ID = K_0 ID \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} IF &= \{ X_i, Y_i, X_{i+1}, Y_{i+1}, \dots, X_n, Y_n \}^t \\ ID &= \{ u_i, v_i, u_{i+1}, v_{i+1}, \dots, u_n, v_n \}^t \\ C &= \{ -C_m, -S_m, (C_m - C_{m+1}), (S_m - S_{m+1}), \dots, (C_{s-1} - C_s), (S_{s-1} - S_s), C_s, S_s \}^t \\ k &= EA/L, \quad C_m = \cos \theta_m, \quad S_m = \sin \theta_m \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

X_i, Y_i : 基準座標系で表わした第 i 節点に作用する部材端力。

u_i, v_i : 基準座標系で表わした第 i 節点の変位。

L, EA : ケーブルの全長と剛性。 ($L = \sum_{i=m}^s l_i$)

b) 接線剛性行列

式(9)の座標変換行列 C は変位 u, v の関係と考えられるから, 節点変位の増分 ΔID に対して,

$$\Delta C = H \cdot \Delta ID \quad (10)$$

となる。したがって, 幾何学的剛性行列 K_1 は式(7)より

$$\Delta IF = N H \Delta ID = K_1 \Delta ID \quad (11)$$

となる。ここに,

$$H = \begin{bmatrix} H_m & -H_m & & & 0 \\ -H_m & (H_m + H_{m+1}) & -H_{m+1} & & \\ & -H_{m+1} & (H_{m+1} + H_{m+2}) & -H_{m+2} & \\ & & \dots & \dots & \\ 0 & & & -H_{s-1} & (H_{s-1} + H_s) & -H_s \\ & & & -H_s & H_s \end{bmatrix}, \quad H_m = \frac{1}{l_m} \begin{bmatrix} S_m^2 & -C_m S_m \\ -C_m S_m & C_m^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

したがって、行列 K_1 はブロック三重対角行列であり、各滑車の間にはさまれたケーブルをそれぞれ一本のトラス部材と考えたときの幾何学的剛性行列に等しい。また、接線剛性行列 ΔK は

$$\Delta K = K_0 + K_1 = kCC^T + NH \quad (13)$$

C) 回転サドルと解析モデル

斜張橋では図-3(a)のような回転サドルを用いてケーブルを滑動支持する場合があるが、そのとき図(b)のような構造モデルを用いるのは適当ではない。すなわち、 θ_1 と θ_2 のときには $N_1 \neq N_2$ となることと、サドルが回転してもケーブルの軸線の交点 E は不動であるが点 E' は移動するためである。斜張橋の弾性挙動は塔の水平移動量によって極めて敏感な影響を受け、また、塔の曲げモーメントは左右のケーブル張力の水平成分の差によることを考えれば、大変形解析ではこのようなモデル化は許されない。

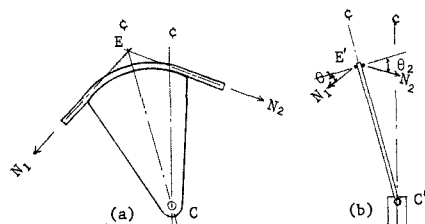


図-3 回転サドルと解析モデル

なお、式(8)の誘導で無視した滑車の回転半径は、サドルを剛体と考えれば考慮することが出来る。

(4) 数値計算例

上述の計算式の妥当性を確かめるために、以下のような数値計算を行った。

a) 計算例 1 (塔と放射線ケーブル)

図-4に示すように、2本の塔に3本のケーブルを張、た構造物に等分布荷重 w が作用する場合の計算を行った。

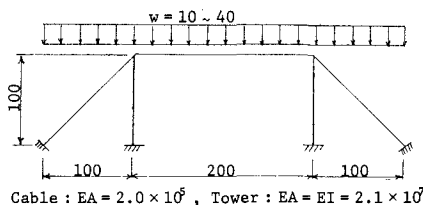


図-4 計算例 1

荷重は4段階に分

けて増分し、増分

量 Δw は各回とも

10 とした。

表-1に放射線

Table 1 Sag ratio and cable tension (Example 1)

Step No.	Load $\Sigma \Delta w$	Symmetric cable						Asymmetric cable			
		Sag ratio			Cable tension			Sag		Cable tension	
		n	n*	n/n*	N	N*	N/N*	n	N	N*	N/N*
1	10.0	0.1172	0.1168	1.003	2299.8	2287.2	1.006	0.0630	3218.4	3194.0	1.008
2	20.0	0.1503	0.1494	1.006	3733.8	3707.8	1.007	0.0801	5270.2	5229.8	1.008
3	30.0	0.1750	0.1735	1.009	4969.0	4931.0	1.008	0.0921	7074.5	7021.5	1.008
4	40.0	0.1958	0.1936	1.011	6087.4	6039.4	1.008	0.1017	8753.2	8689.9	1.007

ケーブルの場合の計算値と、ケーブルをリンク状にした場合の計算値(*印)を比較して示した。両者の値は良く一致しているが、計算時間はリンクの場合に約6倍長かった。

b) 計算例 2 (塔と連続ケーブル)

基部を固定した塔の頂点にあるローラーを介して一本の連続ケーブルが張られている。

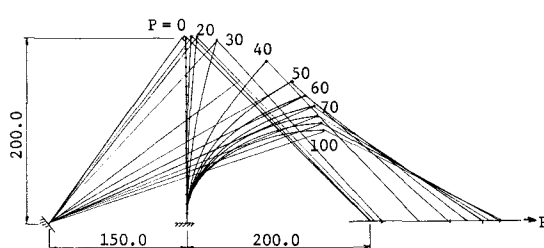


図-5 計算例 2

ケーブルの一端を固定し、他端に水平方向の荷重Pを作用させたときの変形図を図-5に示す。このとき、荷重増分量は10と12、100まで増加した。式(13)の接線剛性行列の第2項 K_1 を省略して計算した場合、第4段階の荷重増分に対して Newton-Raphson 法は収束しなかった。

3. 幾何学的非線形性状

前述の計算式を用いた数値計算により、大径間斜張橋の幾何学的非線形の一性状を調べた。

(1) 大径間斜張橋

a) 構造形式：構造は図-6に示すような2基の塔を有する3径間連続形式とした。主桁には表-2に示すような3径間連続トラスを用い、その中央径間長は500m、700m、900mの3形式とした。中間支点は塔から吊り下げる構造とし、縦断勾配として中央径間では1%放物線勾配を、側径間では2%直線勾配を考慮した。ケーブルの張り方は Radial-type と Harp-type の2形式とし、各塔に属して対称に張った。本文では、この2形式を RA-type と HA-type と名付けることにする。

構造解析においては、主桁を一本の梁に置き換えることなく厳密にトラス構造として計算した。

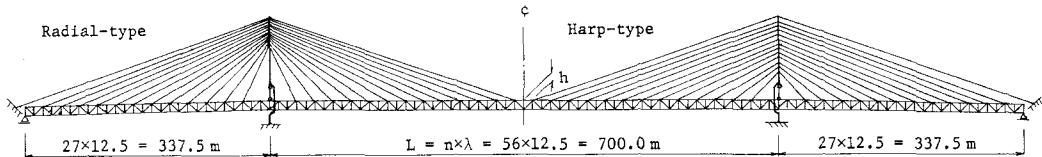


図-6 大径間斜張橋 (L = 700m)

Table 2 Cable-Stayed Girder Bridges

Type	Truss					Tower	Cable
	Span length (m)	Panel number	λ (m)	h (m)	h/L	height	Number
500	237.5 + 500.0 + 237.5 = 975.0	19 + 40 + 19 = 78	12.5	10.0	1/50.0	110.0	36
700	337.5 + 700.0 + 337.5 = 1375.0	27 + 56 + 27 = 110	12.5	12.0	1/58.3	140.0	52
900	437.5 + 900.0 + 437.5 = 1775.0	35 + 72 + 35 = 142	12.5	13.0	1/69.2	170.0	68

Table 3

Type	Truss A [m ²]					Tower			Cable	
	Upper	Lower	Vertical	Diagonal	E [t/m ²]	A [m ²]	I [m ⁴]	E [t/m ²]	A [m ²]	E [t/m ⁴]
500	0.10	0.15	0.010	0.05	2.1×10 ⁷	0.3 ~ 0.7	1.0 ~ 3.0	2.1×10 ⁷	0.06, 0.024	2.0×10 ⁷
700	0.12	0.18	0.012	0.06	2.1×10 ⁷	0.5 ~ 1.0	2.0 ~ 5.0	2.1×10 ⁷	0.08, 0.032	2.0×10 ⁷
900	0.14	0.21	0.014	0.07	2.1×10 ⁷	0.7 ~ 1.3	3.0 ~ 8.0	2.1×10 ⁷	0.10, 0.040	2.0×10 ⁷

b) 荷重：荷重は本州四国連絡橋鉄道吊橋を参考にして表-4のような値を用いた。

活荷重については衝撃荷重を含んでおり、かつ、鉄道荷重では偏心載荷の影響も考慮した値である。列車長は400mとして、図-7の2通りの載荷状態を考えた。

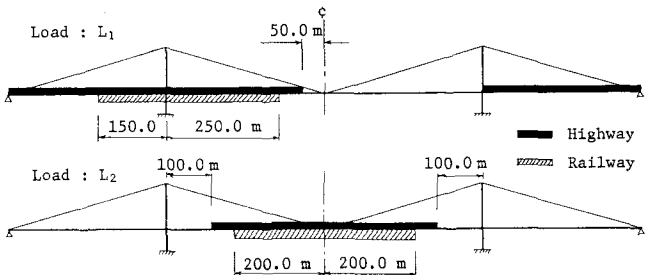


図-7 活荷重載荷位置

表-4 荷重

種	類	部 材	強 度
死	重	主トラス自重 (上げん材・腹材)	7.85t/m ³
		搭 自 重	7.85t/m ³
		ケーブル自重 (含ラッピンク)	8.00t/m ³
荷 重	上 路	上路床組 (舗装・鋼床板)	4.00t/m
		縦桁・高欄	0.15t/m
	下 路	上横構	0.15t/m
		主横トラス	1.50t/m
		下路床組 (縦桁・軌道)	3.50t/m
(D)	面	公共添加物	0.08, 0.032
		下横構	0.15t/m
活 荷 重	(L)	主横トラス	1.50t/m
		道路荷重	2.16t/m
温度変化	(T)	鉄道荷重	5.36t/m
		上げん材・搭・ケーブル	+30℃
		下げん材・腹材	+15℃

(2) 変形の影響

死荷重のみが作用するときには幾何学的非線形性は殆んど現われず、主トラスのたわみ及び軸力は支間長に關係なく線形の値に較べて2~3%減少する。塔の曲げモーメントは3~6%、中間部で増加し、塔基部では減少する。塔に關しては支間長による影響が認められ、支間長の大きい形式ほど非線形性は現われる。さらに活荷重が加わったときの非線形性状についても上述のことがいえる。

死荷重作用時に温度変化が加わると非線形性は幾分強くなり、主トラスの軸力は3~5%減少し、たわみは逆に増加する。塔基部の曲げモーメントは数パーセント減少するが、中間部では増加する断面もある。ケーブル張力は数パーセント変化するが、増減については一概にはいえない。

幾何学的非線形性状ではないが、大径間斜張橋ではRadial-typeとHarp-typeにおける応力の差は小径間の場合⁴⁾ほどではなくて、HA-typeはRA-typeに較べて弦材の軸力は30%ほど、下弦材では大きく、上弦材では側径間で大きく中央径間では小さくなる。塔の中間部での最大曲げモーメントは変らないが、塔基部では30~40%大きい。塔の軸力の最大値はほとんど同じである。

(3) ケーブル・サグの影響

死荷重Dと死・活荷重(D+L₂)とが作用したときのサグの影響を考慮したRA-typeのたわみを、線形解と比較して図-8に示した。またそのときの上弦材の軸力を図-9に、下弦材を図-10に示す。

また、RA-typeとHA-typeの塔の曲げモーメントを図-11に、塔の軸力を図-12に示した。

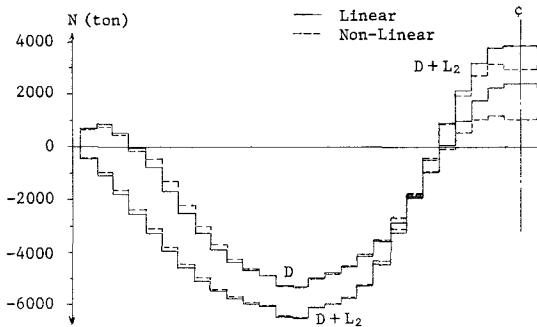


図-10 下弦材軸力図(RA-type)

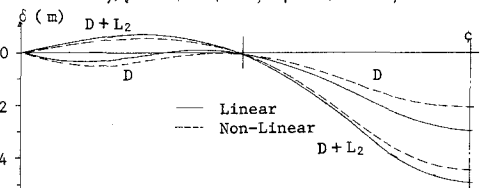


図-8 トラスのたわみ図(RA-type)

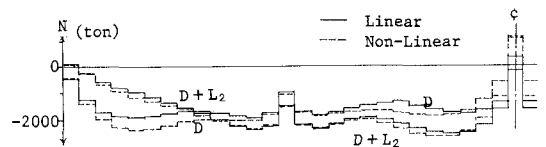


図-9 上弦材軸力図(RA-type)

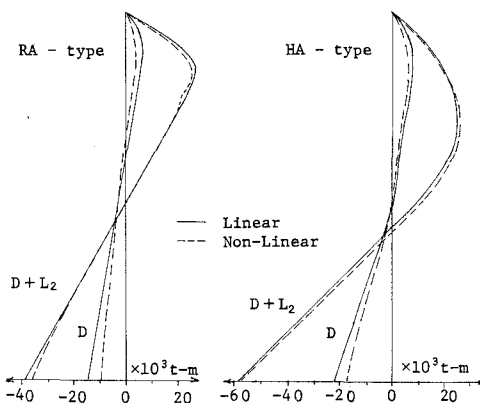


図-11 塔の曲げモーメント図

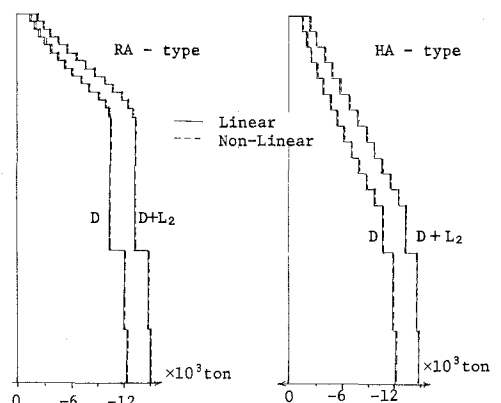


図-12 塔の軸力図

これらの図から、サグの影響は主トラスのたわみにおいて死荷重載荷時に約30%、死・活荷重に対しては10%減少することになる。応力に関しては、上弦材で軸力が30%ほど増えるほかは、一般に減少する傾向にある。特に、下弦材の支間中央付近では著しく減少している。

活荷重 L_1 については、下弦材の最大圧縮力は活荷重 L_2 の場合より6%ほど増えるが、非線形性は L_2 が作用するときより小さくなっている。

グラフはすべて中央径間長が700mの場合について示したが、500mの場合には、サグの影響は700mの場合のほぼ半分になり、900mの場合には増加する。

図-13は、RA-typeについては左側を、HA-typeについては右側のそれぞれ26本のケーブルの死荷重による張力を示したものである。サグを考慮することにより両形式とも一番スパン中央よりケーブル張力が増加しており、この結果、トラスの中央径間に非線形性状が現われることがわかる。このときのケーブルのサグおよびサグ比を図-14、15に示す。また、死・活荷重($D+L_2$)が作用したときのサグ比を図-16に示した。RA-typeでは、塔の近傍でトラスを吊っているケーブルはあまり効果がないことがわかる。

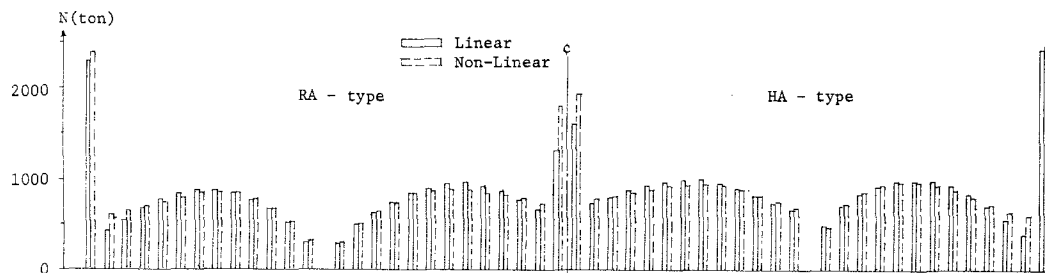


図-13 ケーブル張力 (D)

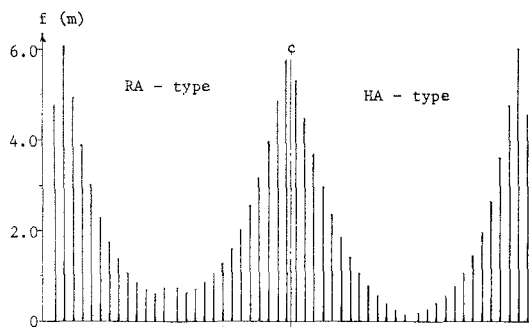


図-14 ケーブル・サグ (D)

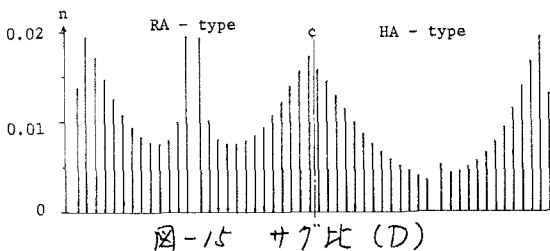


図-15 サグ比 (D)

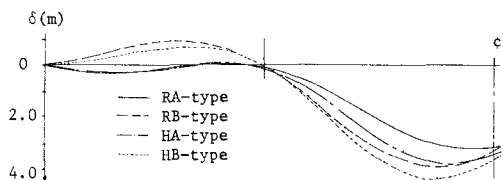


図-17 トラスのたわみ図 ($D+L_1$)

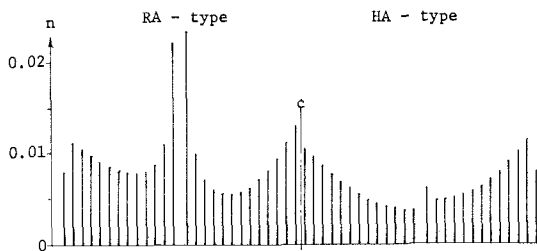


図-16 サグ比 ($D+L_2$)

4. 応力調整

(1) 応力調整法^{6),7)} トラス及び塔の応力を減らすために次のような4つの方法を考えた。

① 回転支承の使用 : 塔の曲げモーメントを減らすために、最上段ケーブル以外の全てのケーブルを回転支承を用いて滑動支持する方法。この形式には、RB-type, HB-type という記号を用いた。

② アースアンカーの採用 : 弦材の圧縮力を減らすために両端のケーブルを地中に碇着する方法。

③ プレストレスの導入 : ケーブルに初期応力としてプレストレスを導入し、トラス及び塔の応力を調整する方法。本文では、死荷重に対するたわみ調整のための緊張量をプレストレスとした。

④ 中間支承の除去 : 塔の近傍のケーブルを有効に効かせるとともに、下弦材に作用する圧縮力を減らすために塔からトラスを吊り下げている部材(中間支承)を取り除く方法。

(2) 回転支承の使用

ケーブルを滑動支持したとき、死荷重及び死・活荷重によるトラスのたわみを A-type の値とともに図-17 に示した。また塔の曲げモーメントを図-18 に示したが、応力調整の効果は図より明らかである。

小径間斜張橋では、RB-type は RA-type に比べて主桁のたわみは2倍ほどになるが⁴⁾、本計算例では30%ほど増加するだけである。

(3) アースアンカーの採用⁷⁾

図-6 に示したように、本文では初めから最上段の両端のケーブルを地中に碇着しているが、もしトラスに固定した場合にはこのケーブルの張力によるトラスの圧縮力の増加は、下弦材で約40%、上弦材では100%を越える。一方、端ケーブルを地中に碇着したために、中央径間中央部では引張力が生じているが(図-9,10)、支間中央点を左右両側のケーブルで支持すれば引張力は起きなくなる。

(4) プレストレスの導入

斜張橋の力学的性状はプレストレスにより著しい影響を受けるものであり、その大ききよりも各ケーブル間での比率により大きく変わる^{6),7)}。

そこで本文では、死荷重に対してトラスと塔の変位が零になるような調整を行い、そのときに導入すべき初期応力をプレストレスとした。死荷重のみが作用するときにはたわみ調整以外にはなんの効果もなく、各部材の応力変化は最大±5%であるが、これに活荷重が作用したときには、塔の曲げモーメントは図-19 に示すように、塔基部では40~50%減少するが、トラス及び塔の軸力の増加は数パーセントである。

(5) 中間支承の除去 : 中間支点で下弦材の軸力を減少させるために中間支承を省略したが、計算結果は5%ほど減少するだけで逆に上弦材軸力が数パーセント増加した。これは中間支承の代りに追加したケーブルの剛性が大き過ぎて弾性支承の役目を果たさなかったためと考えられる。

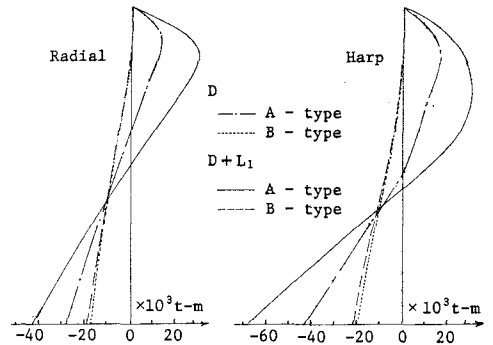


図-18 塔の曲げモーメント図

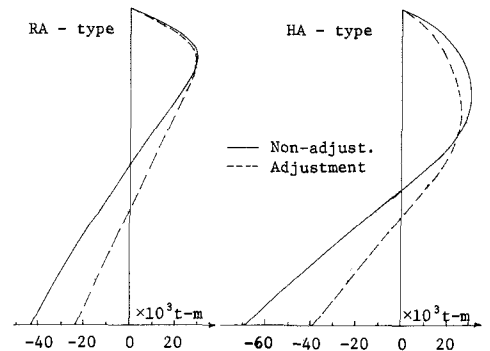


図-19 塔の曲げモーメント図

5. 考 察

数値計算の結果から判断して、本文で扱った大径間斜張橋の非線形性状は、次のように要約できる。

- ① サグを考慮しない場合には変形の影響は小さく、応力及びたわみとも10%以内である。
- ② サグによる非線形性状は、中央径間長が700mの形式で30%ほど現われ、上弦材とケーブルでは軸力は増加するが、下弦材と塔の曲げモーメントは減少する傾向にある。
- ③ 上記②の性状は、500mの斜張橋では半減し、900mの形式では増加する。
- ④ 回転支承を用いてケーブルを滑動支持することは、主トラスの軸力を増加させることなく、塔の曲げモーメントを減少させることに極めて効果がある。
- ⑤ 大径間斜張橋では、最上段両端のケーブルを地中に碇着させるべきである。
- ⑥ プレストレスの適切な導入量はわからないが、たわみ調整を行なうだけでも効果がある。

また、つぎのような問題点が考えられる。

- ① 本計算で用いた部材の剛性が、実橋のモデルとして十分に適切な値であるかどうか。
- ② 剛性と荷重とを色々変えてみて、上述の非線形性状の一般性を確かめる必要がある。
- ③ このとき、プレストレスは必ず導入しておくべきである。
- ④ さらに今後の問題として、架設工法による影響を考慮する必要がある。

6. おとがき

計算例が不十分なためにとても一般的な非線形性状とはいえないが、いままでは厳密には扱われていなかったケーブルのサグ及び滑動支持された連続ケーブルによる非線形性状の一般性を調べることでできた。計算手順については、たわみ調整を行なうときには無応力状態を計算する必要があり、本計算では2mmの許容誤差に対して4回の反復計算で収束している。また、サグを考慮した場合には全節点における不平衡力が数kg以下になるまでのNewton-Raphson法の反復回数は5回であった。計算時間は258節点のときで荷重1caseにつき、CPU timeは約21秒(大阪大学計算機センター, NEAC2200-700)であった。なお、本研究は昭和46, 47年度文部省科学研究費の補助により行ったものである。

参 考 文 献

- 1) F. Leonhardt & W. Zellner : Cable-stayed Bridges : Report on latest developments, Canadian Struc. Conference, 1970.
- 2) 長谷川・成周 : 各種構造形式の斜張橋の曲げモーメント、たわみに関する研究, 土木学会誌, Vol. 53, No. 9, 1968.
- 3) 渡辺・多田・宮本 : 斜張橋の構造特性について, 土木学会北海道支部論文集, No. 24, 1968.
- 4) 前田・林 : 3径間連続橋を基本系とする斜張橋の形式はる静力学的構造特性に関する研究, 土木論文集, No. 175, 1970.
- 5) 前田・林・井本 : 斜張橋の剛性による静力学的特性に関する一考察, 土木論文集, No. 199, 1972.
- 6) 前田・林・迫田 : プレストレス導入による斜張橋の弾性挙動について, 関西支部講演概要集, 1970.
- 7) 前田・林・迫田 : 斜張橋の応力調整に関する三つの考察, 25回年次講演概要集, 1970.
- 8) 松田・三宅・今敏・鈴木 : 斜張橋の静力学的特性に関する三つの考察, 三菱重工技報, Vol. 7, No. 7, 1970.
- 9) 小西・宇都宮・神本 : 斜張橋の振動性状に関する基礎的研究, 24回年次講演概要集, 1969.
- 10) 前田・林・井本 : 斜張橋の振動性状について, 関西支部講演概要集, 1971.
- 11) 後藤 : 有限変形法に関する2, 3の考察, 土木論文集, No. 163, 1969.
- 12) 長谷川・成周 : 変形を考慮した斜張橋の解析, 土木論文集, No. 149, 1969.
- 13) 前田・林・前田 : 大径間斜張橋の非線形性状について, 27回年次講演概要集, 1972.
- 14) 前田・林・前田 : 起り荷重による斜張橋の動的応答について, 関西支部講演概要集, 1973.
- 15) 前田・林・前田 : 大径間斜張橋の起り荷重に対する動的特性, 28回年次講演概要集, 1973.
- 16) H. J. Ernst : Der E-Modul von Seilen unter Berücksichtigung des Durchhangs, Bauingenieur, Heft 2, 1965.
- 17) R. K. Livesley : Automatic Design of Guyed Masts Subject to Deflection Constraints, Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 2, No. 1, 1970.
- 18) Y. Maeda, M. Hayashi & M. Nakamura : Displacement Incremental Method for Non-Linear Structural Analysis, Tech. rep. of Osaka Univ., Vol. 23, No. 2, Sep., 1973.