

2 入力地震波を受ける連続基礎の応答

—確率論手法による—

名古屋市大学大学院 ○中村義喜男

◇ 工学部 多賀直恒

◇ 工学部 松岡 理

§1. 序

平面的に広がりを持つ構造物或いは普通の構造物においても、基礎に入る入力地震波が違う場合の影響について調べておく事は、近年の様に平面的に大規模な構造物が出現する今日、特に重要な意味のある事と考えられる。この種の論文として Korchynskel I. L., Bikhousley V. A.^①、山原^②、林・岡本^③、田嶋見・石丸^④ 等々の研究があるが、①②の論文が建物に入る有効な入力地震波と言う点に注目しているのに対し、③の論文はラーメンの各基礎の入力地震波がずれて入射した時の一層の質点の応答に注目している。④の論文は半無限弾性体上の建物に地震波が傾斜をもって入射する場合について、地盤-建物の連成効果を考え、解析を行っている。本論文では半無限弾性体上に基礎バネ（つなぎ梁・基礎スラブが対応）でつながれた二つの基礎に違った入力地震波が入る事を考え、地盤-基礎系の相互作用を考慮しつつ多入力地震波に対する基礎の応答がいかに決定されるかを示している。入力地震波の違いについては只ずれて入射すると言う事ではなくて、違いを統計的に扱いその応答に及ぼす伝達関数について解析検討を行った。解析は水平動についてのみ行っているが、上下動に關しても全く同様の解析法が通用できよう。又解析に用いられる Ground Compliance Matrix は多賀直恒の論文の数値を引用させていただいた。

§2. 2つの地点から入力する2つの地震波について

局所的で平面的に分布した地震観測による Data の数は非常に少く、2地点で得られる加速度・変位、加速度・変形、変形・変形の間の地震波の相関性について妥当な結論はまだ得られていない。従って本論文では大胆な仮定が入るが次の様に扱う。図-1にある様に各地点における加速度、変形の母集団を考える。しかし加速度と変形は2階の微分によって1対1に対応して独立に取る事は出来ない。実際の地震波は非定常な波形を有しているが、解析的に重要なのは定常部であると考え、非定常部を切除した定常部に注目して系の応答特性を調べる事に留意した。すなわち各波形は平均値零の定常確率ガウス過程とした。この様な波形は三角級数を使って表わす事が出来る^⑤。

$$x_j(t) = \sum_{k=1}^n \{ a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t \} \quad \dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{aligned} E[x_j(t) \cdot x_k(t+\tau)] &= \sum_{k=1}^n E[a_k^2] \cos \omega_k t \cdot \cos \omega_k (t+\tau) = R_{uujk}(\tau) \\ E[\dot{x}_j(t) \cdot x_k(t+\tau)] &= \sum_{k=1}^n E[a_k^2] \omega_k \sin \omega_k t \cdot \cos \omega_k (t+\tau) = R_{uujk}(\tau) \\ E[\dot{x}_j(t) \cdot \dot{x}_k(t+\tau)] &= \sum_{k=1}^n E[a_k^2] \omega_k^2 \sin \omega_k t \cdot \sin \omega_k (t+\tau) = R_{uujk}(\tau) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

a_k, b_k は互いに独立で同一の平均値零の確率ガウス密度関数を有するものとする。

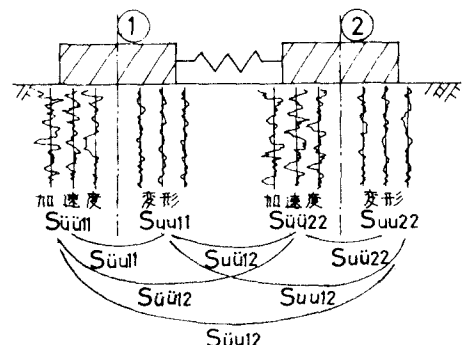


図-1 パワースペクトル

式(2)において $\rho_{jk}^2 = E[\dot{u}_j \dot{u}_k^2]$ or $E[\dot{u}_j \dot{u}_k^2]$ でそれぞれ分散値を示す。 ε_k は $0 \leq \varepsilon_k \leq 1$ の係数であり、 $j=k$ の時 1.0 となりよとして波形が全く独立の時 $j \neq k$ なら $\varepsilon_k = 0$ 、 $j=k$ なら $\varepsilon_k = 1.0$ の値を取る。①点と②点における波形の相似性を示す係数である。相関関数⇔パワースペクトル は容易に変換される。

§3. 運動方程式とその解法

基礎-基礎パネ地盤系の相互作用を支配する運動方程式は図-2を参考にして

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{a1} \\ \ddot{u}_{a2} \end{Bmatrix} + k_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{a1} \\ u_{a2} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{F1} \\ \ddot{u}_{F2} \end{Bmatrix} - k_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{F1} \\ u_{F2} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots (3)$$

ここに Q_i : i基礎から地盤に伝達されるせん断力 u_{ai} : Q_i によって生ずる変位

u_{Fi} : i基礎に入力するその地点での自由地表における変位

基礎が2つでない場合についても運動方程式は全く同じで $k_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow k_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ となる。

Q_i は後に示される様に Sinusoidalな入力 $\{u_{aj}\}e^{i\omega t}$ と $\{u_{Fj}\} = -[F+iF']\{d_j\}$ の関係が有り式(3)は $\{u_{aj}\}$ を未知量とする微分方程式である。式(3)は次式となる

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{aj} \end{Bmatrix} + k_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{aj} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} Q_j \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} F_j \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} F_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{Fj} \end{Bmatrix} + k_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{Fj} \end{Bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

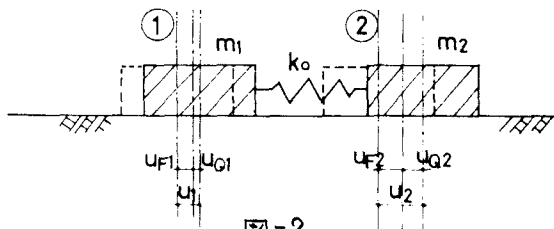


図-2

式(4)のオ-式の右辺はオニ式が示す様に地震波

の加速度成分と変位成分が既知な時に解く事が出来る。変位成分による入力の寄与に注意すべきである。式(4)の解は入力を $\{F_j\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$ の様に力解し其の解はそれぞれ入力①のみ或いは入力②のみによる解をそれぞれ加えれば良い。今F点のみにインパルスがあった時の求めたい点の応答すなわちインパルス応答関数が分っていれば $F_i(t)$ に対する応答はたみ込み積分によって容易に表わされる。点Fのみにインパルスがあった時のS点の変位・速度・加速度の応答を $\chi_{ij}^s(t)$, $\dot{\chi}_{ij}^s(t)$, $\ddot{\chi}_{ij}^s(t)$ とすると

$$u_{asj} = \int_0^t \chi_{ij}^s(t-\tau) \cdot F_j(\tau) \cdot d\tau, \quad \dot{u}_{asj} = \int_0^t \dot{\chi}_{ij}^s(t-\tau) \cdot F_j(\tau) \cdot d\tau, \quad \ddot{u}_{asj} = \int_0^t \ddot{\chi}_{ij}^s(t-\tau) \cdot F_j(\tau) \cdot d\tau \quad \dots\dots (5)$$

応答の変形・速度・加速度に関する以下のオペレーションは全く同じである為、変形についてのみ示すことにする。式(4)のオニ式より $F_1 = m_1 \ddot{u}_{F1} + k_0(u_{F1} - u_{F2})$ $F_2 = m_2 \ddot{u}_{F2} + k_0(-u_{F1} + u_{F2})$ である。式(5)のオ-式より $u_{as} = u_{as①} + u_{as②}$ であるから

$$u_{as}(t) = \sum_{r=1}^2 m_r \int_0^t \chi_{rp}^s(t-\tau) \cdot \ddot{u}_{Fr}(\tau) \cdot d\tau + \sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 k_{rp} \int_0^t \chi_{rp}^s(t-\tau) \cdot u_{Fp}(\tau) \cdot d\tau \quad \dots\dots (6)$$

ここで $[k_{rp}] = \begin{bmatrix} k_{00} & -k_{00} \\ -k_{00} & k_{00} \end{bmatrix}$ の基礎パネマトリックスである。確定的な応答は式(6)によって決定されるが、本論文では入力の違いを統計的に処理する為、 $u_{as}(t)$ の自己相関関数を考える。自己相関関数で $\tau=0$ とすれば応答の R.M.S. 値が得られ応答を評価する目安となる。

$$\begin{aligned} E[u_{as}(t) \cdot u_{as}(t+\tau)] &= E \left[\sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 m_r m_p \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \chi_{rp}^s(t_1-\tau_1) \cdot \chi_{rp}^s(t_2-\tau_2) \cdot \ddot{u}_{Fr}(\tau_1) \cdot \ddot{u}_{Fp}(\tau_2) \cdot d\tau_1 \cdot d\tau_2 \right] \\ &+ E \left[\sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 k_{rp} \cdot m_q \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \chi_{rp}^s(t_1-\tau_1) \cdot \chi_{qp}^s(t_2-\tau_2) \cdot u_{Fp}(\tau_1) \cdot \ddot{u}_{Fq}(\tau_2) \cdot d\tau_1 \cdot d\tau_2 \right] \\ &+ E \left[\sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 k_{qj} \cdot m_r \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \chi_{rp}^s(t_1-\tau_1) \cdot \chi_{qj}^s(t_2-\tau_2) \cdot \ddot{u}_{Fr}(\tau_1) \cdot u_{Fq}(\tau_2) \cdot d\tau_1 \cdot d\tau_2 \right] \end{aligned}$$

$$+ E \left[\sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 \sum_{j=1}^2 f_{rp} \cdot f_{jl} \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \chi_r^S(t_1 - \tau_1) \cdot \chi_j^S(t_2 - \tau_2) \cdot u_{rp}(\tau_1) \cdot u_{jl}(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \right] \cdots \cdots (7)$$

式(7)において積分と Expectation を交換する。積分中には含まれる確率変量は入力地震波のみである

$$\begin{aligned} E[u_{as}(t) \cdot u_{as}(t+\tau)] &= \sum_{r=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_r \cdot m_j \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \chi_r^S(t_1 - \tau_1) \cdot \chi_j^S(t_2 - \tau_2) \cdot R_{\ddot{u}rj}(t_1 - t_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &+ \sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 \sum_{j=1}^2 f_{rp} \cdot m_j \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \chi_r^S(t_1 - \tau_1) \cdot \chi_j^S(t_2 - \tau_2) \cdot R_{u\ddot{u}pj}(t_1 - t_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &+ \sum_{r=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 f_{jl} \cdot m_r \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \chi_r^S(t_1 - \tau_1) \cdot \chi_j^S(t_2 - \tau_2) \cdot R_{\ddot{u}url}(t_1 - t_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &+ \sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 f_{rp} \cdot f_{jl} \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \chi_r^S(t_1 - \tau_1) \cdot \chi_j^S(t_2 - \tau_2) \cdot R_{uupl}(t_1 - t_2) d\tau_1 d\tau_2 \cdots \cdots (8) \end{aligned}$$

ここで与えられる入力に関する相関関数 $R_{orij}(\tau)$ は §2. で述べた量である。ウィナーキンチン関係式より $S_{orij}(\omega) = 1/2\pi \cdot \int_{-\infty}^{\infty} R_{orij}(\tau) \cdot e^{i\omega\tau} d\tau$ の関係があるからこれを式(8)に代入し

$$\begin{aligned} E[u_{as}(t) \cdot u_{as}(t+\tau)] &= \sum_{r=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_r \cdot m_j \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{u}rj}(\omega) \cdot I_r^S(\omega, t_1) \cdot \bar{I}_j^S(\omega, t_2) \cdot d\omega \\ &+ \sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 \sum_{j=1}^2 f_{rp} \cdot m_j \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_{u\ddot{u}pj}(\omega) \cdot I_r^S(\omega, t_1) \cdot \bar{I}_j^S(\omega, t_2) \cdot d\omega \\ &+ \sum_{r=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 f_{jl} \cdot m_r \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{u}url}(\omega) \cdot I_r^S(\omega, t_1) \cdot \bar{I}_j^S(\omega, t_2) \cdot d\omega \\ &+ \sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 f_{rp} \cdot f_{jl} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_{uupl}(\omega) \cdot I_r^S(\omega, t_1) \cdot \bar{I}_j^S(\omega, t_2) \cdot d\omega \cdots \cdots (9) \end{aligned}$$

ここに $I_r^S(\omega, t_j) = \int_0^{t_j} \chi_r^S(t_j - \tau_j) \cdot e^{i\omega\tau_j} d\tau_j$ であり $\bar{I}_j^S(\omega, t_j)$ は共役なものである。又 $t_1 = t$, $t_2 = t + \tau$ である。式(9)より明らかな様に $E[u_{as}(t) \cdot u_{as}(t+\tau)]$ は t と τ の関数である。すなわち応答は非定常になるが、 t , t_1 , t_2 が過渡的影響を受けない程に十分に大きくとれば定常となる。

$$\begin{aligned} E[u_{as}(t) \cdot u_{as}(t+\tau)] &= \sum_{r=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_r \cdot m_j \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{u}rj}(\omega) \cdot H_r^S(\omega) \cdot \bar{H}_j^S(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \\ &+ \sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 \sum_{j=1}^2 f_{rp} \cdot m_j \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_{u\ddot{u}pj}(\omega) \cdot H_r^S(\omega) \cdot \bar{H}_j^S(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \\ &+ \sum_{r=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 f_{jl} \cdot m_r \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{u}url}(\omega) \cdot H_r^S(\omega) \cdot \bar{H}_j^S(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \\ &+ \sum_{r=1}^2 \sum_{p=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 f_{rp} \cdot f_{jl} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_{uupl}(\omega) \cdot H_r^S(\omega) \cdot \bar{H}_j^S(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \cdots \cdots (10) \end{aligned}$$

式(10)における $H_r^S(\omega)$ は周波数伝達関数であり、点 r に $e^{i\omega t}$ の定常入力がある時の δ 点の応答を示し $\bar{H}_j^S(\omega)$ はその共役な複素数である。式(10)のオー項は加速度に関する入力パワースペクトル、オニ・オニ項は変形・加速度に関する入力パワースペクトル、オ四項は変形に関する入力パワースペクトルに対する応答への奇子を示す。 $H_r^S(\omega)$ は式(4)のオー式の入力 F_{or} を $e^{i\omega t}$ とすることによって見つけられる。

§4. 伝達関数の誘導

$H_r^S(\omega)$ は式(4)の荷重項をそれぞれ $\{e^{i\omega t_1}\}$, $\{-e^{i\omega t_2}\}$ とした時の変形の応答である。Sinusoidal な加振を行っているから t が十分に大きければ $\{u_{o1}\}$, $\{u_{o2}\}$ も Sinusoidal な運動とする。従って

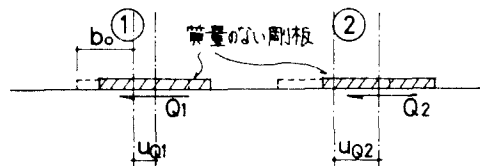


図-3

$$\{u_{0j}\} = \{\bar{u}_{0j}\} e^{i\omega t}, \quad \{Q_j\} = \{\bar{Q}_j\} e^{i\omega t} \quad \dots \dots \dots (11)$$

図-3より式(11)の $\{u_{0j}\}$ と $\{\bar{Q}_j\}$ の間には Dynamic Ground Compliance Matrix $[f_{jk} + i2f_{jk}]$ を介して

$$\{u_{0j}\} = -[f_{jk} + i2f_{jk}] \{\bar{Q}_j\} \quad \dots \dots \dots (12)$$

の関係がある。従って式(4)より

$$\mu \cdot b_0^2 [-a_0^2 \cdot 8S_{01} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + [f_{jk} + i2f_{jk}]^{-1}] \begin{Bmatrix} \bar{u}_{01} \\ \bar{u}_{02} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}_{l=1} \text{ or } - \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}_{l=2} \quad \dots \dots (13)$$

上式で「使用される無次元量は次の通りである。

- | | | | |
|----------|--|-------------|-------------------------------|
| 無次元質量: | $8S_{01} = m_j / \rho \cdot b_j^3 = 8(\rho_{0j} / \rho) / (l_j / b_j)$ | 質量比: | $\beta_j = m_j / m_1$ |
| 無次元振動数: | $a_0 = b_0 \cdot \omega / V_s$ | 無次元変位: | $\bar{u}_{0j} = u_{0j} / b_0$ |
| 無次元基礎バネ: | $K = k_0 / \mu \cdot b_0$ | 地盤の密度: | ρ |
| せん断波速度: | $V_s = \sqrt{\mu / \rho}$ | 地盤のせん断弾性係数: | μ |
| | | 基礎半巾: | b_0 |

式(13)より $\{\bar{u}_{0j}\}_0, \{\bar{u}_{0j}\}_2$ は $[\dots\dots]$ の逆マトリックスを両辺に掛ける事により容易に求まる。最終的に $H_j^2(\omega)$ は

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} H_1^1(\omega) \\ H_1^2(\omega) \end{Bmatrix} &= b_0 \cdot \begin{Bmatrix} \bar{u}_{01} \\ \bar{u}_{02} \end{Bmatrix}_0 = -\frac{1}{\mu \cdot b_0} [-a_0^2 \cdot 8S_{01} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + [f_{jk} + i2f_{jk}]^{-1}]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} H_2^1(\omega) \\ H_2^2(\omega) \end{Bmatrix} &= b_0 \cdot \begin{Bmatrix} \bar{u}_{01} \\ \bar{u}_{02} \end{Bmatrix}_2 = -\frac{1}{\mu \cdot b_0} [\dots\dots\dots]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

一般に $[f_{jk} + i2f_{jk}]$ は無次元振動数 a_0 の関数としてあらかじめ数値計算を行っており、それに対応する $H_j^2(a_0)$ は式(14)によって計算される。この様にして得られた伝達関数が数値計算例として後に示される。

§5. 簡単な入力に対する解析

§3.における解析は入力として非常に一般的に表わされた相関関数 $R_{00jk}(\tau)$ の様な定常確率過程を扱って来たが、この節では $R_{00jk}(\tau)$ をCase by Case に与えて式(4)の各項の物理的意味を把握すると共に、各Caseにおける伝達関数の簡単な誘導を試みた。

5.1 ①点入力波形と②点入力波形が全く同じ時

式(4)の右辺式からわかる様に変形による入力の項は零である。従って式(10)において変形に関係する入力パワースペクトルはすべて零となる。さらに加速度に関する①点と②点の入力の相関関数は全て等しい。従ってそれぞれのパワースペクトルも等しくなる。

$$E[u_{0s}(t) \cdot u_{0s}(t+\tau)] = \sum_{r=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_r \cdot m_j \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{u}_r \ddot{u}_j}(\omega) \cdot H_r^s(\omega) \cdot H_j^{*s}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$S_{\ddot{u}_1 \ddot{u}_1}(\omega) = S_{\ddot{u}_1 \ddot{u}_2}(\omega) = S_{\ddot{u}_2 \ddot{u}_1}(\omega) = S_{\ddot{u}_2 \ddot{u}_2}(\omega) = S_{\ddot{u}}(\omega) \quad \dots \dots \dots (16)$$

簡単の為 $m_1 = m_2 = m$ とすると式(15)は非常に簡単となり

$$\begin{aligned} E[u_{0s}(t) \cdot u_{0s}(t+\tau)] &= m^2 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{u}}(\omega) \cdot H^s(\omega) \cdot H^{*s}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \\ \text{且し } H^s(\omega) &= H_1^s(\omega) + H_2^s(\omega) \quad \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

従来行われている様な同時・同波形の入力に対する伝達関数は、①点からs点への伝達関数と②点か

ら5点への伝達関数の和で表わされる。

5.2 ①点入力波と②点入力波が違ふ時

[a] ①点入力波と②点入力波が独立で何らの相関性も有しない場合

§2.で述べた様にこの場合は式(2)中に出てくる①入力と②入力の相関の程度をなす E_{jk} が零である事に相当する。従つて相関関数は式(2)より

$$R_{00jk}(\tau) \begin{cases} = 0 & j \neq k \\ \neq 0 & j = k \end{cases} \quad \dots \dots \dots (18)$$

$R_{00jk}(\tau)$ に対する $S_{00jk}(\omega)$ も同様な事が言える。 $m_1 = m_2 = m$ とすると式(10)より

$$\begin{aligned} E[u_{00}(t) \cdot u_{00}(t+\tau)] &= m^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{uurr}(\omega) \cdot H_r^s(\omega) \cdot \bar{H}_r^s(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \\ &\quad + m \cdot k_0 \int_{-\infty}^{\infty} S_{uurr}(\omega) \cdot \{ H_r^s(\omega) \cdot \bar{H}_r^s(\omega) - \text{Re}(H_r^s(\omega) \cdot H_r^s(\omega)) \} e^{i\omega\tau} d\omega \\ &\quad + k_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} S_{uurr}(\omega) \cdot \bar{H}_r^s(\omega) \cdot \bar{H}_r^s(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad \dots \dots \dots (19) \\ \text{但し } \bar{H}_r^s(\omega) &= H_r^s(\omega) - H_r^s(\omega) \end{aligned}$$

上式の一・二・三項は加速度、変形加速度、変形のそれぞれのパワースペクトルによる応答への影響である。式(17)の場合と比較してみると式(19)は入力 $S_{uurr}(\omega)$ (但し $r=j$) の項が落ちているのに対し入力 $S_{uurr}(\omega)$, $S_{uurr}(\omega)$ の項が増加している。普通地震波を観察すると $\dot{x}(t)$ と $x(t)$ の比は $\dot{x}(t)$ がかなり大きく、 ω の分布によつても変わるが $S_{\dot{u}urr}(\omega) \gg S_{uurr}(\omega)$ or $S_{uurr}(\omega)$ が成立すると考えられる。この様なことを考慮すると入力 $S_{uurr}(\omega)$ が左右で全く違ふ時は、同じ時よりも $\tau=0$ の R.M.S. 応答でかなり小さくなる事が式の上から分かる。又入力 $S_{uurr}(\omega)$ に関する伝達関数が式(19)のオニ式の様に各伝達関数の差で表わされる事は興味深い。

[b] ①点入力波と②点入力波は波形は同じであるがただ時間ずれて入射する場合

相関関数 $R_{uujl}(\tau)$, $R_{uujl}(\tau)$, $R_{uujl}(\tau)$ の間には式(2)の関係があり、それぞれのパワースペクトルの係数の大きさについて、各 ω に対し $1/\omega$, $1/\omega^2$, $1/\omega^4$ の関係がある。そこで代表的に $R_{uujl}(\tau)$ について示す事にする。①点、②点で入力波形が同じであるから $R_{uujl}(\tau) = R_{uujl}(\tau)$ である。具体的にパワースペクトルが Band Limited White Noise になる様な自己相関関数を考える。図-4に示されている。ただ時間ずれがある時の

の①点②点間の相互相関関数は次式となる。

$$\begin{aligned} R_{uujl}(\tau) &= R_{uujl}(\tau) = 2 \cdot S_0 \frac{\sin \omega_2 \tau - \sin \omega_1 \tau}{\tau} \\ R_{uujl}(\tau) &= 2 \cdot S_0 \frac{\sin \omega_2 (\tau - \bar{\tau}) - \sin \omega_1 (\tau - \bar{\tau})}{\tau - \bar{\tau}} \\ R_{uujl}(\tau) &= 2 \cdot S_0 \frac{\sin \omega_2 (\tau + \bar{\tau}) - \sin \omega_1 (\tau + \bar{\tau})}{\tau + \bar{\tau}} \quad \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

上式のオニ・オニ式は図-4の縦軸を τ だけ左右に移動させたものである事が分かる。

ウィナー・キニラン関係式によりこれらのパワ

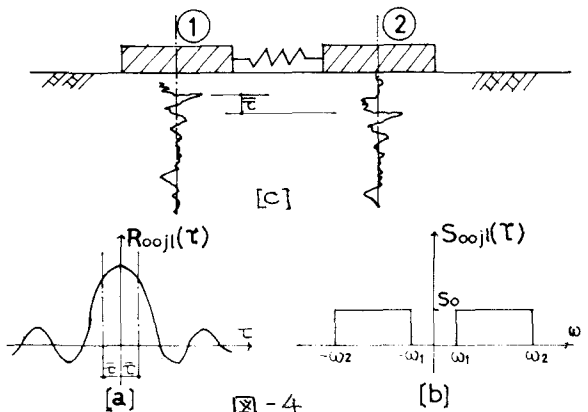


図-4

—スペクトルは

$$\left. \begin{aligned} S_{\ddot{u}11}(\omega) &= S_{\ddot{u}22}(\omega) = \begin{cases} S_0 & (\text{但し } -\omega_2 \leq \omega \leq -\omega_1, \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2) \\ 0 & (\text{上記以外の } \omega) \end{cases} \\ S_{\ddot{u}12}(\omega) &= \begin{cases} S_0 \cdot e^{i\omega\tau} & (\text{但し } -\omega_2 \leq \omega \leq -\omega_1, \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2) \\ 0 & (\text{上記以外の } \omega) \end{cases} \\ S_{\ddot{u}21}(\omega) &= \begin{cases} S_0 \cdot e^{-i\omega\tau} & (\text{但し } -\omega_2 \leq \omega \leq -\omega_1, \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2) \\ 0 & (\text{上記以外の } \omega) \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

式(21)の関係を式(19)に代入して整理すると

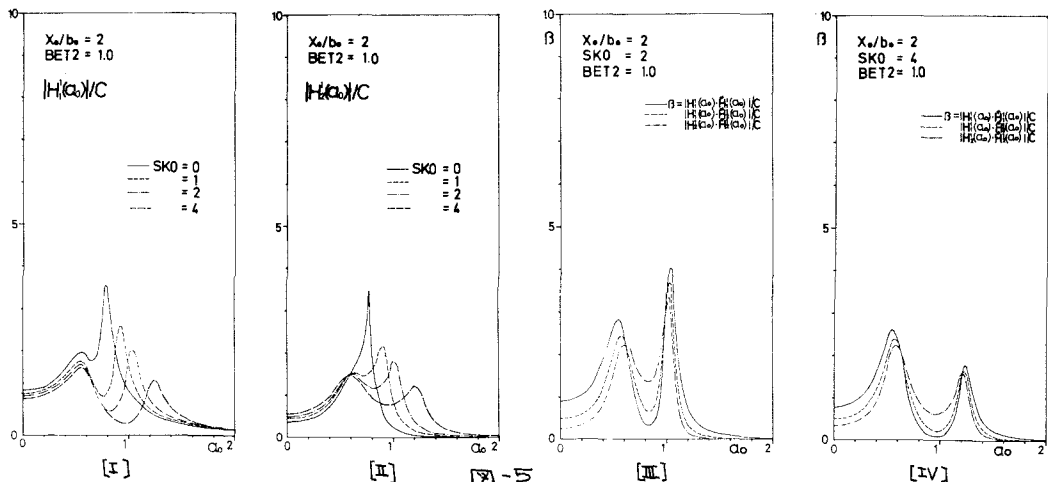
$$\begin{aligned} E[\ddot{u}_{0s}(t) \cdot \ddot{u}_{0s}(t+\tau)] &= m^2 \int_{-\omega_2 \leq \omega \leq -\omega_1}^{ \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 } S_0 \cdot \{ H^s(\omega) \cdot \bar{H}^s(\omega) - \text{Re}(H_1^s(\omega) \cdot \bar{H}_2^s(\omega)) \cdot (1 - \cos \omega\tau) - \text{Im}(H_1^s(\omega) \cdot \bar{H}_2^s(\omega)) \sin \omega\tau \} e^{i\omega\tau} d\omega \\ &+ m \cdot \rho_0 \int_{-\omega_2 \leq \omega \leq -\omega_1}^{ \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 } \frac{2 \cdot S_0}{\omega^2} \{ H^s(\omega) \cdot \bar{H}^s(\omega) \cdot (1 - \cos \omega\tau) - 2 \cdot \text{Im}(H_1^s(\omega) \cdot \bar{H}_2^s(\omega)) \sin \omega\tau \} e^{i\omega\tau} d\omega \\ &+ \rho_0^2 \int_{-\omega_2 \leq \omega \leq -\omega_1}^{ \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 } \frac{2 \cdot S_0}{\omega^4} \cdot \bar{H}^s(\omega) \cdot \bar{H}^s(\omega) \cdot (1 - \cos \omega\tau) e^{i\omega\tau} d\omega \quad \dots (22) \end{aligned}$$

但し $H^s(\omega) = H_1^s(\omega) + H_2^s(\omega)$, $\bar{H}^s = \bar{H}_1^s(\omega) - \bar{H}_2^s(\omega)$

上式は $\tau=0$ のとき式(17)と同じになる。今 ω_1, ω_2 が比較的大きな値ととり上式が二項、オ三項はオ一項に対して無視できる場合を考える。この時面時間波形入力式(17)と比較して伝達関数が各 ω に対して $\text{Re}(H_1^s(\omega) \cdot \bar{H}_2^s(\omega)) \cdot (1 - \cos \omega\tau) + \text{Im}(H_1^s(\omega) \cdot \bar{H}_2^s(\omega)) \cdot \sin \omega\tau$ だけ異なる。 τ によって見かけ上の伝達関数の分布が変化することが分かる。

§6. 数値解析

基礎巾 $2 \cdot b_0$ の正方形の基礎が、ポアソン比 $\nu=1/4$ の弾性地盤上に、基礎バネ $SK_0=0.0 \sim 4.0$ で連結されて、基礎中心面距離 $x_0/b_0=2 \cdot b_0$ (図-5), $=4.0$ (図-6), $=6.0$ (図-7)の三つの状態における応答系の伝達特性を調べた。図-5 [I], [II], 図-6 [I] [II], 図-7 [I] [II]は各場合における伝達関数を示している。BET2は2つの基礎の質量比でいずれも1.0である。なおグラフ縦軸は $x_0/b_0=2.0, SK_0=1.0, BET2=1.0$ の時の $|H_1^s(\omega)|$ を C として、各値を C で割って正規化した値を示す。横軸は無次元振動数である。



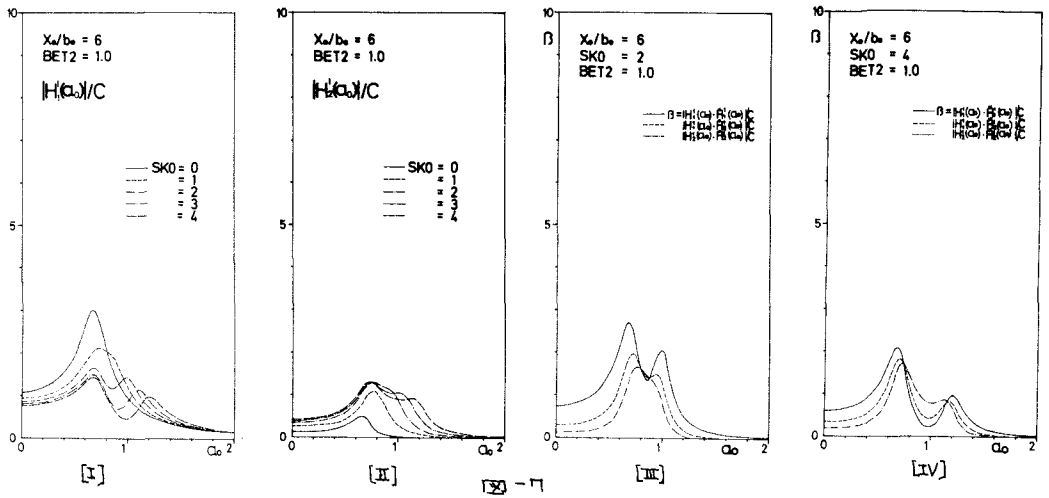
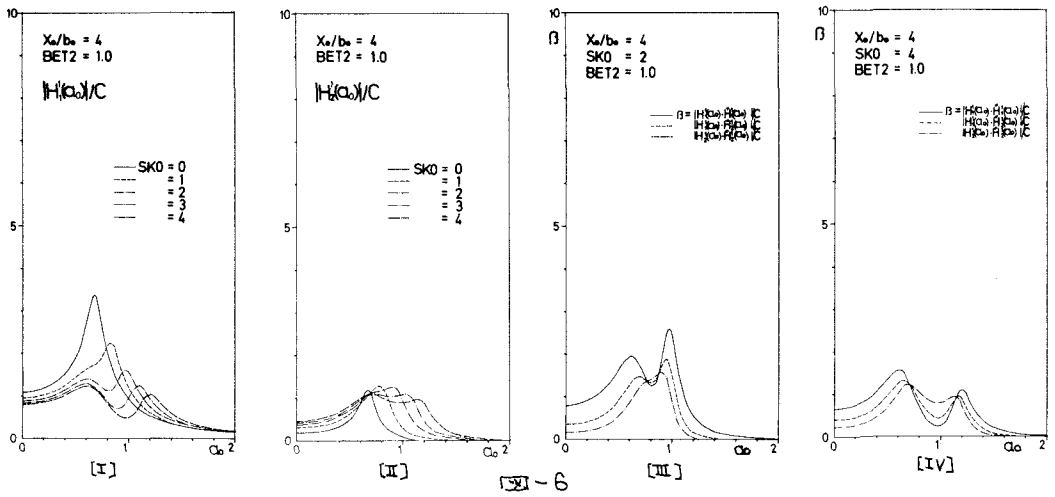


図-5, 図-6, 図-7 のそれぞれ図例は式(9)の被積分項のうち特に加速度のパワースペクトルの影響を
 与える $|H_1^0(0,0) \cdot \hat{H}_1^0(0,0)|$ の Q_0 に関する変化を示した。図中の縦軸は $X_0/b_0 = 2.0$, $SK0 = 1.0$, $BET2 = 1.0$
 の時の $|H_1^0(0,0) \cdot \hat{H}_1^0(0,0)|$ を C として、各値を C で割って正規化した値を示す。

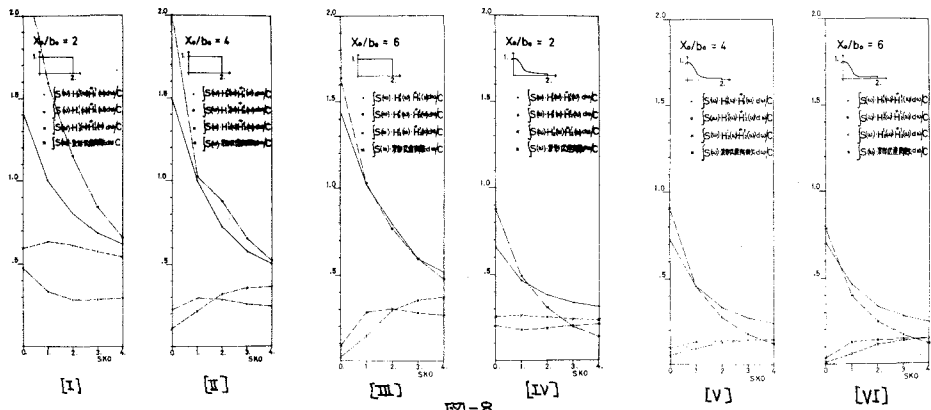


図-8

図-8 は入力加速度パワースペクトルを Band Limited White Noise $S(\omega_0)=1.0$, $S(\omega)=1/(1+\pi\omega^2)$ とした時の各 $|H_{ij}^0(\omega_0) \cdot \hat{H}_{ik}^0(\omega)|$ の積分を $0 \leq \omega_0 \leq 2.0$ の区間でを行い、 $X_0/b_0 = 2.0$, $S_{k0}=1.0$ $BET2=1.0$ の時の $|H_{ij}^0(\omega_0) \cdot \hat{H}_{ik}^0(\omega)|$ の積分値を C として、各値を C で割って正規化して縦軸の値ととり、横軸は S_{k0} をとっている。図中の変形伝達関数は $\hat{H}^0(\omega_0) \cdot \hat{H}^0(\omega)$ であり変形入力に対する影響もあわせて載せた。以上のグラフを考察してみると次の事が言える。

(a) 同じ距離にある基礎の伝達関数でも、つなぎの基礎パネの大きさによってかなり大きな影響を受け、 S_{k0} が大きくなるに従って伝達関数の大きさは小さくなり右寄りにピークが発生する。

(b) 基礎面の距離の増大に伴って伝達関数は少しづつ減少するが、 $S_{k0}=0$ の場合においては伝達関数の形が大きく変っている。

(c) $|H_{ij}^0(\omega_0) \cdot \hat{H}_{ik}^0(\omega)|/C$ の S_{k0} , X_0/b_0 に対する影響はかなり顕著に現われている。

(d) 図-8 からわかる様に $|H_{ij}^0(\omega_0) \cdot \hat{H}_{ik}^0(\omega)|$ の積分値は S_{k0} が増加するに従って急速に減少し、他の積分値の成分に近い値となる。この事は基礎パネが小さいと入力の違いがそのまゝ応答点に現われるのに対して、基礎パネが強いと平均化されるであろうと言う現象を良く説明している。

§7. 結び

広がりをもつ建物の基礎に連った入力地震波が生ずる時の系の応答について解析を行い、伝達関数 $H_{ij}^0(\omega_0)$, $|H_{ij}^0(\omega_0) \cdot \hat{H}_{ik}^0(\omega)|$ の ω_0 に関する分布、パワースペクトルと $|H_{ij}^0(\omega_0) \cdot \hat{H}_{ik}^0(\omega)|$ の積の積分によって応答系の特性を明らかにし、又 R.M.S. 応答への各種積分値の影響を数値計算によって定性的定量的に示した。その結果基礎面の基礎パネによって応答の特性が大きく変わってくる事が明らかになった。具体的に基礎梁基礎スラブの設計に対する一つの示唆、すなわち建物が一体として動くための基礎の条件を与える事になる。しかしながら本論文では入力を定常確率ガウス過程として扱っている事は、解析上の限界として今後の問題となる。入力地震波の違いを個々の地震波が非定常であるという考慮のもとに扱う方法が必要となる。又応答系をさらに実建物と近似する為、各基礎にバネマス系を接続して応答系の特性を調べるのは容易であろう。

終りにグラフ等の取り纏めに当り名古屋大学大学院生 加賀輝男君、同大学技官 金岡昌賢師君の事をわすれずらわせた。この版面を借り感謝致します。

引用文献

- 1) Korchynski I.L., Bikhansky V.A. "Seismic Resistivity of Extended Structure"
オーストラリア W.C.E.E. Vol. I P. 797 ~ 811
- 2) 山原 浩 「地震時の地動と地震波の入力損失 (オー報)」
日本建築学会論文報告集 オ165 昭和44年11月 P.61 ~ 66
- 3) 林 有一郎・岡本舜三 「地震時に2個の入力さうける構造物の応答振動」
生産研究 21巻・3号 (1969・3) P.18 ~ 20
- 4) 田嶋見宏・石丸辰治 「多入力地震を受ける地盤-建物連成系の周波数応答」
日本建築学会論文報告集 オ42回 (46年) 学術研究発表会 P.129 ~ 132
- 5) 多賀直樹・大島幸雄 「半無限弾性地盤上の群建物の連成運動」
オ8国土工学研究発表会 昭和46年6月 P.593 ~ 596
- 6) 星谷 勝 「石置手法による構造解析」
鹿島出版会