

合成桁の最適設計

(株) 片山鉄工所 小澤健作

同 梅下恭助

同 ○中平進夫

1. まえがき

構造物の設計に際して、重要なことは、その構造物が使用目的を満たし十分安全であることほもちろん、最小の投資で最大の効果を生じさせるような構造形態をただ一つ決定することである。従来、構造物の安全性の追求には十分な努力がはらわれているが、経済性に関しては、設計者の経験的な勘や数回の試算で決定される場合が多い。近年、このような問題の解決の手段として、種々の最適化手法の研究がなされており、これらの手法を適用した設計法も開発されつつある。最適化手法は、計画段階において、構造物をマクロ的にとらえ、適用することにより大きい効果が期待できるが、問題が複雑となり、モデル化、定式化が困難で、さらに電子計算機の容量の制限もあるため、各設計段階における小規模な問題について最適化を計り、これら小規模な問題に対する結果を大規模な問題に引用することは有効な方法であると考えられる。本報告は、鋼橋の中でも、もっとも使用頻度の高い単純活荷重合成桁に、SLP法(Sequential Linear Programing)を適用して、最適設計を行ない、経験的に決められていた桁高、断面変化位置、材質を、理論的に決定することを試みたものである。

2. 問題の設定

単純合成桁橋は、ほとんどの場合、格子桁として設計されるが、一般に格子桁の主桁の曲げモーメント分布は、ほぼ放物線とみなし得るため、ここでは格子作用は考慮せず、1本の主桁に着目して、最適設計を行なう。すなわち、支間中央の曲げモーメントが与えられた場合、桁1本のコストが最小となるような桁高、断面変化位置、材質を決定する。桁1本のコストは、鋼材費、加工費、輸送費、架設費などから構成されるが、輸送、架設費は、地理的条件に左右され、また加工費は、梁す、切断組立、溶接、塗装などの不確定な要素が多いため、比較的、客観的なデータの得られる鋼材費のみに着目する。なお、鋼材費は、ベース価格、規格料、板厚エクストラより構成されるものとし、「鋼道路橋梁価計算表(昭和47年度)」による。

次に問題をモデル化するにあたり、実用上、影響が少ないと考えられる下記の仮定を設ける。

- (a)、曲げモーメントは、合成前、合成後とも放物線変化とする。
- (b)、桁は左右対称、ウェブ高、ウェブ厚は全断面一定とする。
- (c)、コンクリート床版の応力度、主桁のせん断応力度、および主桁のたわみの照査は省略する。
- (d)、垂直補剛材の鋼重におよぼす影響は、ウェブ厚を1mm厚くすることにより、また、水平補剛材は、1段につきウェブの断面積を10%増加することにより換算する。
- (e)、各断面変化位置でのフランジ断面積はFully Stressed Designで決定する。この場合、最小重量設計となるが、フランジ厚をできるだけ薄くすることにより、最小コストとみなし得る。

3. SLP法の概要

最適設計を数学的に表現すれば

「制約条件 : $g_j(X) \geq 0 \quad j=1, 2, \dots, m$ のもとで

目的関数 : $f(X) \rightarrow \text{Min.}$ となるような

設計変数 : $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ を求める」ということであり、SLP法は、非線形な制約条件、目的関数を、初期値 $X^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ のまわりにテーラー展開して、最初の2項をとることにより、線形化するものである。すなわち

制約条件 : $g_j(X^0) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_j}{\partial x_i} \Delta x_i \leq 0$

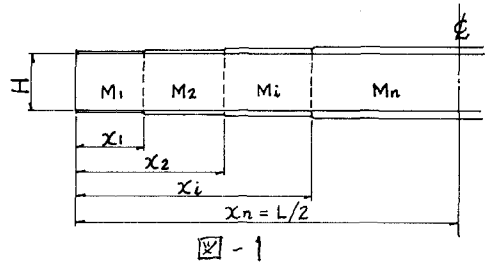
目的関数 : $f(X) = f(X^0) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i$

となり、設計変数の修正量 $\Delta X^0 = (\Delta x_1^0, \Delta x_2^0, \dots, \Delta x_n^0)$ に関して線形にでき、線形計画法を適用することができる。 $f(X)$ を最小にする ΔX^0 を求めると、新しい設計変数は $X' = X^0 + \Delta X^0$ で与えられ、次は X' のまわりに同様な線形近似を行ない、新しい修正量 $\Delta X'$ を求める。これを繰返すことにより、最適解に漸近させることができる。

4. 問題の定式化

1). 設計変数

図-1 に示すように、設計変数としては、断面変化位置 x_i 、桁高 H 、および各断面の材質 M_i を考える。したがって、断面数が n 個の場合には、設計変数は $2n$ 個である。材質変数 M_i は離散変数



数 (SS41: $M=1$, SM50: $M=2$, SM53(SM50Y): $M=3$, SM58: $M=4$) であるが、数値計算上は、連続変数としてあつかい、1サイクルごとに整数値に修正する。なお、 x_i, H は、連続変数とする。

2). 目的関数

図-1 に示す合成桁の支間中央までの総鋼材量を目的関数とする。すなわち

$$F(x, H, M) = w \sum_{i=1}^n \{A_{ui} C_{ui} + A_{wi} C_{wi} + A_{li} C_{li}\} (x_i - x_{i-1}) \rightarrow \text{Min.} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 w は鋼材の単位重量を示し、 u, w, l は、それぞれ、上フランジ、ウェブ、下フランジを示す。 A_i は i 断面の断面積であるが、ウェブの断面積は、補剛材の影響を考慮して修正したものである。 C_i はコスト関数で材質 M_i と板厚 T_i の関数である。すなわち

$$C_{ui} = C(M_i, T_{ui}), \quad C_{wi} = C(M_i, T_{wi}), \quad C_{li} = C(M_i, T_{li}) \quad \text{----- (2)}$$

3). 制約条件

各断面変化位置におけるフランジ断面積 $A_{fi} = f(H, M_i, x_i)$ は、繰返し計算により Fully Stressed Design で決定するが、この段階ですでに、許容応力度、最小断面、フランジ自由突出長さなどの制約は、満足するように処理しておく。したがって、SLP法の適用に際して設ける制約条件としては、次の4項目とする。

$$(a), \text{最小断面長の制限} \quad g_{1i} = l_{\min} - (x_i - x_{i-1}) \leq 0 \quad \text{----- (3)}$$

$$(b), \text{桁高の制限} \quad g_2 = H - \alpha T_w \leq 0 \quad \text{----- (4)}$$

$$(c)、フランジ断面積の制限 \quad g_{31i} = (A_{ui}/A_{ui+1}) - 1 \leq 0, \quad g_{32i} = (A_{li}/A_{li+1}) - 1 \leq 0 \quad \text{----- (5)}$$

$$(d)、材質の制限 \quad g_{4i} = M_i - M_{i+1} \leq 0 \quad \text{----- (6)}$$

4)、目的関数、制約条件式の線形化

(1) 式をテーラー展開して、第2項を新しい目的関数とすると

$$\Delta F(\Delta X, \Delta H, \Delta M) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial F}{\partial X_i} \Delta X_i + \frac{\partial F}{\partial H} \Delta H + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial M_i} \Delta M_i \rightarrow \text{Min.} \quad \text{----- (7)}$$

$$\text{ここに、} \frac{\partial F}{\partial X_i} = w \left\{ \frac{\partial A_{ui}}{\partial X_i} C_{ui} + A_{ui} \frac{\partial C_{ui}}{\partial X_i} + \frac{\partial A_{li}}{\partial X_i} C_{li} + A_{li} \frac{\partial C_{li}}{\partial X_i} \right\} (X_i - X_{i-1}) + Q_i - Q_{i+1}$$

$$\frac{\partial F}{\partial H} = w \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\partial A_{ui}}{\partial H} C_{ui} + A_{ui} \frac{\partial C_{ui}}{\partial H} + \frac{\partial A_{li}}{\partial H} C_{li} + A_{li} \frac{\partial C_{li}}{\partial H} \right\} (X_i - X_{i-1})$$

$$\frac{\partial F}{\partial M_i} = w \left\{ \frac{\partial A_{ui}}{\partial M_i} C_{ui} + A_{ui} \frac{\partial C_{ui}}{\partial M_i} + \frac{\partial A_{li}}{\partial M_i} C_{li} + A_{li} \frac{\partial C_{li}}{\partial M_i} \right\} (X_i - X_{i-1})$$

$$Q_i = A_{ui} C_{ui} + A_{li} C_{li}$$

次に、制約条件式は、(3)、(4)、(5)、(6)式より

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial g_j}{\partial X_i} \Delta X_i + \frac{\partial g_j}{\partial H} \Delta H + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_j}{\partial M_i} \Delta M_i \leq -g_j \quad \text{----- (8)}$$

(7)、(8) 式中の感度係数 $\partial A_i/\partial X_i, \partial C_i/\partial H$ などは、

中心差分法により数値微分する。ただし材質変数 M_i による感度係数は次のような処理を行なう。いま、 M の関数を $f(M)$ とした場合、 $M = k$ における f の微分係数を中心差分表示すると

$$f'_1 = df/dM = \{f(k+1) - f(k-1)\}/2 \quad \text{----- (9)}$$

ところで、前進差分および後進差分表示すると

$$f'_2 = f(k+1) - f(k), \quad f'_3 = f(k) - f(k-1) \quad \text{----- (10)}$$

そこで問題の性質上、 $f'_2 \geq 0, f'_3 \leq 0$ の場合のみ $df/dM = 0$ としその他の場合は中心差分で計算する。なお、SLP法は、線形近似のため、設計変数 ΔX が大きく変動することは好ましくなくまた、早くなめらかに収束させるためにも ΔX の変動幅に上下の制限、すなわち Move Limit を設ける。この問題の場合、解が振動して収束しない場合があるため、振動を始めると Move Limit を徐々にしぼり、強制的に収束させる手法を用いる。

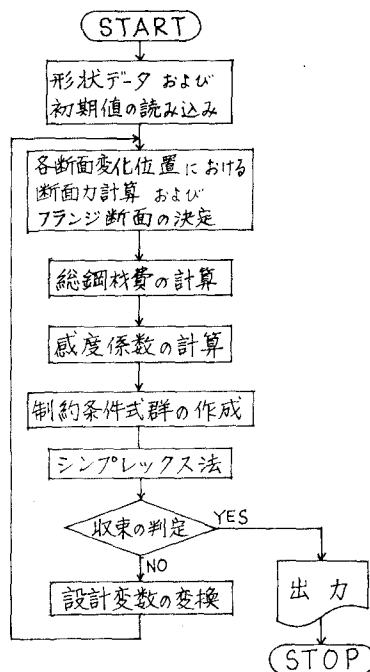


図-2. フローチャート

5、数値計算例

以上の方法を用いて、建設省標準設計単純合成桁橋のうち、幅員 7.5m、3 主桁の 1 等橋をモデルに計算を行なった。なお、対傾構向隔は 5m 前後、最小断面長は 1m、最小断面積は 20cm²、ウェブ厚は 9mm、その他計算に用いた数値は表-1 に示す。

表-1

支間	26m	30m	35m	40m	44m
Ms	189.2	254.6	355.5	477.6	518.5
Mv	250.3	314.9	406.6	497.6	579.0
床版幅 267.5cm, 床版厚 22cm, ハンチ高 4cm					

計算は下記4Caseについて行ない、計算結果を図-3 (a), (b), (c), (d) に示す。

Case-1: 最適設計例(桁高, 断面変化位置, 材質を決定する。

Case-2: 全断面の材質をSS41と指定して、桁高, 断面変化位置を決定する。

Case-3: 全断面の材質をSM58と指定して、桁高, 断面変化位置を決定する。

Case-4: 桁高を $H/L = 1/20$ と指定して、断面変化位置, 材質を決定する。

(a), (b) 図より、材質の変化は、桁高の変化より鋼材費、重量におよぼす影響が大きいことがわかる。(c) 図より、最適設計例の場合の桁高は、経験的な桁高(支間の $1/18 \sim 1/19$)より高くなり、高材質より低材質の方が桁高が高くなる。また(d)図は、断面変化位置は日本道路公団などの規定とはほぼ一致しているが、最小断面の大きさ、材質の変化などにより多少変化することを示している。材質については、最適設計例の場合は支間に関係なく端断面はSS41, その他の断面はSM50Yとなるが、桁高を低くした場合(Case-4)は、支間が35m以上となると、端断面もSM50Yとなる。

6. あとがき

合成格子桁橋の最適設計、自動設計を行なう場合には、桁高, 断面変化位置, 材質などの決定手段が問題となるため、まずし主桁を取り上げ、これら諸量についての解析を行なったものであり、今後、この解析結果を適用してより合理的な合成格子桁の自動設計が可能であると考えられる。なお本研究は関西道路研究会、最適自動設計小委員会(委員長: 京都大学 工学部 山田養一教授)の研究の一環として行なったことを附記する。

[参考文献]

- 1). 山田, 国広: 「桁の最適設計」土木学会第25回年次学術講演会講演集(1970.11)
- 2). 奥村, 大久保: 「Suboptimization による鋼連続桁の最適設計」土木学会論文報告集第215号(1973.7)

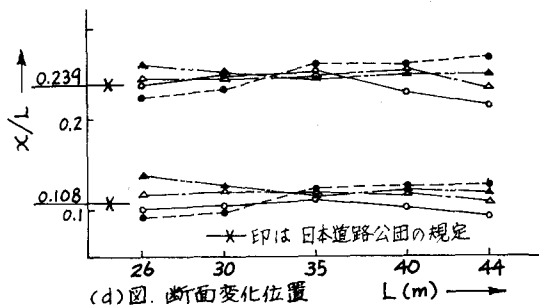
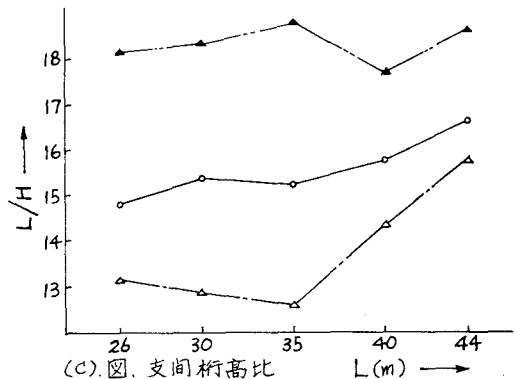
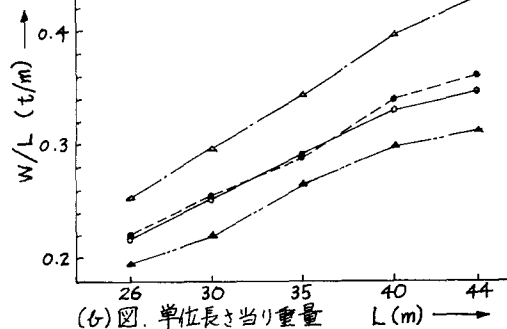
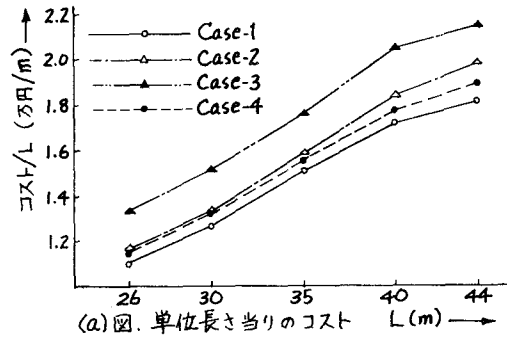


図-3