

桁要素の Suboptimization による鋼連続桁の最適設計

東京大学工学部 奥村敏恵
愛媛大学工学部 ○ 大久保 慎一

1. まえがき

橋梁構造物などのように大規模でかつ複雑な構造物の最適設計問題では、一般に考慮すべき設計変数および制約条件式の数が非常に多くなり、制約条件や目的関数の内容も複雑であるので、すべての設計変数や制約条件式を並列して考慮し解を求めようとしても、解式の複雑化、計算時間の増大、最適解への収束の困難などをひきおこし、さらに使用する計算機の容量の制限なども加わって、一般に最適解を得ることはきわめて困難となる。このような大規模でかつ複雑な構造物の最適設計法に関して、著者はすでに SLP 法および部材要素の Suboptimization により能率的に最適解を求める方法を提案し、トラス構造物の最適設計に適用した例を発表しているが、^{(3),(4)} 本論文ではこの方法をさらに発展させ、構造物の各構成(部材)要素に使用する材料の最適な選択をも含む最適設計法を提案し、この方法により弾性理論に基づく鋼連続桁の最適設計を行なった例について述べるものである。

ところで、弾性理論に基づく鋼連続桁の最適設計法に関しては、これまでに桁の断面寸法および応力度に関する制約条件のもとで、まず桁の細分した各断面要素を Fully stressed 状態とし、次に DP の手法を用いて材料費の増加と溶接費の減少とを比較しながらフランジ断面の寸法を平滑化し、最小製作費を与える各桁断面の寸法および鋼種を決定する方法が研究されているが、^{(7),(8)} 不静定構造物では一般に Fully stressed 状態を与える設計変数の組み合わせは数多く存在し、連続桁の最適設計という見地からは、むしろ最適解に収束するような Fully stress の状態をまず見出すことのほうが重要であるといえる。本研究では、連続桁の設計変数として、各部材の断面寸法および使用鋼種、断面寸法の変化位置、支点の位置を考え、制約条件として桁断面の設計に関するすべての制約条件および桁のたわみに関する制約条件、さらに使用鋼種の板厚として整数値(離散値)を選択することをも条件として考慮し、目的関数として桁の製作費を考え、最小の製作費を与える設計変数を決定しようとするものである。

2. 設計変数, 制約条件式

本研究では図-1に示すようなI型断面を有する鋼連続桁を考え、まずマスタープランなどにより橋長、桁の配置、本数および桁高は決定されているものとし、それ以外のすべての設計変数を考慮した(図-1, 図-2参照)。すなわち、連続桁は N 個の部材要素から成るものとし、各部材要素について桁高を除くすべての断面寸法: $(x_1, x_2, x_4, \dots, x_9)$, 使用鋼材の種類(M)および部材要素の変化位置($L_1, \dots, L_{N-1}$)を設計変数とした。この場合中間支点の位置も1つの断面変化位置として考慮し最適な支間長を決定した。

また鋼連続桁の設計において考慮すべき制約条件としては、桁断面に対して許容応力度に関するもの、板厚および板幅に

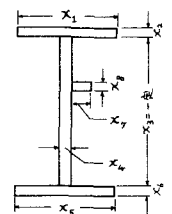


図-1 I型断面

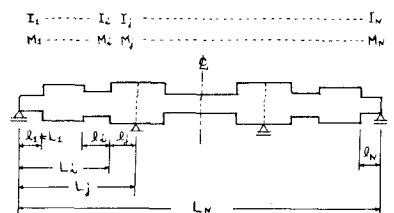


図-2 連続桁の設計変数

関するもの、水平・垂直補剛材の必要剛度に関するものがあり、本研究ではこれらの制約条件式として「溶接鋼道路橋示方書」⁹⁾にしたがうものとして計算を行なった。さらに鋼桁断面の板厚に關して整数値を選択することをも条件として考慮している。また桁のたわみに関しては各支間における最大たわみが許容たわみ量をこえないことを条件として考慮している。

3. 目的関数

本研究では目的関数として桁の製作費を考え、「鋼道路橋原価計算表(昭和46年度)」¹⁰⁾を参照してその算定式を決定した。すなわち桁全体の製作費(TCOST)は、各部材要素の単位長さ当たりの製作費(C_i)×各部材要素の長さ(l_i)および断面変化点におけるフランジの突合せ溶接費(BW_j)の桁全体の総和として計算されるものとした。

$$TCOST = \sum_{i=1}^N C_i l_i + \sum_{j=1}^{NB} BW_j \quad (1)$$

ここに、NB：フランジの突合せ溶接箇所数

また上式の C_i は鋼材費(CM_i)、製作加工費(CF_i)および工場間接費よりなるものとし次式より計算した。

$$C_i = CM_i + CF_i \times (1 + FF) \quad (2)$$

ここにFFは工場間接費に關する係数で $FF=2.30$ と仮定した。また CM_i は断面 i に使用する各鋼板の容積(重量)×鋼材単価(円/mm³または円/kg)の和であり、各使用鋼板の鋼材単価はベース価格、エキストラ料、規格料、ノルマライズ料の和として各鋼板ごとに計算した。製作加工費(CF_i)は原寸、け害、矯正、切断、孔明、鍛冶、削成、鉋銼、仮組立てなどの加工費およびすみ内容接による組立溶接費よりなるものとし、前者については鋼材の単位容積(重量)当たりの単価を、また後者についてはすみ内容接の単位溶接量(mm³)当たりの単価を用いて計算を行なった。

フランジの突合せ溶接費(BW_j)は各フランジ突合せ溶接箇所における溶接量(mm³)×溶接単価より計算されるものとし、文献10)を参考にして、1mm³当たりのすみ内容接および突合せ溶接の直接工数をSS41では0.00002457、SM50では0.00002837、SM58では0.00003831、1工数当たりの単価を3300円と仮定して溶接単価を計算した。

4. 最適設計法の概要

連続桁の最適設計は2.でのべた設計変数、制約条件式をすべて考慮し、3.で述べた目的関数(式(1))を最小とする設計変数の値を決定する問題となるが、本研究で用いた最適設計法の概要を述べると次のとおりである。

① 連続桁の各点におけるたわみおよび部材力の大きさは、桁を構成する各部材要素の弾性係数、断面二次モーメントの大きさ(I_i)および長さ(l_i)により決定される。また目的関数の C_i および BW_j も I_i の関数として表わされ、さらに工型断面を有する鋼連続桁においては、各部材要素の断面諸元を曲げモーメントにより決定すれば、せん断力に対しても一般に十分余裕のある断面となる。以上のことから、まず外力として曲げモーメントを受ける桁断面についてSuboptimizationを行ない、種々の桁高および鋼種について断面二次モーメント(I)—最大抵抗曲げモーメント(RBM)、断面二次モーメント(I)—最適断面寸法(SDIM)、断面二次モーメント(I)—最小コスト(COST)の諸関係曲線群を求める。この3つの関係曲線を利用することにより、桁断面の寸法に關する設計変数群および断面に關するすべての制約条件式群をそれぞれ I および I —RBM関係式一つに集約することができ、

さらに6.で述べるごとく最適鋼種を自動的に決定するための「材料選択変数: $M = (MP, MM)$ 」を導入することが可能となった。したがって、析断面の *Suboptimization* により各部材要素に対する設計変数は I, L, M となり、制約条件式は $I-RBM$ 関係式一つに集約されるわけである。

② 連続析の状態変数(応力およびたわみ), 制約条件式の上下限およびそれぞれの設計変数 I, L, M に関する影響係数を計算する。

③ $I-COST$ 関係曲線より、目的関数の I, L, M に関する影響係数を計算する。この場合、目的関数としては式(1)の第1項のみを考慮し、第2項については④において考慮することとする。

④ ②で求めた $I-RBM$ 関係式, ②および③で求めた状態変数, 目的関数およびその影響係数を用いて設計変数の変化量 ΔX に関する線形な制約条件式群

$$\left. \begin{aligned} X_u - X &\geq \Delta X, & X_l - X &< \Delta X \\ [B-Z_l]\Delta X &\geq Y_l - Y, & [B-Z_u]\Delta X &\leq Y_u - Y \\ -\frac{1}{2}\Delta X &\leq \Delta X \leq \frac{1}{2}\Delta X \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\text{および目的関数} \quad Z = C \Delta X \quad (4)$$

を作成し、 I, L, M すべてを連続型の変数とみなして SLP 法により最適解を求める。この場合鋼種 M については、各計算サイクルごとに改良された *Discrete* な鋼種に修正を行なう。ただし式(3)および式(4)において X : 設計変数のマトリックス $= [X_1, \dots, X_n]^T$, ΔX : 設計変数の変化量のマトリックス $= [\Delta X_1, \dots, \Delta X_n]^T$, Y : 状態変数のマトリックス $= [Y_1, \dots, Y_m]^T$, $B: B_{ij} = \frac{\partial Y_i}{\partial X_j}$ を要素とする $m \times n$ 次のマトリックス, $Z_l, Z_u: Z_{ij} = \frac{\partial Y_{lu}}{\partial X_j}$ または $\frac{\partial Y_{li}}{\partial X_j}$ を要素とする $m \times n$ 次のマトリックス, u, l : 上限および下限を表わすスプレッドシート, C : 目的関数($TCOST$)に関する $\frac{\partial TCOST}{\partial X_j}$ を要素とする $1 \times n$ 次のマトリックスである。

⑤ ④において材料選択変数 M も連続型の変数として扱っているので、最適解の近傍で、 I, L を変化させるよりも M をわずかに変化させるほうが有利となる場合には M が *Discrete* な値をとらず、したがって計算をくり返しても結果が振動し、制約条件がわずかにではあるが満足しないことが起こり得る。このような場合には鋼種を固定し、 M を設計変数群から除き、 I および L のみを設計変数とすることにより容易に最適解に収束させることができる。

⑥ 以上により目的関数として式(1)の第1項のみを考慮した場合の最適な I, L, M が求められるが、最適解で相隣る I の差が非常に小さい場合には、小さいほうの I を大きいほうの I に等しくするほうがフランジ相互の突合せ溶接 (BW) をするよりも経済的となることがある。したがって④~⑤より求めた最適解についてこの検討を行ない、必要であれば I の修正を行なう。

⑦ $I-SDIM$ 関係曲線より各部材要素の I に対する断面寸法を決定する。

5. 析断面の *Suboptimization*

析断面に関する $I-RBM$, $I-SDIM$ および $I-COST$ の諸関係を求めるため、まず種々の析高、鋼種および曲げモーメントの組み合わせについて析断面の最適設計を行なった。この場合析断面に関して「溶接鋼道路橋示方書」⁹⁾に規定している制約条件のほか、板厚を整数値とする条件をも考慮している。整数型(離散型)の変数をも含む最適問題の解法には混合整数計画法、枝刈り法、 DP などの適用が考えられるが、本論文では枝刈り法 (*Branch and Bound Method*) の考え方と SLP 法

とを組み合わせた方法を用いることによりきわめて容易に最適解を求めることができた。この方法の詳細については文献2)にくわしく述べているが、その概要は次のとおりである。

すなわち、まず設計変数群： $X=[x_1, \dots, x_n]^T$ を整数型（離散型）の設計変数群： $X_I=[x_{I1}, x_{I2}, \dots, x_{Im}]^T$ と連続型の設計変数群： $X_C=[x_{C1}, x_{C2}, \dots, x_{Cn}]^T$ に分け、 X_I の整数条件なしでSLP法により最適解： $X_I^0=[x_{I1}^0, \dots, x_{Im}^0]^T$ 、 $X_C^0=[x_{C1}^0, \dots, x_{Cn}^0]^T$ を求める。次に X_I 群について他の設計変数の決定および目的関数に大きな影響を与える設計変数ほど先にBranch and Boundするものとし、まず設計変数(x_{I1})を選び、上で求めた最適解 x_{I1}^0 が整数値あるいは実行可能な離散値であるかどうか調べる。もしそうでなければ上で求めた x_{I1}^0 をはずし2つの整数値（離散値）を定め、それぞれの整数値（離散値）について($x_{I1}, \dots, x_{I1-1}, x_{I1+1}, \dots, x_{Im}$)の整数条件なしでSLP法により最適解を求め、目的関数の値が最小となる x_{I1} を決定する。このようにして決定した x_{I1} は、他の未知設計変数を決定する時には定数と考え設計変数群より消去する。このようにして逐次 X_I 群の変数の整数値を決定してゆけば最終的に X_I は整数値（離散値）のみとなり、きわめて能率的に整数型の最適解が得られることとなる。この最適設計法の概略的な流れ図を示すと図-3

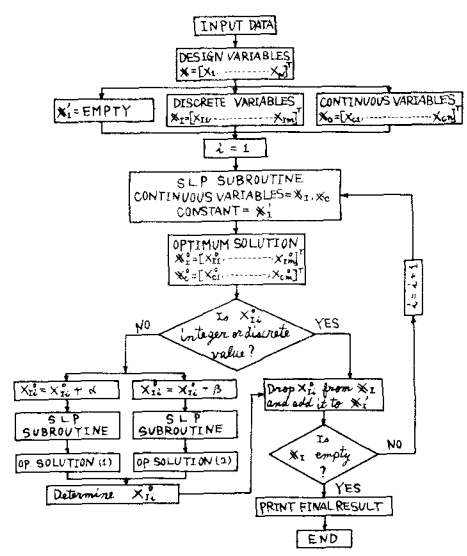


図-3 「枝刈り法」の概略的な流れ図

のごとくになる。桁高の大きいI型断面の設計においては腹板厚 x_6 の値が桁断面の製作費およびフランジや水平・垂直補剛材の寸法の決定に最も大きな影響を与え、腹板厚を可能なかぎり薄くするほうがフランジや補剛材の断面を小さくするよりも一般に経済的となることより、まず x_6 の整数値を決定し、次に x_2, x_6, x_8 の順序で整数値を決定した。

上にのべた方法により桁高1500mmの断面に関するI-RBM, I-SDIM, I-COSTの関係曲線を示すとそれぞれ図-4、図-5、図-6のごとくになる。図-4および図-6に示すI-RBM, I-COST関係式は一般に

$$\left. \begin{aligned} \text{RBM}(I) &= a \cdot I + b \\ \text{COST}(I) &= c \cdot I + d \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

として表わすことができる。ここに a, b, c, d は鋼種およびIによって定まる定数である。

このようにして導入したI-RBM関係曲線は、部材

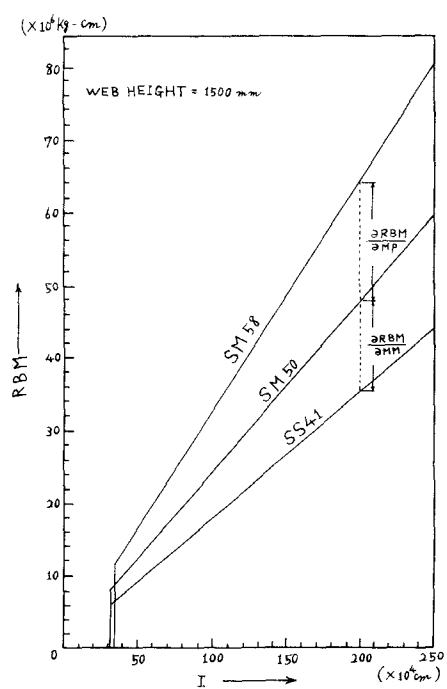


図-4 I-RBM関係曲線

要素の断面二次モーメントが I である場合、許容応力度のみならず断面の設計に考慮すべきすべての制約条件を満足し、かつ最も経済的な断面が抵抗し得る曲げモーメントの上限を与えるものである。したがって部材要素に作用する外力による最大曲げモーメントがここで得られた抵抗曲げモーメントより小さければ、その桁断面は部材に関するすべての制約条件を満足していることとなる。したがって、この I -RBM 関係曲線を断面に関する

すべての条件式群のかわりに用いることによって、桁断面に関する制約条件式を 1 個に集約させるとともに、桁断面に関する設計変数をも部材の断面二次モーメント I 1 個に集約させることができ、構造物全体の最適解をきめのと能率的に求めることが可能となった。

6. 材料選択変数の導入

5 で述べた桁断面の Suboptimization により得られた種々の鋼種の I -RBM, I -COST 関係曲線より、同一の I において鋼種のみが変化した場合の RBM および TCOST の変化量を知ることができる。この変化量は、もし鋼種を決定するための設計変数が存在するものとすれば、その設計変数が単位量変化した場合の影響値(影響係数)と考えることができるわけである。この考えに基づいて、本研究では各部材要素に使用する最適な鋼種 M を自動的に決定するため次のような「材料選択変数」を導入し、これを I や L と同様に独立変数として式 (3) および式 (4) において同時に考慮することにより最適な I , L および M を決定することができた。

この「材料選択変数」は、各部材要素に対して MP と MM の 2 種類より成り、MP は現在考慮している鋼種より強度の大きい鋼種を選択するためのもの、MM は現在考慮している鋼種より強度の小さな鋼種を選択するためのものである。本研究では SLP 法により最適解を求める過程での 1 計算サイクルにおいて変化し得る鋼種を最隣接のいずれかの鋼種のみとした。したがって MP, MM のとり得る大きさの限界は、

SS41 では $MP = +1$, $MM = 0$
 SM50 では $MP = +1$, $MM = +1$
 SM58 では $MP = 0$, $MM = +1$

となり、MP あるいは MM の値が 0.5 を越えたとき隣接の鋼種に変化させるものとした。

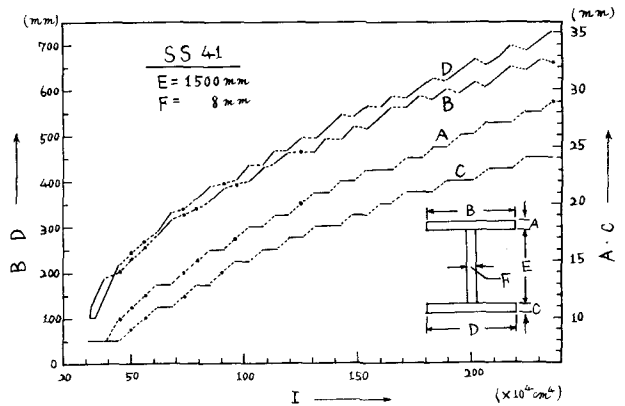


図 - 5 I - SDIM 関係曲線 (SS41)

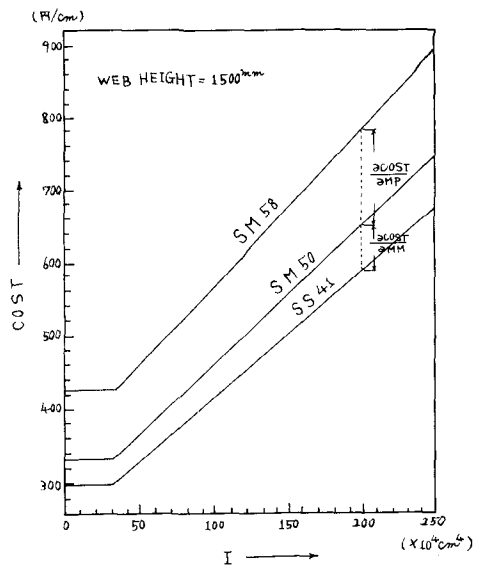


図 - 6 I - COST 関係曲線

7. 連続桁の状態変数および影響係数の算定

連続桁の状態変数（各部材要素に作用する最大曲げモーメントおよび最大たわみ）およびその影響係数は変位法により解き、それぞれの影響線の縦距は、各部材要素の n 等分点において求めた。

いま、 $\$m$: 部材剛性マトリックス

$\$d$: 格点剛性マトリックスのサブマトリックス

ID_d : 未知格点変位マトリックス = $\{D_d\}$

ID_m : 部材端変位マトリックス = $\{D_m\}$

A_{jm} : 外力による部材端力マトリックス = $\{A_{jm}\}$

A_d : 未知変位格点に作用する等価格点外力マトリックス = $\{A_d\}$

A_m : 未知部材端力マトリックス = $\{A_m\}$

とすると、 ID_d および A_m は次式より計算される。

$$\left. \begin{aligned} ID_d &= \$d^{-1} \cdot A_d \\ A_m &= A_{jm} + \$m \cdot ID_m \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

部材要素内の任意の点におけるたわみ ID および部材力 A は ID_d および A_m より容易に求めることができる。

また ID および A の設計変数 X に関する影響係数 $\partial ID / \partial X$ および $\partial A / \partial X$ は、次に示す ID_d および A_m の偏微係数 $\partial ID_d / \partial X$, $\partial A_m / \partial X$ を用いて計算することができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial ID_d}{\partial X} &= \frac{\partial \$d^{-1}}{\partial X} A_d + \$d^{-1} \frac{\partial A_d}{\partial X} \\ \frac{\partial A_m}{\partial X} &= \frac{\partial A_{jm}}{\partial X} + \frac{\partial \$m}{\partial X} ID_m + \$m \frac{\partial ID_m}{\partial X} \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} \text{ここに} \\ \frac{\partial \$d^{-1}}{\partial X} &= -\$d^{-1} \cdot \frac{\partial \$d}{\partial X} \cdot \$d^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、上式中の偏微係数は設計変数 X の性質によりそれぞれ要した計算式を用いなければならない。すなわち、設計変数 X として i 番目の部材要素の断面二次モーメント I_i を考える場合には、 I_i の変化による死荷重の変化を無視すれば $\partial A_d / \partial I_i$, $\partial A_{jm} / \partial I_i$ とも $= 0$ となり、式 (8) は

$$\frac{\partial ID_d}{\partial I_i} = \frac{\partial \$d^{-1}}{\partial I_i} A_d, \quad \frac{\partial A_m}{\partial I_i} = \frac{\partial \$m}{\partial I_i} ID_m + \$m \frac{\partial ID_m}{\partial I_i} \quad (9)$$

と簡単にすることができる。また上式中の $\partial \$m / \partial I_i$ は、

$$\frac{\partial \$m_i}{\partial I_i} = \begin{bmatrix} \frac{12E}{l_i^3} & \frac{6E}{l_i^2} & -\frac{12E}{l_i^3} & \frac{6E}{l_i^2} \\ \frac{6E}{l_i^2} & \frac{4E}{l_i} & -\frac{6E}{l_i^2} & \frac{2E}{l_i} \\ -\frac{12E}{l_i^3} & -\frac{6E}{l_i^2} & \frac{12E}{l_i^3} & -\frac{6E}{l_i^2} \\ \frac{6E}{l_i^2} & \frac{2E}{l_i} & -\frac{6E}{l_i^2} & \frac{4E}{l_i} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \$m_j}{\partial I_i} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

(j ≠ i)

となる。したがって $\partial \$d / \partial I_i$ は、着目している i 番目の部材要素に関する要素のみ上記の $\partial \$m_i / \partial I_i$ の各要素を有し他の要素はすべて 0 となるマトリックスとなる。

次に部材要素の i 番目の変化位置 l_i を設計変数と考える場合には、 i 番目および $i+1$ 番目の部材要素ともに影響を受け、部材剛性マトリックスの偏微係数は

$$\frac{\partial \Phi_{mi}}{\partial L_i} = \begin{bmatrix} -\frac{36EI_i}{l_i^4} & -\frac{12EI_i}{l_i^3} & \frac{36EI_i}{l_i^4} & -\frac{12EI_i}{l_i^3} \\ -\frac{12EI_i}{l_i^3} & -\frac{4EI_i}{l_i^3} & \frac{12EI_i}{l_i^3} & -\frac{2EI_i}{l_i^3} \\ \frac{36EI_i}{l_i^4} & \frac{12EI_i}{l_i^3} & -\frac{36EI_i}{l_i^4} & \frac{12EI_i}{l_i^3} \\ -\frac{12EI_i}{l_i^3} & -\frac{2EI_i}{l_i^3} & \frac{12EI_i}{l_i^3} & \frac{4EI_i}{l_i^3} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \Phi_{mi+1}}{\partial L_i} = \begin{bmatrix} \frac{36EI_{i+1}}{l_{i+1}^4} & \frac{12EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & -\frac{36EI_{i+1}}{l_{i+1}^4} & \frac{12EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} \\ \frac{12EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & \frac{4EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & -\frac{12EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & \frac{2EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} \\ -\frac{36EI_{i+1}}{l_{i+1}^4} & -\frac{12EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & \frac{36EI_{i+1}}{l_{i+1}^4} & -\frac{12EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} \\ \frac{12EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & \frac{2EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & -\frac{12EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & -\frac{4EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} \end{bmatrix} \quad (11)$$

ただし

$$\frac{\partial \Phi_{mi}}{\partial L_i} = \begin{bmatrix} 0 & & & 0 \\ & & & \\ & & & \\ 0 & & & 0 \end{bmatrix} \quad (j \neq i, i+1) \quad (12)$$

となる。したがって $\partial \Phi_{id}/\partial L_i$ は、 i および $i+1$ 番目の部材要素に関する要素のみ上記の各要素を有し、他の要素はすべて 0 となるマトリックスとなる。

また図-7に示す固定ばりの等価節点モーメントは

$$M_A = -P \xi_a \xi_b^2 l, \quad M_B = P \xi_a^2 \xi_b l \quad (13)$$

より計算される。したがって等価節点外力マトリックス A_d の影響係数 $\partial A_d/\partial L_i$ は、部材要素 i の曲げモーメントに対して

$$\frac{\partial M_{Ai}}{\partial L_i} = -P \xi_{a,i} \xi_{b,i}^2, \quad \frac{\partial M_{Bi}}{\partial L_i} = P \xi_{a,i}^2 \xi_{b,i} \quad (14)$$

部材要素 $i+1$ の曲げモーメントに対して

$$\frac{\partial M_{A,i+1}}{\partial L_i} = P \xi_{a,i+1} \xi_{b,i+1}^2, \quad \frac{\partial M_{B,i+1}}{\partial L_i} = -P \xi_{a,i+1}^2 \xi_{b,i+1} \quad (15)$$

の要素を有し、他の要素はすべて 0 となるマトリックスとなる。また外力による部材端力マトリックス A_{fm} の影響係数 $\partial A_{fm}/\partial L_i$ は、上記の $\partial M_A/\partial L_i$ および $\partial M_B/\partial L_i$ の符号が逆となる要素を有するマトリックスとなる。

ID_d および A_m の材料選振変数 (MP, MM) による影響係数: $\partial ID_d/\partial MP_i$, $\partial ID_d/\partial MM_i$, $\partial A_m/\partial MP_i$, $\partial A_m/\partial MM_i$ は、使用鋼種 M が変化しても EI あるいは l が変化しないことよりすべて 0 となる。また制約条件の上下限に対する影響係数は次のようにして求めることができる。

まず断面の最大捻矩曲げモーメントの I_i に対する影響係数は式 (5) の I-RBM 関係式により

$$\frac{\partial A_{i,allowable}}{\partial I_i} = a, \quad \frac{\partial A_{j,allowable}}{\partial I_i} = 0 \quad (j \neq i) \quad (16)$$

となる。設計変数 L_i の変化に対しては断面の最大捻矩曲げモーメントは変化せず

$$\frac{\partial A_{i,allowable}}{\partial L_i} = 0 \quad (\text{すべての } j \text{ に対して}) \quad (17)$$

となる。また材料選振変数に関しては図-4の I-RBM 関係曲線より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A_{i,allowable}}{\partial MP_i} &= RBM_{M+1}(I_i) - RBM_M(I_i) \\ \frac{\partial A_{j,allowable}}{\partial MP_i} &= 0 \quad (j \neq i) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

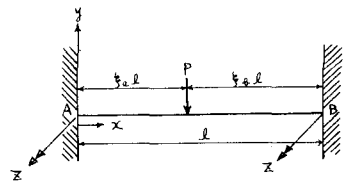


図-7 固定ばり

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A_i^{allowable}}{\partial MM_i} &= RBM_M(I_i) - RBM_{M+1}(I_i) \\ \frac{\partial A_i^{allowable}}{\partial MM_i} &= 0 \quad (j \neq i) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

となる。

桁の活荷重による最大許容たわみ量 $ID_{allowable}$ の影響係数に關しては、本研究では各支間における最大許容たわみ量は支間の長さに關係なく一定であると仮定しているので全設計変数に対して

$$\partial ID_{allowable} / \partial x = 0 \quad \text{となる。}$$

目的関数に対する各設計変数の影響係数 $\partial TCOST / \partial x$ は式(1)および I-COST 關係曲線より次のようにして求めることができる。ただし④および⑥で述べたように式(1)の第2項については別の方法で考慮しているので、ここでは第1項についてのみ考慮すればよい。

まず設計変数が I_i の場合には式(1)より

$$\frac{\partial TCOST}{\partial I_i} = C_i \times L_i \quad (20)$$

となる。また設計変数が L_i の場合には部材要素 i と $i+1$ との COST の差として次式より計算することができる。

$$\frac{\partial TCOST}{\partial L_i} = COST(I_i) - COST(I_{i+1}) \quad (21)$$

また目的関数の MP および MM に關する影響係数は、図-6 に示す I-COST 關係曲線より同一断面二次モーメントにおける各鋼種間の COST の差 $\times$ 部材要素の長さ (L_i) として求められる。

すなわち

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial TCOST}{\partial MP_i} &= \{ COST_{M+1}(I_i) - COST_M(I_i) \} \times L_i \\ \frac{\partial TCOST}{\partial MM_i} &= \{ COST_M(I_i) - COST_{M+1}(I_i) \} \times L_i \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

となる。

8. 制約条件式群および目的関数の形成

7 で求めた状態変数、目的関数およびそれぞれの影響係数を式(3)および(4)に代入し、最適な Δx を求めるための制約条件式群および目的関数をまとめると次のようになる。

すなわち制約条件式群として、部材断面積の曲げモーメントに關して

$$\left[\frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial A_{allowable}}{\partial x} \right] \cdot \{ \Delta x \} \leq \{ A_{allowable} - A \} \quad (23)$$

部材要素の最大変位に關して

$$\left[\frac{\partial ID}{\partial x} - \frac{\partial ID_{allowable}}{\partial x} \right] \cdot \{ \Delta x \} \leq \{ ID_{allowable} - ID \} \quad (24)$$

設計変数の変化量 Δx に關して

$$\{ -\xi x \} \leq \{ \Delta x \} \leq \{ \xi x \} \quad (25)$$

ここに、 ξ : Δx の変化量を制限する係数 (Move Limit)。

また目的関数として

$$Z = \left[\frac{\partial \text{TCOST}}{\partial X} \right] \cdot \{\Delta X\} \quad (26)$$

が得られ、シンプレックス法により目的関数を最大に減少させる ΔX を求め、 $X' = X + \Delta X$ として設計変数を改良するとともに、最適解に近づくにしたがい ΔX の大きさをも調整しながら計算をくり返し最適解に収斂させることができる。

9. 計算例

図-8に示す3径間連続橋に移動集中荷重: $P_d = 20 \text{ ton}$, 等分布活荷重: $Q_d = 2 \text{ ton/m}$ (P_d, Q_d ともに衝撃効果を含む) 等分布死荷重: $Q_d = 2 \text{ ton/m}$ が載荷するものとし、上記の理論により最適設計を行った結果を表-1および2に示す。これらの表において解Iは鋼種(M)をも設計変数として考慮した場合の最適解を示し、解IIは解Iの結果より最適鋼種を決定し、他の設計変数の修正を行った最適解を示すものである。

表-1は橋のための制約条件を考慮しない場合の結果である。解Iでの最適鋼種の選択はきわめて良好で、初期鋼種がどのようなものであれ、数回のくり返し計算で最適鋼種を決定している。しかし材料選択変数を連続型の設計変数として考慮しているため、表-1の第5列に示すごとく最適解においてもなお多少のプラス方向の鋼種(この例ではすべての部材要素に対してSM58)への変更を示唆しており、このための各部材要素の変曲げモーメントと最大捻曲げモーメントの比はすべて1に近い値ではあるがわずかに大きくなっている。そこで次に、解Iの結果より最適鋼種としてすべての部材要素にSM50を採用し、IおよびIIの修正を行なうと解IIを得、 $I_1 = I_2$, $I_3 = I_4$ となりすべての部

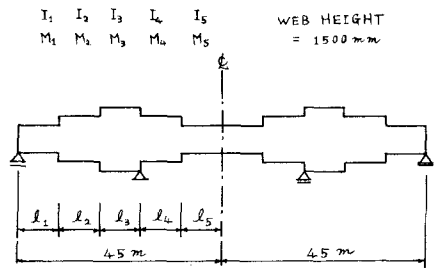


図-8 三径間連続橋

表-1 三径間連続橋の最適解
(たわみ制限なし)

		最 通 値	最適鋼種	BM/RBM	最適解における材料 選択変数の値	初 期 値	
解 I	I ₁	1647100 (cm ⁴)	SM50	1.038	+0.0866	2000000 (cm ⁴)	SS41
	L ₁	1022 (cm)				1000 (cm)	
	I ₂	1671890	SM50	1.023	+0.0449	2000000	SS41
	L ₂	2731				2000	
	I ₃	1851400	SM50	1.039	+0.0996	2000000	SS41
	L ₃	2892				3000	
	I ₄	1698670	SM50	1.130	+0.3617	2000000	SS41
	L ₄	3098				4000	
	I ₅	1328490	SM50	0.999	0.0	2000000	SS41
	L ₅	4500				4500	
	製 作 費		5122761 円			架台・溶接費	同一の断面にする 場合の費用の増加
解 II	I ₁	1706430 (cm ⁴)	SM50	1.003	0.0	(円)	(円)
	L ₁	1016 (cm)					
	I ₂	1706430	SM50	1.003	0.0	73162	254540
	L ₂	2797					
	I ₃	1949900	SM50	0.996	0.0		
	L ₃	2895					
	I ₄	1949900	SM50	0.996	0.0		
	L ₄	3118					
	I ₅	1299110	SM50	1.000	0.0	51186	336540
	L ₅	4500					
	製 作 費		5176328 円			最小製作費	5300676円

表 - 2 三 徑 向 連 統 析 の 最 適 解
($\delta_{allowable} = 6 \text{ cm}$)

		最 適 値	最適鋼種	BM/RBM	$\delta/\delta_{allowable}$	最適解における材 料選択変数の値	初 期 値	
I 解	I ₁	2007080 (cm ⁴)	SS41	1.039	0.834	+0.0953	2000000 (cm ⁴)	SS41
	L ₁	793 (cm)					1000 (cm)	
	I ₂	2314440	SS41	1.025	1.005	+0.0867	2000000	SS41
	L ₂	2482					2000	
	I ₃	2066080	SM50	0.912	0.318	-0.4080	2000000	SS41
	L ₃	2867					3000	
	I ₄	2084730	SM50	0.904	0.741	-0.4372	2000000	SS41
	L ₄	3814					4000	
	I ₅	2145370	SS41	0.930	1.003	0.0	2000000	SS41
	L ₅	4500					4500	
		制 作 費	5708184 円				突合せ溶接費	同一断面にする場 合の費用の増加
II 解	I ₁	2179600 (cm ⁴)	SS41	0.999	0.856	0.0	86252 ^(円)	55928 ^(円)
	L ₁	853 (cm)						
	I ₂	2369880	SS41	1.011	1.001	0.0		
	L ₂	2552						
	I ₃	2004110	SM50	0.931	0.258	0.0	89830	
	L ₃	2873						
	I ₄	2004110	SM50	0.931	0.679	0.0	89830	
	L ₄	3732						
	I ₅	2104060	SS41	0.940	1.004	0.0		
	L ₅	4500						
		制 作 費	5728390 円				最小製作費	5963978 円

材要素において BM/RBM=1.00 となっている。また最小製作費として 5176328 円を得た。この製作費は当然のことながら解 I の製作費よりわずかに 1.0% ではあるが高くなっている。また最適支間として 28.95 m, 32.10 m, 28.95 m を得た。

次に各部材要素間の突合せ溶接について検討を行ない表 - 1 の第 6, 7 列の結果を得た。この結果より解 II の断面構成が最終的な最適解となり最小製作費として 5300676 円を得た。

表 - 2 は表 - 1 の連続析に、さらに活荷重による各支間における析の最大許容たわみ量の絶対値を 6 cm に制限する条件を追加した場合の最適解を示すものである。この例では析のたわみ量の制限が支配的な制約条件となり、各部材要素に必要な断面二次モーメントは表 - 1 の最適解よりも大きくなっている。したがって最適鋼種も曲げモーメントの小さい範囲では SS41 で十分となっており、その大きな部分では SM50 を選択している。また最適解ではすべての支間における最大たわみ量が最大許容たわみ量と等しくなっており、最適支間長として 28.73 m, 32.54 m, 28.73 m を得た。実曲げモーメントと最大抵抗曲げモーメントの比は部材要素 1, 2 については 0.999 ~ 1.011, 部材要素 3 ~ 5 については 0.93 ~ 0.94 と応力的には多少余裕のある断面構成となっている。また最小製作費も 5728390 円と表 - 1 の最適解 (解 II) より 10.7% 増加している。次に各部材要素間の突合せ溶接費について検討すると表 - 2 の第 7, 8 列のごとくになり、この例では部材要素 1, 2 間の突合せ溶接費が 86252 円となるのに対し、1, 2 を同一断面にする場合の製作費の増加が 55928 円と安くなり、結局部材要素 1 を 2 と同一断面とし、他は解 II の断面を有する析が最終的な最適解となり、最小製作費として 5963978 円を得た。

また表 - 1 および表 - 2 の最適解における各部材要素 1 ~ 5 の断面寸法は、各鋼種の I-SDIM 関係曲線 (図 - 5 参照) よりただちに求められ表 - 3 に示す。

10. あとがき

本研究において、溶接鋼道路橋示方書の制約条件および鋼板厚を整数値とする制約条件のもとで、まずSLPおよび枝払い法を用いて曲げモーメントを受ける析要素のSuboptimizationを行ない、その結果得られるI-RBM, I-COST, I-SDIMの関係曲線を用いて設計変数、制約条件式を集約するとともにあらたに「材料選択変数」を導入し、SLP法により連続析の最適な断面寸法、支向のみならず使用鋼種をも決定する

表-3 各部材要素の断面寸法

(単位: mm)

部材要素	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	鋼種
1 桁	1	546	24	1500	8	587	SM50
	2	546	24	1500	8	587	SM50
	3	586	26	1500	8	651	SM50
	4	586	26	1500	8	651	SM50
	5	476	20	1500	8	497	SM50
2 桁	1	662	29	1500	8	703	SS41
	2	662	29	1500	8	703	SS41
	3	604	26	1500	8	642	SM50
	4	604	26	1500	8	642	SM50
	5	624	27	1500	8	669	SS41

る方法をのべ、三径間連続析に適用した結果を示した。この「材料選択変数」による最適材料の決定法は、本研究でとりあげた鋼連続析の例のように弾性係数が等しい同種の材料間の最適選択のみならず、弾性係数の異なる異種の材料間の最適選択の問題にも、材料相互間の弾性係数の比によって断面二次モーメントの大きさを修正することにより、まったく同様に適用することができものである。

また本研究の析断面のSuboptimizationにおいて、連続型および離散型の設計変数を有する最適設計問題を枝払い法およびSLP法により解き、技術的判断により離散型変数のBranch and Boundする順序を前もって決定することにより、きわめて容易に最適解を求めることができることを示した。また枝払い法は離散型変数のBranch and Boundする順序を前もって決定することが困難な最適問題においても、離散型変数の変域に関する条件を原問題に追加した2つの最適問題を作成し、それぞれの結果を比較しながらBranch and Boundを進めることにより、計算量の増加は避けられないが比較的容易に離散型の最適解を求めることができるものであり、離散型の設計変数を含むあらゆる最適問題のきわめて有効な解法と考えることができよう。

また本研究において最適解を求める過程で、断面二次モーメント(I)と断面変化位置(L)の1計算サイクルにおける変化量を制限するMove Limitの大きさを、必要な場合にはそれぞれ独立に変化させ得るようにプログラムを作成したが、この方法により最適解へより容易に収斂させることができた。ただし材料選択変数については上限を1.0とするのみでMove Limitは変化させなかった。このように1つの最適設計問題において性質の異なる設計変数群を同時に考慮しSLP法により最適解を求める場合には、各設計変数群に用いるMove Limitの大きさをそれぞれ独立に変化させ得るようにプログラムを作成することが望ましい。

ところで他の非線形問題の解法と同様、SLP法によって得られる最適解は局所的最適解であるので、全体的な最適解を能率よく得るためには初期値の決定がきわめて重要となる。このためには種々の条件に対する最適例をつみ重ね、その結果の集積(連続析としてのSuboptimization)を行なうことが大切であり、この結果を利用することにより、任意の設計条件に対する最適解の近似初期値を得、本研究でのべた方法により、さらに能率的に最適解を得ることができる。またこのようにして得られる連続析としてのSuboptimizationの諸関係式は、ある地域における構造物の全体的な最適計画をもより容易に行なうことを可能とするものである。

本論文の計算例では三径間連続桁の部材要素数(N)として 10 個の例を示した。実際に連続桁の最適設計を行なう立場からは、さらに数種の部材要素数について最適解を求め、その結果を比較することが必要となろう。しかしこの場合注意すべきことは、 N の違いによる美観の問題、製作の難易さ、溶接におけるひずみ直しの問題、架設の難易さなど、本研究で考慮しなかった種々の問題点を十分考慮すべきであり、単に数学的な立場からのみ判断して N の値を決定すべきではない。このような意味で本研究の方法により得られる最適解はあくまでも設計を行なう際の技術的判断のためのきりめとなる有力な資料として意義があるわけである。

参考文献

- 1) 奥村敬恵・大久保禎二: Suboptimization による鋼連続桁の最適設計, 土木学会論文報告集, 第215号, PP. 1-14, 1973年7月.
- 2) 大久保禎二・畠田隆司: 桁断面の最適設計法に関する研究, 土木学会中国四国支部第24回学術講演会概要集, PP. 29-32, 昭和47年5月.
- 3) 大久保禎二: トラス構造物の最適設計法に関する研究, 土木学会論文報告集, 第177号, PP. 9-19, 1970年5月.
- 4) Okubo, S.: Optimization of Trusses Using Suboptimization of Member, Transaction of JSCE, Vol. 2, Part 1, PP. 111-118, December 1970.
- 5) 古瀬大六: 数理計画法 I, 文立出版, PP. 211-222, 昭和46年.
- 6) Nicholson, T. A. J.: Optimization in Industry, Vol. 1, Longman, PP. 123-140, 1971.
- 7) Razani, R. and Goble, G. G.: Optimum Design of Constant-Depth Plate Girders, Proc. ASCE, Vol. 92, ST2, PP. 253-281, April 1966.
- 8) Goble, G. G. and Desautels, P. V.: Optimum Design of Mixed Steel Composite Girders, Proc. ASCE, Vol. 92, ST6, PP. 25-43, December 1966.
- 9) 日本道路協会: 溶接鋼道路橋示方書, 昭和39年5月(昭和43年5月増補).
- 10) 日本橋梁建設協会・鉄骨橋梁協会共編: 鋼道路橋原価計算表, 昭和46年度版.