

鉄筋コンクリート建造物の復元力特性の解析とその応用

早稲田大学 谷 資信 東海大学 永坂 具也

§1. まえがき

鉄筋コンクリート建築建造物の短期の設計においては、通常、長期荷重、短期荷重のいずれについても部材を弾性と仮定し、かつ、鉄筋の影響を無視して応力を算定し、それらを重ね合わせて部材の断面算定が行われる。その際、安全性の目安とされるのが許容応力度であるが、これを満足する部材の許容曲げ耐力は、今日、かなりの精度で計算することができ、計算規準等においてもこれが図表化されている。しかしながら、柱の場合、これはあくまでも存在する軸方向力が定まった上でのことであり、事実、柱の曲げ耐力はこの軸方向力の大小により著しく異なる。したがって、これを弾性計算によって算出し、短期の柱の設計を行うことには疑問がある。特に、壁、筋かい等を含む構面における柱には、地震時等において、水平力による軸方向力のばげしい変動があると考えられ、場合によっては危険側の設計となる恐れもある。このような問題を検討するには、水平力を受ける構造物の最大耐力時までの力と変位、変形との関係、すなわち復元力特性を追跡することが必要であり、その解析方法は水平力による部材の軸方向力の変動がその曲げ剛性に与える影響を考慮したものでなければならない。以上のような目的から、以下に曲げモーメントと軸方向力の複合効果を考慮し、かつ、鉄筋とコンクリートとの付着特性をも導入しうる鉄筋コンクリート骨組建造物の解析方法を紹介すると共に、これを用いてモデル架構の解析を行い、前述の柱の耐力、更には、構造物における部材の耐力のもつ意味等について考察する。

§2. 解析方法

端部に軸方向力、せん断力、モーメントの各増分力を受ける部材を図1に示すように材軸方向、および断面のせい方向に分割し、これより出来る各要素中の剛性は一樣にその要素の中央の剛性に等しいとする。その際、各分割断面の増分平均応力度 $\Delta\sigma_j$ と増分歪度 $\Delta\epsilon_j$ とを関係づける等価剛性(後述)が、その直前の歪度 ϵ_j により定まっているものとすれば、材軸方向任意の位置の断面の増分軸方向力、増分曲げモーメントは次式で与えられる。

$$\Delta N_j = \sum_{i=1}^m (E_{ij} \Delta \epsilon_{ij}) b \lambda_{ij} d = b d \left[\left\{ \sum_{i=1}^m E_{ij} \lambda_{ij} \right\} \Delta \epsilon_{oj} + \left\{ \sum_{i=1}^m E_{ij} \lambda_{ij} (\eta_{ij} - \eta_{oj}) \right\} \Delta \varphi_j \right]$$

$$\equiv b d (\rho_j \Delta \epsilon_{oj} + r_j \Delta \varphi_j) \quad (1)$$

$$\Delta M_j = \sum_{i=1}^m \left\{ (E_{ij} \Delta \epsilon_{ij}) b \lambda_{ij} d (\eta_{ij} - \eta_{oj}) d + E_{ij} (\Delta \varphi_j \cdot \frac{\lambda_{ij}}{2}) \cdot \frac{b \lambda_{ij} d^2}{6} \right\}$$

$$= b d^2 \left[\left\{ \sum_{i=1}^m E_{ij} (\eta_{ij} - \eta_{oj}) \lambda_{ij} \right\} \Delta \epsilon_{oj} + \left\{ \sum_{i=1}^m E_{ij} \left\{ (\eta_{ij} - \eta_{oj})^2 \lambda_{ij} + \frac{\lambda_{ij}^3}{12} \right\} \right\} \Delta \varphi_j \right]$$

$$\equiv b d^2 (r_j \Delta \epsilon_{oj} + q_j \Delta \varphi_j) \quad (2)$$

ここで、

$$\Delta \epsilon_{ij} = \Delta \varphi_j (\eta_{ij} - \eta_{oj}) + \Delta \epsilon_{oj}, \quad \beta_j \equiv \rho_j q_j - r_j^2$$

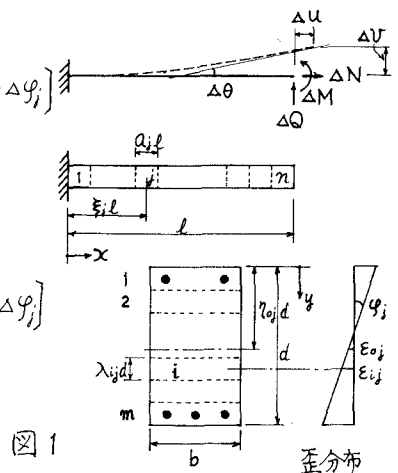


図1

歪分布

ただし、 ΔN_j : 材軸方向 j 領域の部材断面に働く増分軸方向力

ΔM_j : 増分曲げモーメント

$\Delta \varepsilon_{oj}$: 要素 j の増分歪度, E_{oj} : 要素 j の等価剛性

$\Delta \varphi_j$: 材軸方向 j 領域の部材断面の増分曲率

(断面のせい d により無次元化されている)

$\Delta \varepsilon_{oj}$: 材軸方向 j 領域の部材断面の図心位置の増分歪度

η_{oj} : 材軸方向 j 領域の部材断面の図心位置と断面の上縁

との距離(断面のせい d により無次元化されている)

その他の記号については図1参照。

$$\text{すなわち、} \Delta M_x = \Delta Q(l-x) + \Delta M = \Delta Q l(1-\xi) + \Delta M$$

以上より、図1に示す材端の変形 Δu 、 Δv 、 $\Delta \theta$ は次式で表わせる。

$$\begin{aligned} \Delta u &= \sum_{j=1}^n \Delta u_j = \sum_{j=1}^n \int_{(\xi_j-0.5a_j)l}^{(\xi_j+0.5a_j)l} \Delta \varepsilon_{oj}(l d \xi) \\ &= \sum_{j=1}^n \left[\frac{l}{bd} \cdot \frac{\eta_{oj}}{\beta_j} a_j - \frac{l^2}{bd^2} \cdot \frac{\eta_{oj}}{\beta_j} a_j (1-\xi_j) - \frac{l}{bd^2} \cdot \frac{\eta_{oj}}{\beta_j} a_j \right] \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta Q \\ \Delta M \end{bmatrix} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta v &= \sum_{j=1}^n \Delta v_j = \sum_{j=1}^n \int_{(\xi_j-0.5a_j)l}^{(\xi_j+0.5a_j)l} (\Delta \varphi_j / d) (1-\xi) l (l d \xi) \\ &= \sum_{j=1}^n \left[-\frac{l^2}{bd^2} \cdot \frac{\eta_{oj}}{\beta_j} a_j (1-\xi_j) - \frac{l^3}{bd^3} \cdot \frac{\eta_{oj}}{\beta_j} a_j \{ a_j (1-\xi_j)^2 + \frac{a_j^3}{12} \} - \frac{l^2}{bd^3} \cdot \frac{\eta_{oj}}{\beta_j} a_j (1-\xi_j) \right] \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta Q \\ \Delta M \end{bmatrix} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \theta &= \sum_{j=1}^n \Delta \theta_j = \sum_{j=1}^n \int_{(\xi_j-0.5a_j)l}^{(\xi_j+0.5a_j)l} (\Delta \varphi_j / d) (l d \xi) \\ &= \sum_{j=1}^n \left[-\frac{l}{bd^2} \cdot \frac{\eta_{oj}}{\beta_j} a_j - \frac{l^2}{bd^3} \cdot \frac{\eta_{oj}}{\beta_j} a_j (1-\xi_j) - \frac{l}{bd^3} \cdot \frac{\eta_{oj}}{\beta_j} a_j \right] \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta Q \\ \Delta M \end{bmatrix} \quad (5) \end{aligned}$$

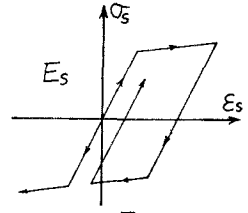


図2

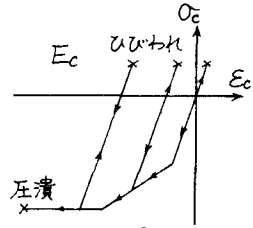


図3

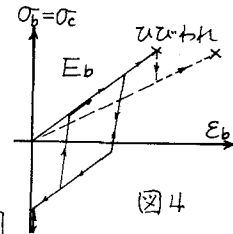


図4

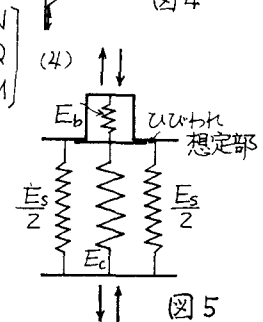


図5

したがって、増分材端変形 (Δu Δv $\Delta \theta$) と増分材端力 (ΔN ΔQ ΔM) とを結ぶ部材の柔性マトリックスが導かれたことになる。剛性マトリックスは、無論、この逆マトリックスである。このマトリックスにおいては、断面の図心に関する対称性が成立しない場合、軸方向力と曲げモーメントの相関性を示す位置の元は、一般に0とはならない。

尚、鉄筋とコンクリートの応力度 (σ) と歪度 (ε) との関係、および鉄筋とコンクリートの付着特性は図2～4に示すように仮定され、鉄筋を含む分割要素 (図1では1, m 断面) の剛性は鉄筋の剛性とコンクリートの剛性とが付着剛性を介して結びつけられる図5のような機構により定められるものとする。すなわち、鉄筋を含む分割断面の鉄筋の歪度 ($\Delta \varepsilon$) とその断面の等価応力度 ($\Delta \sigma$) とを結びつける等価剛性を E とすれば、次式が成立する。

$$E = E_s p_s + \frac{E_c E_b}{E_c + E_b} (1.0 - p_s)$$

ただし、 E_s 、 E_c は図2、3で決定される鉄筋、コンクリートのそれぞれ単独の剛性であり、 E_b は図4で決定される鉄筋とコンクリートとの付着剛性である。ここで、 E_b はコンクリートのひびわれ

発生以前では無限大とする。また、 α は要素中の鉄筋断面積の要素断面積に対する比である。

実際の付着特性は極めて複雑なものであるが、このように付着剛性を抽出することは将来の実験結果を導入する上にも簡便な方法であると考えられる。

次に、部材のある分割要素にコンクリートの破壊（ひびわれ、あるいは圧潰）の生じた際の処理手順を追って述べると以下になる。

1. 破壊を生じた要素のコンクリートの負担力を0とし、これを含む断面の応力を破壊直前の歪分布が保持されるような耐力に低下させる。
2. 破壊を生じた要素を含む部材の材端力を破壊後の部材の新たな剛性分布にしたがい、破壊直前の材端変位が保持されるように変動させて、部材に新たな変形性状を形成する。
3. 前段階で得られた新たな材端力と破壊直前の材端力との差を構造における不平衡力として、破壊部材の結ばれる両端の節点に破壊後の構造剛性にしたがい解除する。

上記の不平衡材端力を $\Delta \bar{N}$, $\Delta \bar{Q}$, $\Delta \bar{M}$ とすれば、これは次のようにして得られる。すなわち、段階1によって失われる断面の軸方向力、曲げモーメントを N_k , M_k とすれば、新たに生ずる増分曲率 $\Delta \phi_k$, 図心位置の増分歪度 $\Delta \epsilon_{0k}$ は、(1), (2)式に $\Delta N = \Delta \bar{N} + N_k$, $\Delta M = \Delta \bar{M} + M_k$ を代入して得られ、これより生ずる材端変位も先に(3)~(5)式を導いたのと同様の手順で得られ、次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = [F] \begin{bmatrix} \Delta \bar{N} \\ \Delta \bar{Q} \\ \Delta \bar{M} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta v_k \\ \Delta \theta_k \end{bmatrix}$$

ここで、 $[F]$ は前述の柔性マトリックスと全く同じ形式で、破壊後の柔性に基づくものであり、 Δu_k , Δv_k , $\Delta \theta_k$ は破壊によって失われた応力により生ずる変形に相当する。尚、 N_k , M_k は破壊要素を含む断面については、当然ながら、0とする。

さて、上式の左辺は段階2によって材端変位が変動しないことから0でなければならない。したがって、不平衡力 $\Delta \bar{N}$, $\Delta \bar{Q}$, $\Delta \bar{M}$ は破壊によって生ずる材端変位を拘束するものとして得られることを意味する。

§3. 解析方法の検討

本解析方法を水平力を受ける1層1スパンの鉄筋コンクリート筋連付ラーメン模型に適用し、得られた結果を実験結果と比較してその妥当性を考察する。

一方向単調加力時については、

柱頭に加えられる鉛直荷重 N の大小に依らず、解析結果は実験結果をよく捉えているといえる。また、繰返し加力時には、単調加力時に比し、両者にはかなりの相違がみられるが、本解析結果は鉄筋コンクリート構造物の復元力特性の特徴、すなわち、繰返し加力時にみられる硬化バネ型の特徴を従来

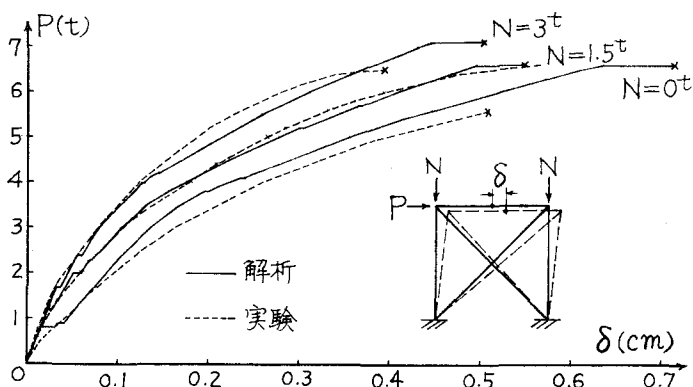


図 6

なく良く表現している。

なお、本解析例において与えられた断面の分割数は、すべての部材について4コである。一方、材軸方向の分割数は柱、はりについては9コ、筋違の交叉点に節点を設けて得られる4つの筋違についてはいずれも5コである。また、コンクリート、鉄筋の σ - ϵ 関係は材料実験より得られた結果を図2, 3にしたがって忠実にモデル化したものを用い、付着特性について

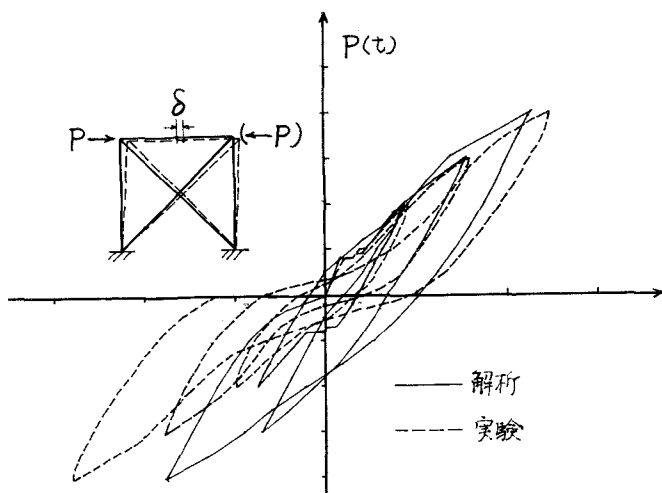


図 7

は図4における小さい方の剛性を E_c の $1/50$ 、大きい方の剛性を E_c の5倍とした。

§4. モデル架構の解析

本解析で用いられたモデル架構は図8に示すA, B 2つの6層3スパン架構である。B型は連層壁タイプで柱の軸方向力の変動が大きいものとして想定されたものである。

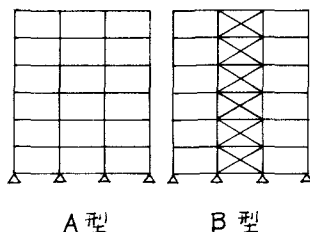


図 8

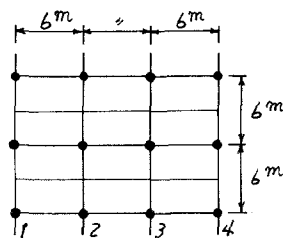


図 9

本架構の各部材は図9に示すような均等スパンの平面を有する架構の

1構面を取り出したものとして建築学会の鉄筋コンクリート構造計算規準に準拠して算定した。また、本解析では、はりは弾塑性域を通じて一定の有効幅を有する丁型ばりとされた。架構に作用する荷重の概略は図10に示されている。その際、長期鉛直荷重は水平加力前に加えられた。そのうち、直交方向のはりより伝えられる鉛直荷重はそのはりの接続する節点に節点力として加えられ、構面内のはりにかかる鉛直荷重は等分布荷重として各はりに等しく加えられた。一方、水平力は、各層について等分布する増分力として加えられた。

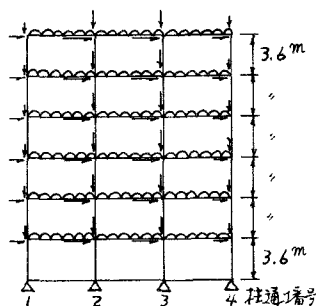


図 10

解析により得られた荷重-変位曲線を層に加わる水平力とR階中央スパンのはり中央点の水平変位との関係として図11に示す。筋違を配置することによる耐力の増加は明きくであるが、引抜き力に対する反力を期待できないとして、その引抜き力を生じた時点をもって構造耐力しみなせば、筋かいを有する架構の耐力はベースシアでわずかに153 $\times$ 10³kgで純ラーメン架構であるAの耐力165.6 $\times$ 10³kgにも劣り、その際の変形能力たるやA型に比しずっと小さい。また、引抜き力に対する反力を仮定しても耐震要素の耐力に相当する圧縮筋かいの圧壊が生じることはなく、柱、あるいは、はりの曲げ破壊によって構造耐力が定まる。これらのことは耐震要素を配置することによって、通常、耐力の増大を

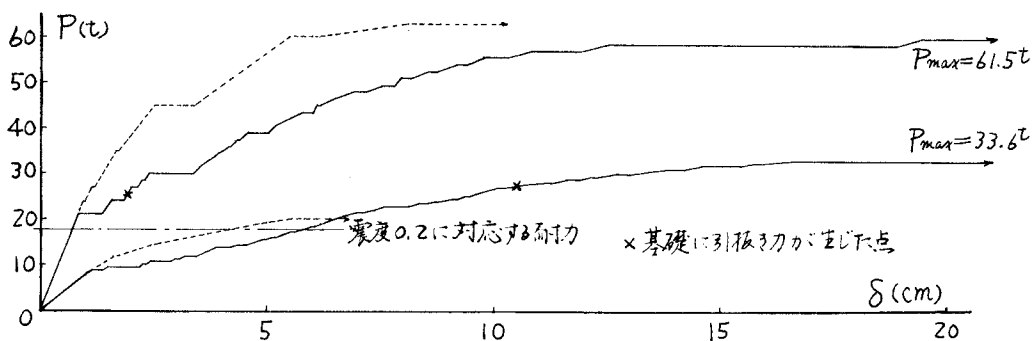


図 11

見込まれ、主体構造である柱、はりの破壊は耐震要素の破壊後と考慮されることから極めて重要である。すなわち、耐震要素の配置によって耐力を増大させるには、引抜き力の発生をなるべく遅らせ、かつ、柱、はりの破壊を抑えるものにする必要がある。

尚、図 11 中の点線は曲げモーメントと軸方向力の複合効果を考慮しない解析によって得た結果を参考までに示したものである。複合効果を無視すると剛性低下が著しく遅れることが明らかである。

次に柱の軸方向力について考察する。

表 1 は震度 0.2 の耐力時、基礎の引抜き力発生時、および最大耐力時について、弾性を仮定した際に得られる A 型架構 1 層の柱の軸方向力を本解析によって得られる軸方向力に対する比の値として示したものである。また、表 2 は B 型架構の同様の値を基礎の引抜き力発生時と最大耐力時について示したものである。

表 1

柱通し番号	$P_{0.2}$	P_p	P_{max}
1	0.94	1.03	0.61
2	1.01	0.98	0.96
3	0.98	0.98	1.00
4	1.02	0.94	1.02

表 2

柱通し番号	P_p	P_{max}
1	0.99	4.32
2	1.78	1.64
3	1.02	1.34
4	1.02	0.88

$P_{0.2}$: 震度 0.2 の耐力時, P_p : 引抜き力発生時, P_{max} : 最大耐力時

これらの表より、弾塑性解析によって得られる柱軸方向力は、A 型架構のように耐震要素である筋かいを有しない場合には弾性を仮定して得られたものと大差ない結果を与えるが、連層筋かいを有する B 型架構になると、両者の値が著しく異なる結果を与えることになる。

一方、図 11 に示されているように、震度 0.2 を基準に考えれば A、B いずれの架構も大きな耐力上の余裕を有することになるが、実際には震度 0.2 以上の耐力において部材に曲げ破壊を生じ、最近の設計で推奨されるように、部材のせん断耐力を高めることにより曲げ降伏、曲げ破壊を先行させようとの思想からすれば、これらの表から推測されるように、曲げ破壊が先行することにはならない場合も考えられる。

また、図 12 は弾塑性域における応力の再分布がどの程度行われるかを判定する目的で、A 型架構について各層の柱の横力分布係数を図 2 における 2 通り柱の分担力を 1 として示したものである。この図より、弾性時から引抜き力発生時までに至る各柱の横力分担にはかなりの変動がみられる。特に、最下層、最上層、および 3 層の柱にはそれが著しい。他方、図 13 は同様の目的から、弾性時、

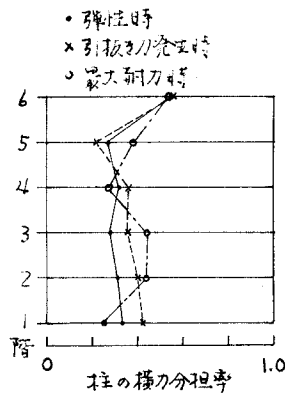


図 12

引抜き力発生時、最大耐力発生時において、各層の柱の分担する横力の総計とその層にかかる横力に対する比率で示したもので、最上層を除き、弾性時からの変動は少なからずあることが示されている。

これらの二つの図から、弾塑性域における応力の変動、再分布は相当地に大きいことが推察され、弾塑性域の特性のみから構造の耐力、部材の応力を判定することは困難であり、危険でもある。

なお、本論文では、水平力を一方向に単調加力する場合のみのモデル架構の解析を行ったが、部材にコンクリートのひびわれ、左潰等の破壊を生じると、単調加力といえども、応力の増減があり、それによる剛性の変化を考慮する必要から、計算プログラム上は繰返し加力の場合と同様の考慮をしている。また、本解析における計算には、すべて、東京大学大型計算機センターのHITAC 8800/8870システムを用いた。

§5. 結論

繰返し加力を受ける鉄筋コンクリート構造物の復元力特性を追跡する解析方法を展開し、これを用いて実大モデル架構の解析をなし、次のような結論を得た。

1. 本論文で述べたような方法で、曲げモーメントと軸方向力の複合効果、および付着特性を解析に採り入れることにより、水平力を受ける構造物の剛性変化、耐力、変位等を実際のものにかなり忠実に追跡することができ、この複合効果を考慮しないと、剛性低下の判定が著しく遅れることになる。
2. 柱の引抜き力を生じるまでを構造物の耐力と仮定すると、筋かい、壁等の耐震要素の配置の仕方によっては、それを用いても耐力はあまり増大しない。
3. 筋かいを配置しても、構造物中では、その耐力まで発揮されることはなく、柱、はりの破壊が先行する場合が多いと考えられる。
4. 柱の軸方向力を弾塑性解析によって正しく評価しないと、曲げ耐力判定の上で危険になることがある。
5. 部材の降伏、破壊により、各部材の応力分担の弾塑性域にわたる変動は相当、はげしいと考えられる。

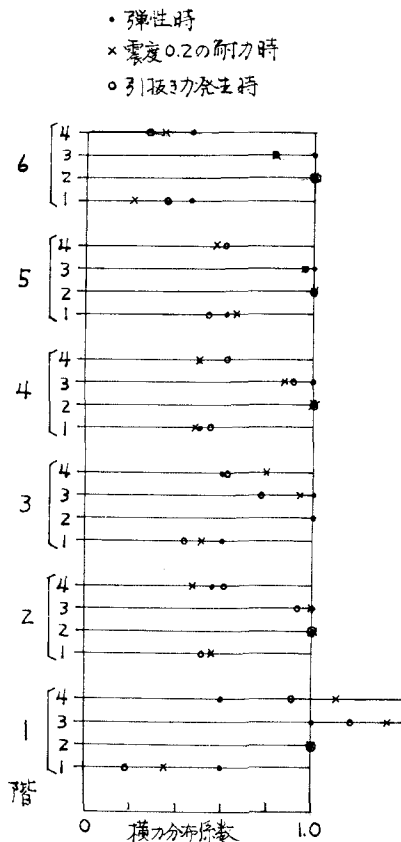


図 13