

土構造物の振動特性に関する二、三の考察

竹中工務店技術研究所 ○小島 正敏 広松 猛

1. はじめに

震災時等においては土構造物の果たす役わりは大きく、それは公衆的なものが多いだけにきわめて重要であり、その地震時における挙動は大変注目される。土構造物には、たとえば避難路、救援活動のための輸送路、通信設備および水を確保するためのため池、上水設備等がある。それゆえ、これらの耐震設計は十分考えておく必要があり、あらゆる方向から解析・検討がなされなければならない。

耐震設計にあたっては、電子計算機による複雑な計算が行なわれる。しかし、それには多大な費用と労力がかかる。そこで、実情との適合は別問題としても、設計以前の一つのチェック方法として略算的に固有周期を知ることができれば設計にあたってはより効果的であろう。

本論文では、以上のことに鑑み、鉄道、道路の堤体およびアースダム等の土構造物の形状比の違いによる固有周期の差違に注目しながら、地震応答に重要な意味をもつ固有周期を算定する一つの略算式を提案している。又、形状比の違いにより刺激係数のうつりかわり等の二、三の興味ある結果が得られた。

2. 解析過程とモデル化

一般に断面形状が二等辺三角形の土構造物をせん断振動と仮定すれば、その1次固有周期は、松村博士等の研究により、せん断振動解(1)式が導びかれている。

$$T_1 = 2.61 \sqrt{\frac{\rho}{G}} \cdot H \quad (1)$$

ここで

T_1 : 1次固有周期, G : 剛性係数
 ρ : 単位体積当り質量, H : 堤体の高さ

本論文では、その断面が二等辺三角形であるような土構造物の動的解析を行なうことにより、(1)式を参考にしながら特に高次振動にわたる固有周期および、刺激係数の変化について考察した。

解析にあたっての仮定を列挙すると、

- 1) 解析対象物である土構造物は、二等辺三角形の断面であるとする。
- 2) その土構造は、すべて均質な弾性体とする。
- 3) 解析は、F. E. M. による平面歪問題とする。
- 4) アースダムは、貯水所における水圧、および自重は考慮しない。
- 5) 慣性力は、水平方向のみに働くとし、したがって水平方向の振動解析を行なう。

解析モデルを設定するにあたっては、図-1に示すように、高さを H 、底部の巾を B として、形状比($\lambda = B/H$)は無次元化した。

解析は、形状比(λ)が1から10までの10種類について行なった。

3. 固有周期に対する各種諸定数の影響

3-1. せん断伝波速度 (V_s) と固有周期 (T) の関係

一般に、土のせん断振動における固有周期 (T) は、せん断伝波速度 (V_s) によって決定される。せん断振動はたて波伝波速度 (V_p) による影響はなく、 V_s のみの問題になる。そこで V_s と V_p とポアソン比 (ν) の関係を示した図-2をみると、 ν が $0.1 \leq \nu \leq 0.45$ の範囲では、 V_p の変化に比較して V_s はほとんど変化がみられない。したがって、土構造物の水平方向の水平振動を論ずる場合は、ポアソン比 (ν) の固有周期 (T) に与える影響はほとんどないと考えられる。

また、形状比 (λ) を一定 ($\lambda = 2$) にした場合の解析結果を図-3に示すが、これは、 V_s と T の関係を示したものである。この図をみると、理論的にも明らかなことであるが、形状比 (λ) が一定の土構造物においては、せん断伝波速度 (V_s) と固有周期 (T) は反比例するという関係がなりたっている。すなわち、

$$T \propto V_s^{-1} \quad (2)$$

ここで

T ; 形状比一定の土構造物の固有周期

V_s ; せん断伝波速度

3-2 堤体の高さ (H) と固有周期 (T) の関係

形状比のある土構造物の質量は(3)式より明らかな如く、高さの2乗に比例している。図-4(1),(2)は、形状比が一定 ($\lambda = 2$) で(1),(2)の比が $H_2/H_1 = 2$, $B_2/B_1 = 2$ の図である。

$$A_1 = \frac{B_1}{2} \cdot H_1$$

$$A_2 = \frac{B_2}{2} \cdot H_2 = \frac{B_1 \cdot H_1}{2} \cdot 2^2$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{H_2}{H_1} \right)^2$$

ここで

$$\frac{A_2}{A_1} ; (1), (2) \text{ の面積比}$$

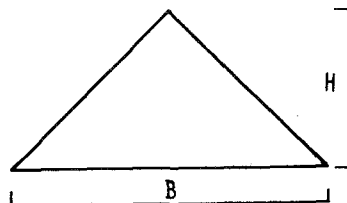


図-1 解析モデルの形状

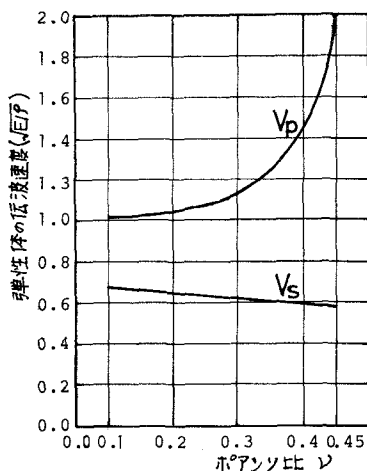


図-2 ポアソン比とたて波の速度 V_p と横波の速度 V_s の関係

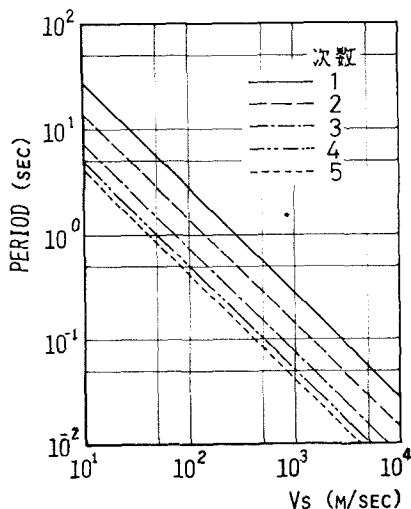


図-3 形状比一定にした時のせん断伝波速度 (V_s) と固有周期 (T) の関係

$H = 1 \text{ m}$ を基準にすると、

$$A \propto H^2 \quad (3)$$

また、マトリクスの固有値計算においては(4)式の関係がある。

$$\omega^2 = \frac{\{u\}^T [K] \{u\}}{\{u\}^T [M] \{u\}} \quad (4)$$

ここで

ω ; 固有円振動数

$\{u\}$; 固有ベクトル

$[K]$; 剛性マトリクス

$[M]$ 質量マトリクス

すなわち、

$$\omega^2 \propto [M]^{-1} \quad (5)$$

しかるに、 $M \propto H^2$ であるから(5)式は(3)式により、

$$\omega^2 \propto H^{-2}$$

したがって、

$$T \propto H \quad (6)$$

という関係になる。

(6)式により、形状比のある土構造物の固有周期は、その高さに比例していることが証明された。

以上 3-1, 3-2 を総合すれば断面が二等辺三角形の形状をもつ土構造物の固有周期も(7)式のように予想される。

$$T_i = A_i \frac{H}{V_s} \quad (7)$$

ここで

T_i ; i 次の固有周期

A_i ; i 次の補正係数

3-3. 形状比(λ)と固有周期(T)の関係

次に、図-4は形状比(λ)と固有周期(T)について示した図であるが、この図をみると λ による T の差違はあまりに認められるが、これには規則性は認められず、簡単な関数として表現することは不可能であろう。そこで $\lambda = 2$ を基準として、1 から10までの各 λ の i 次固有周期 T_i の変化率を図-6に示した。これにより、 λ による T の変化率、すなわち(7)式でいう i 次での補正係数 A_i を知る

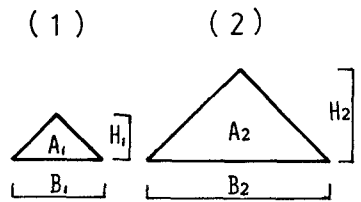


図-4 形状比が一定で(1),(2)の比が1:2の図

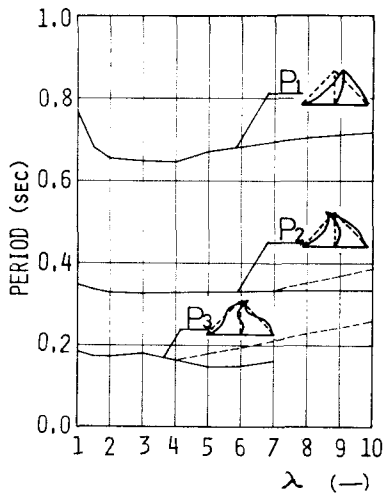


図-5 形状比と固有周期の関係

ことができる。

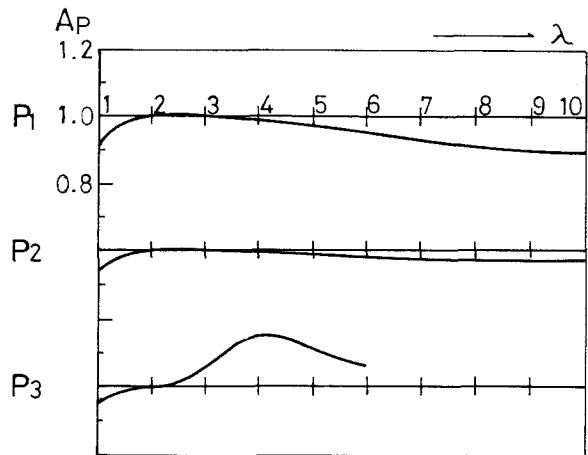


図-6 各振動パターンにおいて $\lambda=2$ を基準とした λ が1から10までの固有周期の変化率。(振動パターンの λ による補正係数)

4. 振動次数と振動パターン

先に示した図-5をみると、 λ が大きくなるにつれて高次振動においては、振動次数と振動形との間には一対一の対応は認め難い。これは本解析手法が、2次元の自由度をもつために発生する現象のためであり、一概に振動次数によって振動形を想定することができないことを物語っている。そこで本論文では、これらの振動形を“振動パターン”と呼称することにより、振動次数にかわる新しいパラメータとして高次振動問題に考察を加えることにする。

ここで図-5における P_1 は、せん断振動の1次モードを示す振動形でありこれを振動パターン1、 P_2 は同じく2次モードを示す振動形で振動パターン2、 P_3 も同じく3次モードを示す振動形で振動パターン3とした。この図からみえらかなように、 P_1 においては λ が大きくなっても枝わかれの現象がおきてはいないが、 P_2 は $\lambda=7$ から P_3 は $\lambda=4$ から枝わかれの現象がおきている。これは、 λ が小さい時点では、振動次数と振動パターンは一致しているが、 λ が大きくなるにしたがって枝わかれの現象がおきている。かつ高次になったにつれて振動次数と振動パターンが一致し難くなり、このような枝わかれの現象がおきていることがいえる。

表-1 振動パターンの係数

P	KP
1	2.834
2	1.411
3	0.747
4	0.496
5	0.405

5. 固有周期略算式の提案

以上のことを総合すると、固有周期算定のための略算式を提案できる。

$$T_p = K_p \cdot A_p \cdot \sqrt{\frac{\rho}{G}} \cdot H \quad (8)$$

ここで

T_p ; 振動パターンの固有周期
 K_p ; の定数 (表-1)
 A_p ; の入による補正係数
 ρ ; 土構造物の単位質量 (図-6)
 G ; の剛性係数
 H ; の高さ

$$\left(\sqrt{\frac{\rho}{G}} = V_s^{-1} \right)$$

5. 形状比と堤頂における刺激係数

図-7は、横軸に高次周期に対する1次周期の周期比率、たて軸に堤体頂部における刺激係数をプロットしたものを $\lambda = 1$ から10まで書いた図である。

この図を見ると、形状比 (λ) が違うことによって各振動パターンの周期比率 (T_1 / T_n) が異なっていることがわかる。つぎに4章でも述べたように、振動パターン2 (P_2) は λ が7から、振動パターン3 (P_3) は λ が4からそれぞれ枝わかれていることがわかる。この現象は、高次振動においては形状比が小さい時点でもおこるであろうと考えられる。

このことは、耐震設計にあたっては高次の振動性状でも考慮に入れる必要があることを示していると考えられる。

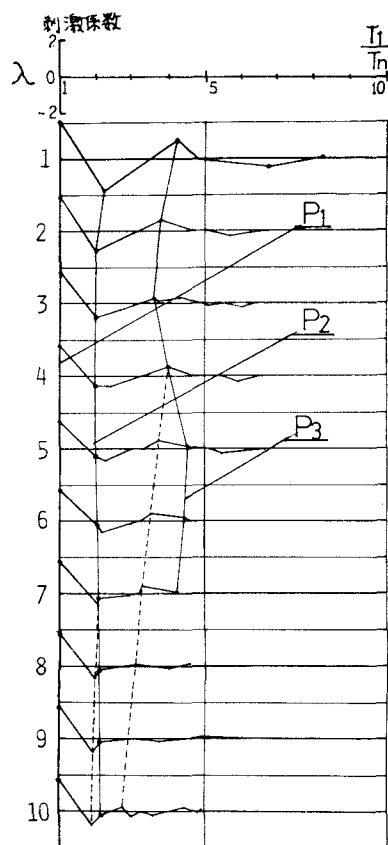


図-7 高次周期に対する1次周期の周期比率と堤体頂部における刺激係数の関係 ($\lambda = 1 \sim 10$)

6. まとめ

以上述べてきたことを結論すると、

- 1). 形状比の異なる堤体等の土構造物における固有周期は、形状比の違いによってかなりの差違が認められた。
- 2). 形状比の異なることにより、振動パターンと堤体の頂部における刺激係数との間に、高次振動にいたるにつれて、枝分れの現象が認められた。
- 3). このような土構造物を解析するうえで、解析手法によっては、特に高次振動においては一概に、振動次数によって振動形を規定することができないといえる。
- 4). 形状比をもつ土構造物の固有周期は、せん断伝波速度と高文、振動形のパターンによる係数、および形状比による補正係数を用いた一般式とすることができるといえる。

土構造物の震災時にはたす役わりは、それが安全であることがあくまでも大前提となる。そこで耐震設計においてはあらゆる手法をとるべきである。しかしながら耐震解析の経済性、また設計時間の短縮等により、理想的な妥協点を探索するのはきわめて困難であることが現状であろう。その意味においても、本論文で述べた汎用的な解析手法による設計アプローチの存在を確信している。本研究で

判明した成果の一つとして、土木構造物の耐震設計は高次振動までの固有値を知る必要があげられ、また耐震設計にあたっては、その振動パターンとの関係により、入力地震波の周期特性を十分考慮に入れたアプローチが望まよう。

参考文献

- 1). 土木学会編 : 地震応答解析と実例 .
- 2). 岡本 舜三 : 地震力を考えた構造物設計法 , オーム社
- 3). 岡本 舜三 : 建設技術者のための振動学 , オーム社
- 4). 田治見 宏 : 建築振動学 , コロナ社
- 5). 武蔵 清 : 構造物の動的解析 , 丸善
- 6). 土木学会
関東支部編 : 土木構造物の新しい設計法
- 7). RAY W.CLOUGH : EARTHQUAKE STRESS ANALYSIS IN EARTH DAMS