

コンクリート構造物部材断面の破壊の安全度に因する一考察

国鉄 構造物設計事務所 宮田尚彦

1. 緒言

構造物は、安全かつ経済的にその目的に適合するように設計されなければならないことは勿論であるが、経済的であることにとらわれて 構造物の目的に適合しないものや、所要の安全度をもたない構造物をつくることはならない。また、構造物の設計方法は、構造物または部材が工事中および使用期間中に受ける荷重作用により、過度な変形、異常な変位、有害な亀裂を生じて使用に適さない状態となるか、あるいは破壊等を生じて使用不可能となることに対し、十分安全であることを保証するものでなければならぬ。したがって、構造物の使用に適さない状態となるか、使用不可能となることに対する安全にについては、適切な設計方法を用いて安全度を検討する必要があると思われる。

以下に コンクリート構造物部材断面の破壊の安全度の基本概念と、耐用命数期間中に構造物が受ける組合せられた状態の荷重、あるいは荷重作用に対する部材断面の破壊の安全度について考察することとした。

2. コンクリート部材断面の破壊の安全度の基本概念

コンクリート部材断面の破壊の安全度の基本概念は 一般に下記のようにならされている。
すなわち、その断面に作用する荷重作用(構造物または部材に力を生ぜしめるすべての作用)をベクトル S で、その成分を $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ で表わし、部材断面の強度(材料強度、構造物強度)をベクトル R で、その成分を $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ で表わせば、荷重作用および部材断面の強度の確率密度函数はそれぞれ $f_s(s_1, s_2, s_3, \dots, s_n)$, $f_R(r_1, r_2, r_3, \dots, r_n)$ となる。この場合、 s と R が統計的に互いに独立ならば 部材断面の破壊の確率 P_f は

$$P_f = \int_{s_n} f_s(s_1, s_2, \dots, s_n) F_R(r_1, r_2, r_3, \dots, r_n) ds_1 ds_2 ds_3 \dots ds_n \dots \dots (2.1)$$

と表わされる。

ここで表わされる部材断面の破壊の確率 P_f は、本来避けることのできなない統計的確率を定義するものであり、いわゆる客観的な不明の量を表わすためのものである。

しかしながら、実際に構造物を設計・施工する場合には、表-1の如き諸要因から、その調査計画、設計計算、施工の各段階に応じて考えられ、前者に対して これは いわば主観的な不明の量を表わすものと考えられる。この主観的な不明量と確率として取扱ひ、信頼性に基づく設計法を行なおうとする Ang, および Amin による拡張された信頼性理論もある。⁽¹⁾⁽²⁾

また、土木構造物を建設することにより、それを必要とする地域社会の開発あるいは発展を促進するなど、社会活動の新しい端を造り出すことにもなるために、この意味において土木構造物の安全度の値も決定することは、つまりその地域社会の活動を評価する度合を決める事にもなる。したがって、この安全度の値として は地域社会の活動の程度、経済的能力、将来に亘る発展の可能性などを考慮に入れて定められなければならないので、経験的な判断をもとにせざるを得ない事情もある。

上記安全度の概念を基礎として 鉄筋コンクリートの部材断面の安全度の値を評価する際には、
1) Ang, H. S. and Amin, M. "Safety factor and probability in structural Design." Proc. Struct. Division ASCE July, 1969.
2) Ang, H. S. and Amin, M. "Reliability of structures and structural systems." Proc. of Mech. Division ASCE April, 1968.

に用いられる構造物の目的に適合するようにそれぞれ7つのような状態と対応に入れなければならないと思われる。

構造物、またはその構造物部材がある特定の状態に達したとき、それが設計上その目的に適さなくなるか、目的を達成することと不可能となるような状態は、今日、限界状態(états limites あるいは limit states)と一般に呼ばれている。この限界状態には、正常な使用と耐久性とに用いる条件を満足できなくなり、使用に適さなくなる使用限界状態(états limites d'utilisation あるいは

serviceability limit states)と、最大耐荷力に相応した条件の満足できなくなり使用不可能となる終局限界状態(états limites ultime あるいは ultimate limit states)との2つに大別される。

使用限界状態には 構造物の正常な条件にたいして変位、変形または振動が過大となる状態、ひびわれが過大となり、構造物の外観を害し、この鋼材の腐食が進行する状態などが考えられる。

また、終局限界状態には 外的な荷重作用が予期した値以上に過大となるか、材料に欠陥が生ずるかして断面が破壊する状態、鋼材の定着部の破壊する状態、変形、動揺、振動などによつて構造物または部材の安定が失われる状態、所定の降り返しによつてコンクリートまたは鋼材の疲労破壊が生ずる状態などがある。

したがって、コンクリート構造物、あるいは部材の設計計算と対応に入れなければならない限界状態としては 強度の条件としての終局限界状態、変形、耐久性の条件としての使用限界状態があり、構造物がこれらの限界状態を越えた場合には、社会のうける被害の程度、心理的效果などがそれぞれ異なるために、これらの限界状態に応じた材料強度、所重作用の特性値とそれぞれ定まることを必要になる。

3. 組合せ所重と所重作用³⁾

n 個の互に独立な所重が組合せられた一般的な所重状態における 構造物の部材断面の破壊の安全度は つぎの条件が満足される場合に定義されると考える。

$$S^* = \gamma_0 S (\gamma_{a1} z_1, \gamma_{a2} z_2, \dots, \gamma_{an} z_n) \in \Omega_R (\gamma_1^*, \gamma_2^*, \gamma_3^*, \dots, \gamma_n^*) \quad \dots (3.1)$$

- こゝに、 S^* : 計算用所重作用のベクトル, γ_0 : 所重作用係数,
 z_n : 所重,
 γ_{an} : 所重 z_n に対する係数
 Ω_R : 計算用部材強度により表わされる領域, γ_n^* : 計算用部材強度

一般に 領域 Ω_R は 座標系の厚みより任意の方向にひろがっており、その境界の位置ベクトルを

$R^*(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_n)$ で表わせば、座標系の厚みより座標軸に対してある角度 θ をもつ 計算用所重

3) Bulletin officiel du Ministère de l'Équipement et du logement, Fascicule spécial N°71-100 bis Circulaire N°71-145 du 13 Décembre 1971

表 - 1

断面の破壊安全度に影響する要因														
調査・計画					設計計算					施 工				
所重	材料の特性		構造	計算の近似度	誤差	材料の特性	計算の近似度	誤差	材料の特性	計算の近似度	誤差	材料の特性	計算の近似度	誤差
	強度	変形												
計算用所重の推定誤差	材料強度の推定誤差	変形係数の推定誤差	断面係数の推定誤差	計算用所重の推定誤差	計算用所重の推定誤差	材料強度の推定誤差	変形係数の推定誤差	断面係数の推定誤差	計算用所重の推定誤差	計算用所重の推定誤差	計算用所重の推定誤差	材料強度の推定誤差	変形係数の推定誤差	断面係数の推定誤差

<限界状態>

強 度	終局限界状態
	使用限界状態
変 形	変形限界状態
	耐久性限界状態

作用のベクトル $\mathbf{R}_0^*$ と、計算用部材強度のベクトル $\mathbf{R}_0^*$ との関係は式(3.2)で示される。

$$|\mathbf{R}_0^*| = \gamma_s |\mathbf{S}(\gamma_{a1} q_1, \gamma_{a2} q_2, \dots, \gamma_{an} q_n)| < |\mathbf{R}_0^*| \quad (3.2)$$

今 n 個の荷重と n 個の荷重作用との関係が線形であると仮定すれば、マトリックス $[\mathbf{A}]$ により $\mathbf{S} = [\mathbf{A}] \cdot \gamma_{ai} \cdot \mathbf{Q}_i$ と表わすことができ、ベクトル $\mathbf{S}(\gamma_{a1} q_1, \gamma_{a2} q_2, \dots, \gamma_{an} q_n)$ はベクトル $\mathbf{S}_i(\gamma_{ai} q_i)$ の和となる。また、 $\mathbf{S}_i(\gamma_{ai} q_i) = \gamma_{ai} \mathbf{S}_i(q_i)$ より、式(3.2)はつぎのようになる。

$$|\mathbf{R}_0^*| = |\{\gamma_{s1} \gamma_{a1} \mathbf{S}(q_1) + \gamma_{s2} \gamma_{a2} \mathbf{S}(q_2) + \gamma_{s3} \gamma_{a3} \mathbf{S}(q_3) + \dots + \gamma_{sn} \gamma_{an} \mathbf{S}(q_n)\}| < |\mathbf{R}_0^*| \quad (3.3)$$

ここで記号 $\{\}$ はベクトルを表わす。したがって $\gamma_{ai} = \gamma_{si} \gamma_{ai}$ とおけば、式(3.3)の右辺は

$$|\{\gamma_{s1} \mathbf{S}(q_1) + \gamma_{s2} \mathbf{S}(q_2) + \gamma_{s3} \mathbf{S}(q_3) + \dots + \gamma_{sn} \mathbf{S}(q_n)\}| < |\mathbf{R}_0^*| \quad (3.4) \quad \text{あるいは}$$

$$|\{\mathbf{S}_1(\gamma_{s1} q_1) + \mathbf{S}_2(\gamma_{s2} q_2) + \mathbf{S}_3(\gamma_{s3} q_3) + \dots + \mathbf{S}_n(\gamma_{sn} q_n)\}| < |\mathbf{R}_0^*| \quad (3.5) \quad \text{となる。}$$

これらの式(3.2), (3.3), (3.4), (3.5)の関係は n 個の荷重と n 個の荷重作用との関係が非線形の場合には $|\mathbf{R}_0^*| = |\{\gamma_{s1} \mathbf{S}_1(\gamma_{s1} q_1) + \gamma_{s2} \mathbf{S}_2(\gamma_{s2} q_2) + \dots + \gamma_{sn} \mathbf{S}_n(\gamma_{sn} q_n)\}| < |\mathbf{R}_0^*| \quad (3.6)$ となる。

これらの仮定では、荷重 q_i はある時間当たり一定として扱う。この仮定が成立しない場合には、このある時間に作用する荷重の最小値あるいは最大値を q_i と考へるが、これらの最小値あるいは最大値の分布と基準の分布とを比べ、この分布から設計用命数中に受ける荷重の特性値(たとえば、定められたある値と下まわる確率が5%である値の如く)を定めるのが一般と思われる。荷重が、繰り返し荷重の場合には、ある時間内で変化するため、基準とする荷重の分布は、ある時間内の最小荷重強度、あるいは最大荷重強度に関係すると考へられ、 $\mathbf{S}_i(\gamma_{ai} q_i) = \gamma_{ai} \mathbf{S}(q_i)$ の関係で表わされる荷重 q_i の値は上記のように一般には、荷重の特性値を用いて表わすのが使用的であると思われる。

以下、これらの概念を基礎に、組合せ荷重を受ける構造物の構成員部材断面の破壊の客観的基準について検討を行なうこととし、その安全度を検討する過程においては、実用上の配慮から、荷重作用の計算値で一般に表わされる部材強度と、荷重作用で表わされる計算値とをくらべることによって安全度と評価する方法をとった。

3.1 荷重と荷重作用との関係が線形である場合

荷重ベクトルを $\mathbf{Q}$ 、荷重作用ベクトルを $\mathbf{S}$ とし、変換マトリックス $[\mathbf{A}]$ で表わせば、荷重と荷重作用との線形な関係は、式(3.6)のように表わすことができる。

この式(3.6)は、荷重ベクトル $\mathbf{Q}$ を表わす n 個の要素を $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ 、荷重作用ベクトル $\mathbf{S}$ の m 個の要素を $s_1, s_2, s_3, \dots, s_m$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= a_{11} q_1 + a_{12} q_2 + \dots + a_{1n} q_n \\ s_2 &= a_{21} q_1 + a_{22} q_2 + \dots + a_{2n} q_n \\ &\vdots \\ s_m &= a_{m1} q_1 + a_{m2} q_2 + \dots + a_{mn} q_n \end{aligned} \right\} m \text{個} \quad (3.7)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{n \text{個}} \qquad \qquad \qquad \text{を表わす。}$

この場合には、荷重ベクトル $\mathbf{Q}$ の n 個の要素と、荷重作用ベクトル $\mathbf{S}$ の m 個の要素との組合せには $n = m, n > m, n < m$ の3つの場合が考へられる。

(i) $n = m$ の場合

$$\text{式(3.7)より} \quad \mathbf{Q} = [\mathbf{A}]^{-1} \mathbf{S} = [\mathbf{B}] \mathbf{S} \quad (3.8)$$

すなわち式(3.8)は $q_1 = b_{11}s_1 + b_{12}s_2 + b_{13}s_3 + \dots + b_{1n}s_n$

$$q_2 = b_{21}s_1 + b_{22}s_2 + b_{23}s_3 + \dots + b_{2n}s_n$$

$$\vdots$$

$$q_n = b_{n1}s_1 + b_{n2}s_2 + b_{n3}s_3 + \dots + b_{nn}s_n \quad \text{----- (3.8) と表わす。}$$

したがって、 $f(s) ds_1 ds_2 \dots ds_n = f(s_1, s_2, s_3, \dots, s_n) ds_1 ds_2 \dots ds_n$

$$= f(q_1 = b_{11}s_1 + b_{12}s_2 + \dots + b_{1n}s_n, \dots, q_n = b_{n1}s_1 + b_{n2}s_2 + \dots + b_{nn}s_n) \cdot J \cdot ds_1 ds_2 \dots ds_n$$

$\therefore \therefore J$ は Jacobian である

$$J = \frac{\partial(q_1, q_2, \dots, q_n)}{\partial(s_1, s_2, \dots, s_n)} = \frac{\partial(q_i)}{\partial(s_i)} = \frac{1}{\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}} = \frac{1}{|A_n|}$$

----- (3.9) と表わされる。

(ii) $n > m$ の場合

(i) の場合と同様にし、 $f(s) ds_1 ds_2 ds_3 \dots ds_n$ は

$$f(s) ds_1 ds_2 ds_3 \dots ds_n = f(s_1, s_2, s_3, \dots, s_m) ds_1 ds_2 ds_3 \dots ds_m =$$

$$= \int_{D_{n-m}} f(q_1 = b_{11}s_1 + b_{12}s_2 + \dots + b_{1m}s_m, \dots, q_m = b_{m1}s_1 + \dots + b_{mn}s_n) dq_{m+1}, \dots, dq_n \frac{1}{|A_m|} ds_1 ds_2 \dots ds_m$$

----- (3.10) となる。

(iii) $n < m$ の場合

$$(i)(ii) \text{ の場合と同様にし } f(s) ds_1 ds_2 ds_3 \dots ds_n = f(q_1 = b_{11}s_1 + b_{12}s_2 + \dots + b_{1n}s_n, \dots, q_n = b_{n1}s_1 + \dots + b_{nn}s_n) \times \frac{1}{|A|} ds_1 \dots ds_n$$

----- (3.11) となる。

3.2 所産と所産作用との関係が非線形である場合

所産と所産作用との関係が非線形である場合には、所産の統計的分布と所産作用の統計的分布に置き換えることは一般に困難であり、所産作用が所産の変動の程度に従い、また所産の変動の法則が定められていないならば、所産と所産作用との関係を定めることはできないので、確率も定められないことになる。したがって、この問題を単純化した場合にあって、ここでは考えることとする。

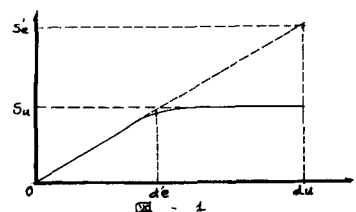
単純化としては、まず所産作用は最大2成分とし、軸力モーメントと軸力の再配合が容易に求められる場合とする。

所産と所産作用との関係が非線形である場合は一般に幾何学的な条件と物理的条件によるとされているが、ここでは幾何学的条件による場合を考える。この場合、安全性の評価を所産作用で表わされる所産と、所産作用で表わされる部材強度とをくらべることによ、2行行うのは適当ではなく、そのため、非線形のモデルとして図-1の如く

変形と所産作用との関係を Bi-linear で表わし、その剛性低下率 $k = \frac{d\sigma'}{du} = \frac{\sigma_u}{\epsilon_u}$ を用いれば、安全度は

(i) 変形量を所産で表現し、作用する所産による変形量と極限変形量とを比較する方法、か (ii) 弾性理論で計算される所産作用によって所産を表現し、部材強度と

比較する場合には、剛性低下率によって弾性理論で求めた所産作用に基づき、か考えられる。



ii)の方法によれば、荷重を所定作用に線形変換する係数に、適当な相性を与えることにより、任意の荷重を力として表現することによって実用的であると思われる。

一例として、柱下端が固定の17型ラーメンの水平部材の中央に鉛直荷重 q_1 が作用し、17の柱の上端に水平荷重 q_2 が加わる場合を考えると、この荷重により、17型ラーメンが弾性的に作用する場合に、柱下端の曲げモーメント $S_1 = a_{11}q_1 + a_{12}q_2$ 、柱の軸力 $S_2 = a_{21}q_1 + a_{22}q_2$ で表わされる。この場合、水平荷重 q_2 による柱上端の変位量を d とし、この変位量が $d = du$ となるときにこのラーメンが破壊するとすれば $S_1 = a_{11}q_1 + k a_{12}q_2$ と表わしうる。

4. 組み合わせ荷重を受ける部材断面の安全度の検討の一例。

組合せ荷重というける部材断面の安全度の検討を行なうに当たり、その一例として、2つの正規分布する荷重の組合せられ、荷重と所定作用との関係は線形であると仮定すると、荷重の確率密度函数

$$f(q_i) \text{ は } f(q_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{q_i}} \exp\left(-\frac{(q_i - \bar{q}_i)^2}{2\sigma_{q_i}^2}\right) \dots\dots (4.1)$$

$$S_1 = a_{11}q_1 + a_{12}q_2 \dots\dots (4.2)$$

$$S_2 = a_{21}q_1 + a_{22}q_2$$

荷重作用の確率密度函数 $f(S_1, S_2)$ は

$$f(S_1, S_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_{S_1}\sigma_{S_2}\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2(1-\rho^2)}\right) \dots\dots (4.3)$$

と表わしうる。

ここに、

$$\lambda^2 = \frac{(S_1 - \bar{S}_1)^2}{\sigma_{S_1}^2} - 2\rho \frac{(S_1 - \bar{S}_1)(S_2 - \bar{S}_2)}{\sigma_{S_1}\sigma_{S_2}} + \frac{(S_2 - \bar{S}_2)^2}{\sigma_{S_2}^2} \dots\dots (4.4)$$

$$\bar{S}_1 = a_{11}\bar{q}_1 + a_{12}\bar{q}_2 \dots\dots (4.5), \quad \bar{S}_2 = a_{21}\bar{q}_1 + a_{22}\bar{q}_2 \dots\dots (4.6)$$

$$\sigma_{S_1}^2 = a_{11}^2\sigma_{q_1}^2 + a_{12}^2\sigma_{q_2}^2 \dots\dots (4.7), \quad \sigma_{S_2}^2 = a_{21}^2\sigma_{q_1}^2 + a_{22}^2\sigma_{q_2}^2 \dots\dots (4.8)$$

$$\rho = \frac{a_{11}a_{21}\sigma_{q_1}^2 + a_{12}a_{22}\sigma_{q_2}^2}{\sigma_{S_1}\sigma_{S_2}} \dots\dots (4.9)$$

荷重作用の確率密度函数 $f(S_1, S_2) = C$ より

$$\lambda^2 = -2(1-\rho^2) \log_e(2\pi\sigma_{S_1}\sigma_{S_2}\sqrt{1-\rho^2}f(S_1, S_2)) \dots\dots (4.10)$$

これらの曲線は楕円を表わし(図-2)、座標軸と主軸

とのなす角を α とすると $\tan 2\alpha = \frac{2\rho\sigma_{S_1}\sigma_{S_2}}{\sigma_{S_1}^2 - \sigma_{S_2}^2} \dots\dots (4.11)$

ここに S_1 の分布と S_2 の分布とに相関がなければ $\rho = 0$ と表わすことにより、

$$\lambda^2 = -2 \log_e(2\pi\sigma_{S_1}\sigma_{S_2}f(S_1, S_2)) \text{ となり、}$$

したがって

$$\lambda^2 = \frac{(S_1 - \bar{S}_1)^2}{\sigma_{S_1}^2} + \frac{(S_2 - \bar{S}_2)^2}{\sigma_{S_2}^2} \dots\dots (4.12)$$

このようにして得られる2つの荷重の組合せの限界を多数の荷重の組合せの場合まで一般化するた

には、まず2つの荷重の組合せの場合について解析

し、更に1つの荷重を組合せた場合について同様な

解析を行ない、この方法を逐次的に繰り返すことにより、2可能になるとと思われる。

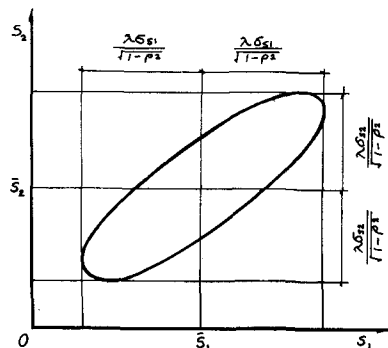


図 - 2

部材断面の安全度は、荷重作用で上記のように表現される組合せ荷重の計算用値と、荷重作用で表わされる部材強度の計算用値とを比較することにより、正確かみよゝか実用的であるとし、荷重作用で表わされる組合せ荷重の上記の図形による表示と、荷重作用で表わされる部材強度の図形による表示との関連で表わすには、後者の場合の図形による表示が必要とされる。(図-3)

断面強度はそのベクトルの要素 r_1 , および r_2 で表わされる確率密度函数 $f(r_1, r_2) = C$ の群に属する。函数 $f(r_1, r_2) = C$ は一般に、組合せ荷重を荷重作用で表わした確率密度函数 $f(s_1, s_2)$ の主軸 x とは直交しないが、単純化して直交であるとし、主軸 x の変数で表わされる強度の確率密度も正規分布型であるとすれば

$$f_R(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{xR}} \exp\left(-\frac{(x - \bar{x}_R)^2}{2\sigma_{xR}^2}\right) \dots (4.13)$$

したがって、部材断面の破壊の確率 P_f は x 軸によ

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} f_R(x) F_R(x) dx \dots (4.14)$$

で計算することができる。

この破壊の確率 P_f を(4.14)により、それぞれ
の確率の分布函数を用いて $1 - F_R(x)$, $F_R(x)$
を計算し、比較することによっても求めることができるのではないと思われる。

上記の仮定を用いて組合せ荷重を受け、部材断面の破壊に対する安全度を検討する場合には、原典
0'から x の方向へ向うベクトル s と、厚矢0から成す向へ向うベクトル R^* が近似的に同じ方向と見
做すことが出来れば $|s^*(q_{a1k}^*, q_{a2k}^*)| < |R^*(r_1^*, r_2^*)| \dots (4.15)$ を満足し、もし、荷重と荷
重作用との関係が線形であれば式(4.15)は一般に $q^* |s_k| < |R^*| \dots (4.16)$ と表わすこと
ができる。この場合は、いわゆる安全度を表わすことになると思われる。

5. あとがき

コンクリート構造物部材断面の破壊の安全度について種々の観点から考察を試みたが、これらの
考察はあくまでも単純化による仮定の域を脱してはあらず、かなりの議論の余地が残されてゐる
と考える。例えば、実際の荷重分布をどのように統計的に処理するかは一つの課題であろうと思われ
る。

また、ここでは紙面の関係で構造物の耐用命数中に繰り返し作用する荷重の場合については
触れることができなかったが、永久荷重(あるいは固定荷重)を主とし、これを基準にその他の組合わ
される荷重による繰り返しの回数と評価して、破壊あるいは非破壊の確率を累積表示することによ
り部材断面の安全度の評価を一般化することのできるのではないと思われる。

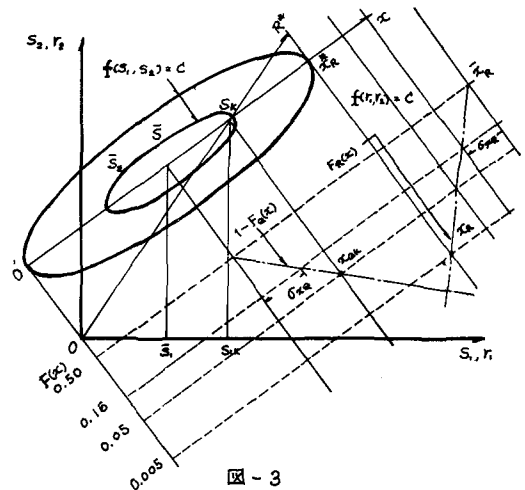


図-3