

不規則な波浪による海中構造物の応答と外力の算定

東京大学工学部 奥村 敏 恵

西岡 隆

1. 概説

地球の表面積の約 $\frac{1}{3}$ を占める海洋を人類の発展のために開発しようとする考え方は比較的新らしい。次第に陸地が狭小化し、陸上での資源が涸けつてくるにつれて、膨大なエネルギー、生物資源を畜え、広大な空間をもつ海洋へ人類の目が向けられはじめたのはごく最近のことである。土木の分野における海洋開発は、エネルギー資源開発のための掘削施設や、数十万トン級のタンカーのための海上シーバース、あるいは海上空港や海中公園など枚挙にいとまがない。

ここでは主にこれら海中構造物を設計する上で重要な問題の1つである波浪による海中構造物の応答が構造物の特性によってどのように変化するかを検討した。従来行われてきたこの種の研究はいくつかの例外を除いて^(1,2)、波浪によって構造物が変形しないものと考え、構造物の特性が何にかかわらず、構造物の波力と算定するものが殆んどである。構造物が波力によって変形するかわり、波力や波圧の算定は本来応答系である構造物の変位に左右され、一義的に決定されないであろう。これは波力や波圧が波と構造物の相互作用の結果として生ずる以上、構造物の特性が異なれば波力や波圧も変化するからである。

そこで本研究では数種の海中構造物を想定し、波浪によるそれら構造物の応答を算定することにより、構造物の特性が波力や波圧に与える影響を検討して、適切な構造物の剛性、構造形式を調べた。

2. 波力と波圧

一般に海中構造物に作用する波力は、大別して水面の上下によって水中の圧力が変化することによる重複波圧、水粒子の運動が構造物の周りで部分的に歪められることによって生ずる波力、砕波によって生ずる衝撃波力、棧橋の下面に働く衝撃圧力に分類される。

海中構造物が常時受ける波力は、主に砕けやすい波による波力であると考えられる。海中構造物に多く使用されている円柱を例にとると、円柱の周りを流れる水粒子は部分的には衝突し、反射するものもあるが、円柱に作用する波力の殆んどは円柱の存在によって円柱のまわりの流線が歪められることによるものと考えられている。この流線の変化によって2種類の波力が発生する。第1の波力は渦の領域が円柱の背後に発生し、それが抵抗力となって作用することによるものと、第2の波力は流線が変形し、流れが加速されたり減速されたりすることによって円柱の周りの水粒子の速度ベクトルが変化し、その結果発生する質量力である⁽³⁾。これらの波力を式の形で表現すると、円柱の単位長さあたりには作用する波力は

$$F = C_D \times \frac{\rho D}{2} \dot{X} |\dot{X}| + C_M \times \frac{\rho \pi D^2}{4} \ddot{X} \quad (1)$$

で与えられる。(1)式はMorrison等によって与えられた式である⁽⁴⁾。

ここで X は構造物と流される水粒子との相対変位の部材法線方向成分、 D は部材直径、 ρ は水

の単位体積重量, C_D , C_M は各々抗力係数, 質量係数である。 C_D については円柱の形状のほかにも, レイノルド数によって左右される。現地観測や室内実験の結果によれば, C_D の値は0.1~6.0, C_M の値は1.3~2.0の範囲にあって, かならずしも一定の値では表わされない。(3) しかしながら実際の設計では抗力係数は円柱の形状や表面粗度の影響を考慮して, $C_D=1.0\sim1.4$ にとり, 質量係数はポテンシャル理論から求められる $C_M=2.0$ を用いているのが現状である。隣接部材の影響による波力の増減については, 直柱の間隔が2.5D以上の場合には隣接部材による C_D の増減は無視でき, 前方の直柱による遮蔽効果については中心間隔が4Dのときに C_D を10%程度減少させる程度で, 8Dでは無視できるものとされている。(5) 海中にもうけられる構造物では部材の継手や水平方向の部材などによって, その形状は複雑であるから, かならずしも前記の式で波力を十分正確に算定できるものとは考えられないが, 本研究では一般的波力と構造物の相互作用を検討することに主眼を置いていたため, これらの影響は無視した。

3. 波浪のスペクトル分布と水粒子の速度の分布

海中構造物を設計する際の問題はどのような波が襲来するか予測が困難なことで, これは風荷重や地震力などと同様に自然力を設計外力とする場合の共通の問題である。不規則な波の取り扱いについて, もっとも簡単な方法は有義波高を用いることであるが, 構造物の動的な特性を考慮する場合にはかならずしも適切ではない。これに対して, 最近の不規則波の取り扱い方は海の表面の形状を確率統計的に解析する方法である。海面の実際の形状は規則性を欠いているが, 最近の確率過程の進歩により, 海の波を時系列と見る場合, ガウス過程によって与めるときに近似されること became 明らかとなった。これら確率過程による海の波の研究はPiersonやNeumannをはじめ多くの研究者によって行われてきている。図-1は米国で行われた航空写真, 波浪測定柱による大規模な研究の結果得られた波浪のスペクトルの一例で, この研究の波浪の入カスペクトル分布として用いた。(6)

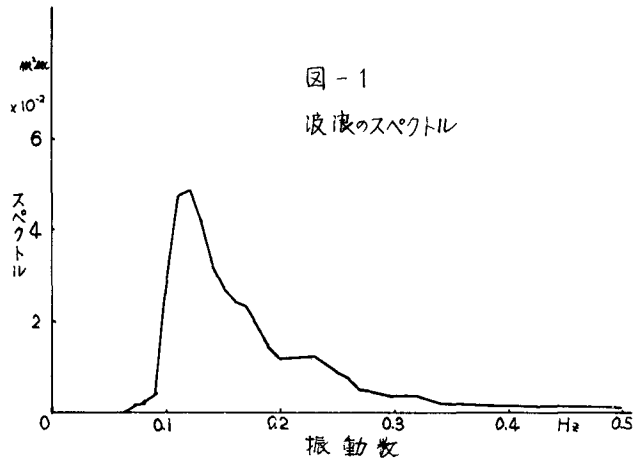


図-1
波浪のスペクトル

波浪の形状が明らかになると, 次に水深方向の水粒子の運動が求められる。波浪の形状を簡単に正弦波で近似すると, 任意の水深, z における水粒子の水平方向の変位 u , 鉛直方向の変位はAiry(3)によれば, それぞれ以下の式で与えられる。

$$u = \frac{H}{2} \frac{\cosh k(y+z)}{\sinh kh} \cos(kx - \omega t) \quad (2)$$

$$v = \frac{H}{2} \frac{\sinh k(y+z)}{\sinh kh} \sin(kx - \omega t) \quad (3)$$

ただし, $\omega^2 = gk \tanh kh$, $k = 2\pi/L$, $L = gT^2/2\pi \times \tanh 2\pi h/L$, また H , L , T はそれぞれ波高, 波長, 周期を表わし, h はその地点の水深を表わしている。

砕波または砕波に近い場合には、(2)、(3)式のような簡単な式で近似できないが、本研究では構造物の設置される水深が深いものとし、常時作用する波による波と構造物の相互作用を検討するため、(2)、(3)式を用いることにした。

4. 計算に用いた海中構造物の形状とその特性

図-2 は計算に用いた海中構造物の形状である。いずれも海底からの高さは 10.5 m とし、海底から平均海面までの高さは 9.0 m とした。 400 t の重量をもつプラットフォームを直接支える4本の円柱は、同じ波力をうけるように直径はいずれの形式とも $\phi 2.8\text{ m}$ とし、水平部材、斜材の円柱の直径は $\phi 1.2\text{ m}$ とした。プラットフォームは剛性をもつとし、海底で円柱は固定されているものと仮定している。形式1、形式3はラーメン構造であるが、形式2では水平部材、斜材はピン結合されている。各構造形式の3次までの固有振動数は表-1 に示すようである。振動数の計算では応付加質量を無視し、水粒子による質量力、抗力を考慮しない値を示した。振動モードについては各形式とも3次までのモードは同じ傾向を示すので、形式2についてののみ図-3 に示した。なお4次以降のモードについては構造形式に応じて振動モードが異なっている。固有振動数、振動モードの計算では構造と多質点系に分割し、Duncan と Collar の方法で行ったが、各モードとも数回の繰り返しで十分収束した。

5. マトリックス法による構造の応答計算

構造と多質点系にあわせて、マトリックス表示を用いてその運動方程式を表現すると以下のように与えられる。

$$[M]\ddot{U} + [C]\dot{U} + [K]U = F \quad (4)$$

ここで $[M]$, $[C]$, $[K]$ はそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスで U は構造の変位を示すベクトルである。また外力のベクトル F は(1)式で与えられるものであるが、水粒子の変位ベクトルを V とすれば、

$$X = V - U$$

とすると、これらの関係から式(4)を変形すれば

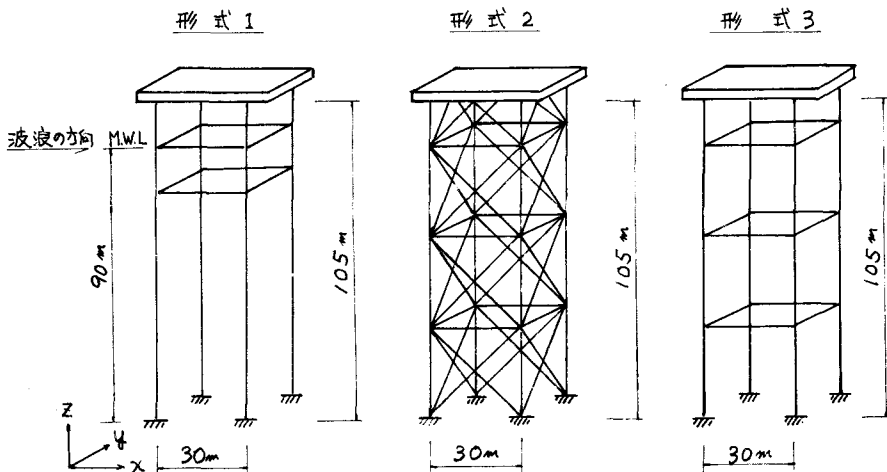


図-2 構造形式

$$[M]\ddot{X} + [C]\dot{X} + [\bar{C}_0]X\dot{X} + [K]X = P(x, t) \quad (5)$$

$$\text{ただし} \quad P(x, t) = [M]\ddot{V} + [C]\dot{V} + [K]V \quad (6)$$

が与えられる。ここで $[M]$ は Morison の公式で与えられる付加質量と構造物の質量を加えた質量マトリックスで、第3項の $[\bar{C}_0]$ は同じく氷粒子の抗力による減衰マトリックスを示している。

式(5)において第3項の減衰項があるため、問題の取り扱いが困難になる。一般に不規則な外力がカウス過程であれば、線形な系では応答もカウス過程であるが、系に非線形な要素が含まれると、出力はもはやカウス過程ではない。しかしこの場合においても

$$R_{xx}(\tau) = E[X(t) \cdot X(t+\tau)] \quad (7)$$

で与えられる自己相関関数が求められ、かつスペクトルが相関関数のフーリエ変換であるという広義の定義に従うとすれば、構造物の応答をスペクトルで表示することが可能になる。ここでは本研究では振動法を用いて、式(5)を近似計算し、構造物の特性が波力に与える影響を検討した。

最初に式(5)において左辺第3項の非線形減衰項をのぞいた式の解を第1次近似 X_0 とし、その応答スペクトル $S_{x_0 x_0}(\omega)$ 、波数に連関する数 $H(x_0, \omega)$ を求める。変位 X の第2次近似 X_1 とすれば、 X_1 は

$$[M]\ddot{X}_1 + [C]\dot{X}_1 + [K]X_1 = P - [\bar{C}_0]X_0\dot{X}_0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \therefore X_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \{H_{x_0}(t-\tau)\} [P(x, \tau) - [\bar{C}_0]X_0\dot{X}_0] d\tau \\ &= X_0 - X_1' \end{aligned}$$

ただし

$$X_1' = \int_{-\infty}^{\infty} \{H_{x_0}(t-\tau)\} [\bar{C}_0]X_0\dot{X}_0 d\tau$$

で与えられる。

$$\begin{aligned} R_{x_1 x_1} &= E\{[X_0(t) - X_1'(t)] \times [X_0(t+\tau) - X_1'(t+\tau)]\} \\ &= E[X_0(t) \cdot X_0(t+\tau)] \\ &\quad - 2Re\{E[X_0(t) \cdot X_1'(t+\tau)]\} \\ &\quad + E[X_1'(t) \cdot X_1'(t+\tau)] \end{aligned} \quad (8)$$

したがって、第1次近似のスペク

トル $S_{x_0 x_0}(\omega)$ は

$$\begin{aligned} S_{x_1 x_1}(\omega) &= S_{x_0 x_0}(\omega) \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} 2Re\{E[X_0(t) \cdot X_1'(t+\tau)]\} d\tau \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} E[X_1'(t) \cdot X_1'(t+\tau)] d\tau \end{aligned}$$

ゆえに

表-1 各構造形式の固有振動数*

形式 \ 次数	1	2	3
形式 1	0.273	1.905	4.418
形式 2	1.606	6.122	10.440
形式 3	0.301	1.721	4.382

* 氷の影響無視

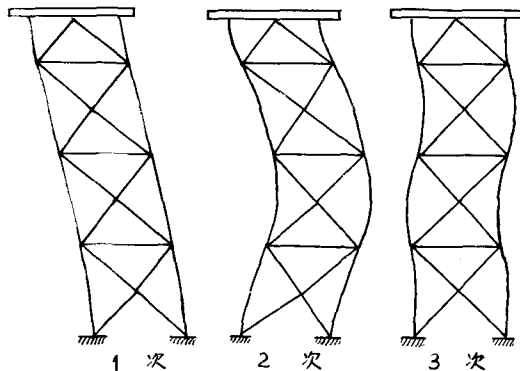


図-3 振動モード(形式2)

$$S_{x_1 x_1}(\omega) = S_{x_0 x_0}(\omega) - 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \omega \sigma_{x_0}(\bar{C}_0) \text{Im}g[H_{x_0}(\omega)] S_{x_0 x_0}(\omega) + [\bar{C}_0]^2 |H_{x_0}(\omega)|^2 S_{x_0 x_0}(\omega) \quad (9)$$

ここで $S_{x_0 x_0}(\omega)$ は級数展開することにより(7)

$$S_{x_0 x_0}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{8}{\pi} \sigma_{x_0}^2 R_{x_0 x_0}(\tau) + \frac{4}{3\pi \sigma_{x_0}^2} R_{x_0 x_0}^3(\tau) + \frac{1}{15\pi \sigma_{x_0}^2} R_{x_0 x_0}^5(\tau) + \dots \right] e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (10)$$

と表わされることができ、式(10)を式(9)に代入することによって $S_{x_1 x_1}(\omega)$ を求めることができる。

この近似計算では $R_{x_0 x_0}(\tau)/\sigma_{x_0}^2$ が 0 と 1 の範囲内にある時には急速に収束し、 $R_{x_0 x_0}(\tau)/\sigma_{x_0}^2 = 1$ の時においても式(10)の第2項まで用いれば、誤差は1%の範囲内にあることが明らかにされている。(7) 計算に際しては式(10)の第2項までを用いて行ったが、図-2に示す構造形式では第2項目の影響は殆んど無視できるとは明らかとなった。

図-4はマトリックス法による計算を行うにあたって用いた構造形式2の分割集を示している。 C_M , C_D の値は各々2.0, 1.4にせり、各分割集間の減衰係数は一律に0.1とした。その他の構造形式においては分割集の数を16集とし、 C_M , C_D および減衰係数は形式2と同じ値を用いた。各構造形式において水平部材、斜材の数が異なるため、付加質量、抗力が異なり、波力もかならずしも一定にはなっていない。

6. 計算の結果と考察

図-5(a), (b), (c)は図-1に示す波浪が各構造に作用する時の最大相対変位を生ずる位置での構造物の応答を示している。各構造形式とも最大の相対変位が生ずる位置はもっとも大きな波力を受ける水際線の位置である。図-5において実線は非線形減衰項を無視した場合、点線は非線形減衰項を考慮した場合の水粒子に対する相対横変位のスペクトルで、破線は入力として用いた波浪のスペクトルを示している。構造形式1(図-5(a)参照)では構造が水中に設置されている時の1次固有振動数は0.146 Hzであって、この振動数に応答が最大となる。

固有振動数よりも低い振動数をもつ波浪に対しては、非線形減衰項は応答を減少させる効果、すなわち抗力を減少させる効果をもつというが、固有振動数を越える振動数をもつ波浪に対しては水粒子の変位と構造の変位の位相が反転するため、抗力を増大させる働きをもつことになる。また共振振動数では非線形減衰項の影響はいちじるしく増大し、構造物に作用する抗力が最大となるという。

これに対し構造形式2(図-5(b)参照)では比較的固有振動数が高く、剛な構造物であるため、その応答は波浪のスペクトルに相似し、非線形減衰項の影響も無視できるほど小さい。したがって表-1に示す構造形式2の固有振動数以上の固有振動数をもつ構造形式に対して

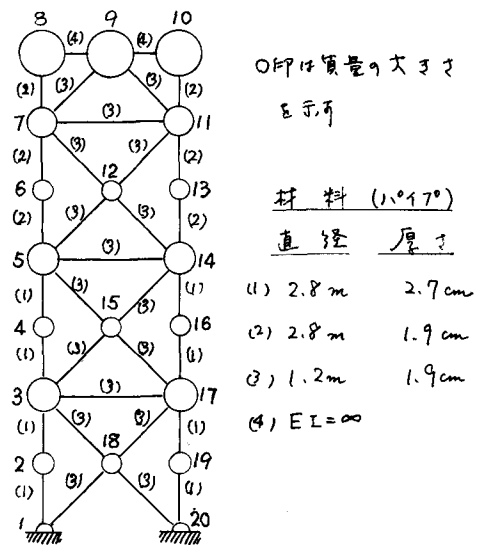


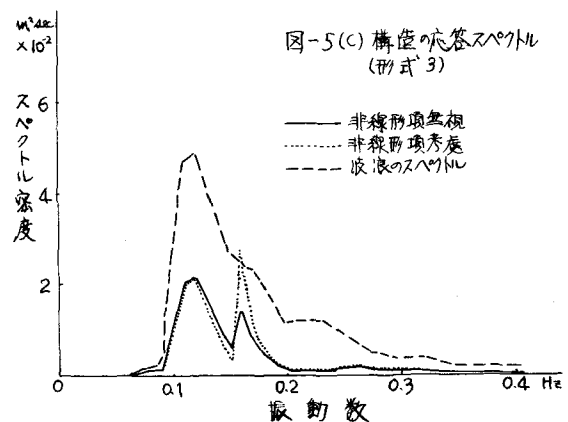
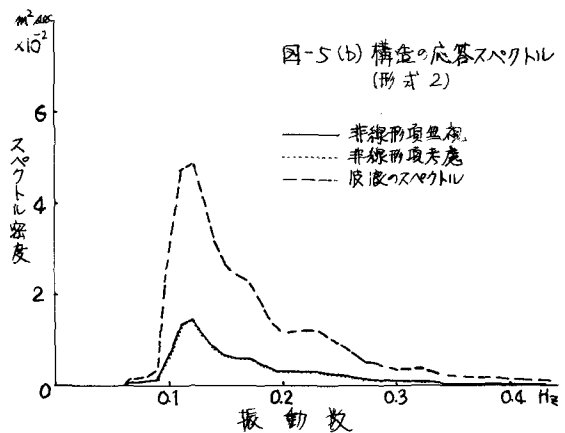
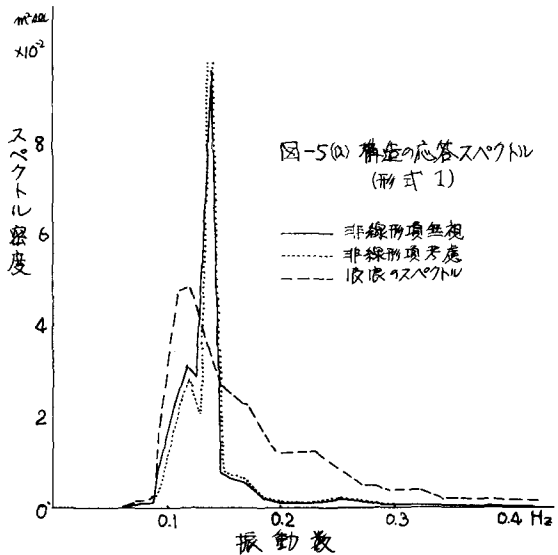
図-4 構造の分割集(形式2)

は、式(9)の非線形項を無視して応答計算を行
 ったとしても十分な精度が得られるものと思われ
 る。構造形式2では他の構造形式の応答とく
 らべて相対変位の応答スペクトルが小さく、
 水粒子の運動に追従して構造が振動する傾向
 があるが、これは水平部材、斜部材と他の構造
 形式より多く用いているため、付加質量の影
 響が大きいと考えられる。

構造形式3(図-5(c)参照)について、構造が
 水中に設置されている時の1次の固有振動数
 は0.167 Hzであり、この振動数で共振し
 ている。構造形式3についても形式1の場合
 と同様に非線形減衰項の効果は固有振動数と
 はほとんど異なっている。構造形式3では1次
 の固有振動数が波浪の卓越周期0.125 Hzから
 ずれているため、応答スペクトルは構造形式
 1の場合と比較して小さくなる。

表-2は各構造形式について水際線の位置
 における平均振中、平均速度振中、平均加速
 度振中を平均パワーから求めたものであるが、
 非線形減衰項に影響を及ぼす平均速度振
 中では構造形式1がもっとも大きく、質量力
 に影響を及ぼす平均加速度振中では構造形
 式2がもっとも大きい。この表をもとに各々
 の構造の水際線の位置における直柱1mあた
 りの抗力、質量力の平均値を求めたものが表
 -3に示す値である。各構造形式とも抗力の
 効果は質量力の効果にくらべて著しく小さい。
 質量力については比較的剛性構造である形
 式2がもっとも大きい。このことは作用する
 波力が構造形式2の場合に最も大きくなる
 ことを意味しているものと思われる。さら
 に図-5(b)から明らかに絶対的変位も最も
 大きい。

非線形減衰効果は式(9)、式(10)からも明
 らかに分かるように波浪の振中によっても異な



くる。4. 7. 各構造形式について図-1 に示す波浪のスペクトルに400倍の波浪が構造物に作用する時の応答を調べた。図-6 は構造形式3 における応答スペクトルを示している。点線で示したグラフが非線形減衰項の効果を表わしているが、共振周波数0.167 Hz でもっとも非減衰効果が大きく、4. 7. の近傍をのぞく振動数領域では図-5(c)と比較して大きな差は見られない。同様の計算を構造形式2 について比較すると、波浪の振巾が大きくなると非線形減衰の効果は強くと変らない結果を得た。したがって構造の固有振動数が波浪の卓越周期よりもかなり大きな値をもつ構造では非線形減衰項は強くと無視することから、波力は強くと付加質量によって生ずるものと考えられる。

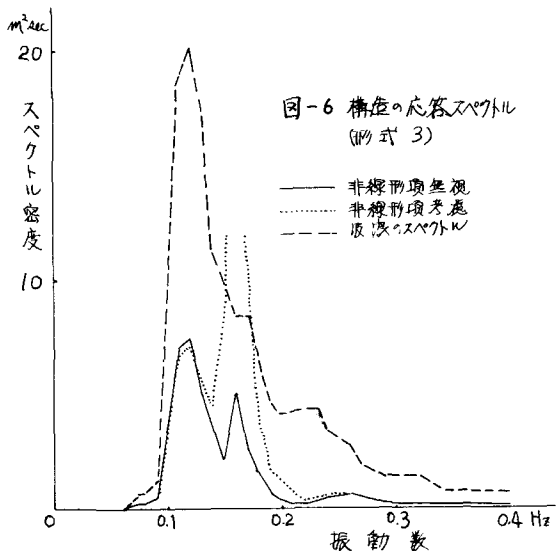


図-7 は水深方向の分割点における平均的な相対横変位の分布を示している。水平部材、斜材配置によって変位の分布が異なってくるということが明らかである。構造形式2 では水平材、斜材の配置が同一であるため変位の分布もほぼ明らかである。適切な断面力の分布をいかに上でも、構造部材の配置の方法が重要になるものと思われる。

7. 結論

比較的水深の深い地点に設置された海中構造物では、波力の作用によって構造物に変形が生じるため、構造物に作用する波力はそれぞれの構造物の特性によって異なってくる。本研究では三種類の構造モデルを用いて、これら波力と構造物の相互作用について検討した。

比較的固有振動数の高い海中構造物では沿岸によって生ずる抗力の影響は、付加質量の影響と比較して強くと無視できるが、付加質量の影響は固有振動数の低い構造と比較して大きく、したがって作用する波力も大きくなるということが明らかとなった。

表-2 平均振巾、平均速度振巾、平均加速度振巾

振 巾	形 式	形 式 1	形 式 2	形 式 3
平均振巾 σ_x		7.01×10^{-2}	4.89×10^{-2}	5.23×10^{-2}
平均速度振巾 $\sigma_{\dot{x}}$		7.04×10^{-2}	6.13×10^{-2}	5.71×10^{-2}
平均加速度振巾 $\sigma_{\ddot{x}}$		9.99×10^{-2}	11.18×10^{-2}	9.59×10^{-2}

表-3 直柱単位長さあたり作用する波力(海面)

波 力	形 式	形 式 1	形 式 2	形 式 3
抗 力 $t/m \times 10^4$		9.91	7.51	6.51
質 量 力 $t/m \times 10^2$		12.56	14.05	12.05

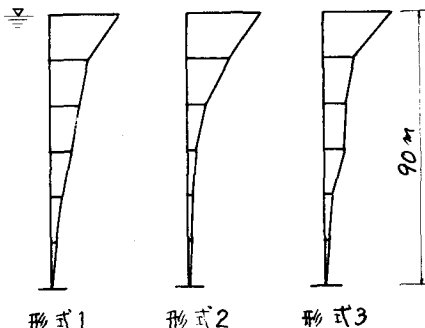


図-7 水深方向の相対変位の分布

これに対し、固有振動数が低い柔い構造では抗力の影響が大きく、構造物の水中での1次の固有振動数が波浪の卓越周期に近い場合には特にこの傾向が著しい。また構造物の1次の固有振動数よりも低い振動数をもった波に対しては、この抗力は水粒子に対する構造物の相対変位を減少させる効果をもつに對し、波の振動数が構造物の1次の固有振動数よりも高い場合には相対変位を増加させる効果をもっている。この抗力の影響は波浪の振中によって増加する傾向があり、波浪の卓越周期に近い1次の固有振動数をもつ構造物は避ける方が望ましいものと思われる。

構造部材の配置によっても波力の作用は異なり、適切な構造形式を選択することが望まれる。

参 考 文 献

1. R. P. Shubinski, E. L. Wilson, and L. G. Selna "Dynamic Response of Deepwater Structures" Civil Engineering in the Ocean I, P123
2. L. Selna, David Cho "Design of Offshore Structures Against Resonance Response" Civil Engineering in the Ocean II, P79
3. 本間仁, 安芸隆一, "物部水理学" P340
4. Morison, J., O'Brien, M., Johnson, J., and Schaaf, S., "The Forces Exerted by Surface Waves on Piles" Petroleum Trans. AIME, Vol. 189, May 1950
5. 金田良実 "構造物に働く波力" 土木学会水理委員会 水工学シリーズ 67-10
6. 磯部 孝編 "相関函数およびスペクトル" 東京大学出版会
7. L. E. Borgman "Ocean Wave Simulation For Engineering Design" Civil Engineering in the Ocean I, P31
8. L. E. Borgman "Spectral Analysis of Ocean Wave Forces on Piling" Proc. of A.S.C.E. Journal of W. H. Division, May 1967, P129
9. B. L. Edge and P. G. Mayer "A Dynamic Structure Soil-Water Model for Deep Water" Civil Engineering in the Ocean II, P13
10. 元良誠三 "見掛質量に就て" 造船協会論文集, 中87号, P47
11. Przemieniecki, J. "Theory of Matrix Structural Analysis" McGraw-Hill, Inc. New York, 1968
12. Papoulis "Probability, Random Variables and Stochastic Processes" McGraw-Hill Inc. New York, 1965