

歩道橋の動的設計について

電力中央研究所

塩尻 弘 雄

1 はじめに 最近の構造物の設計は、荷重や材質、施工の精度等を確率的に取扱い、構造物が所定の期間使用しうることを一定の確率で保証することを目標としている。これには、単に構造物の破壊のみでなく、変形や振動が正常な使用にさしつかえない程度であるかどうかも考慮に入れねばならない。従来の歩道橋の設計は、歩行者については静的重量のみを考え、それによる応力度、たわみが所定の値以下になるように設計されてきた。しかし、一部には、歩行に伴って過大な振動が発生し、歩行者に不快感を手えることが認められている。ここでは歩行者によって橋に加えられる変動荷重の特性と、それに対する歩道橋の応答を実験的に明らかにし、モデル化を行って、確率統計的応答特性について検討を加えた。また、振動防止のための一方法として、吸振器の取付けの実用可能性を実験的、理論的に検討した。

2 歩行者の動的荷重と歩道橋の応答

まず歩行者の歩調の特性を明らかにするため、街路上の歩行者505人を無作為に抽出し、歩調を測定した。結果を図1に示した。実測結果と平均値、標準偏差の等しい正規分布を破線で示した。歩調は平均約2歩/秒であり、分布形は正規分布とみなせる。歩行者が橋に加える荷重は重量と慣性力であると考えられる。そこで年齢20才から40才までの男女各4名を対象に、剛なコンクリート床面上を歩行する時の歩行者の腰部での上下方向加速度を測定した。図2に代表的な加速度のパワースペクトラムを示した。歩行周期成分が卓越しており、歩行者による橋の振動を考える場合、歩調の影響が支配的と思われる。加速度の標準偏差は、男性0.342g、女性0.210gで男性の方が大きい。

次に東京都内の明大前、幡ヶ谷、渋谷一丁目、渋谷西口、渋谷東口に設置された5橋に対し、一人の歩行者に種々の歩行状態で歩道橋を通過させ、振動実験を行った。スパン1/2点、1/4点、支点上に加速度計を設置し、歩行者の腰にも加速度計を取付け、出力はデータレコーダーに記録した。表-1に測定した橋の諸特性を挙げる。最大加速度は同一の被験者が通常の歩行速度で通過した際のもので、いずれもスパン1/2点で記録

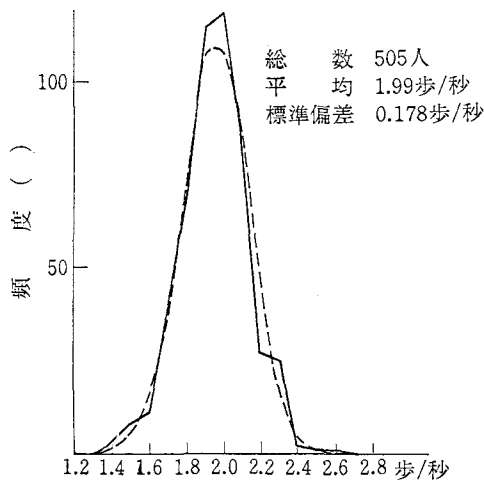


図-1 歩行者の歩調の分布

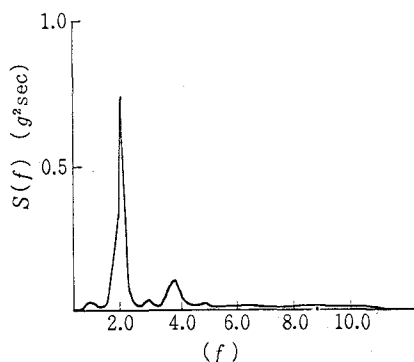


図-2 歩行者のパワースペクトラム

された。通常の歩行による振動波形と、フーリエ係数の2乗を図-3、図-4、図-5に示した。 f_0 は一次固有振動数、 δ は対数減衰率である。これらの図や表から、歩道橋の一次の固有周期成分が卓越していること、渋谷西口橋のように歩行周期と一次固有周期が一致すると大きな振動が発生することが明らかである。図-6に測定した橋のスパン長と一次固有周期との関係を示したがスパン40 m以上になると歩行周期に近くなると考えられる。なお実験結果の解析、結果のグラフ化は、ハイブリッド計算機(CLOAP-2000, ALS-600)によって行った。

歩道橋	材 料	スパン長	1次の固有振動数	対数減衰率	最大加速度
明大前	鋼	20.4 m	4.00 Hz	0.099	5.70×10^{-3}
幡ヶ谷	P.C.	21.1	6.02	0.101	3.61×10^{-3}
渋谷1丁目	鋼	30.7	2.83	0.064	1.16×10^{-2}
渋谷東口	鋼	40.3	2.51	0.026	5.70×10^{-3}
渋谷西口	鋼	48.5	2.09	0.049	2.34×10^{-2}

表-1 測定した橋の諸特性

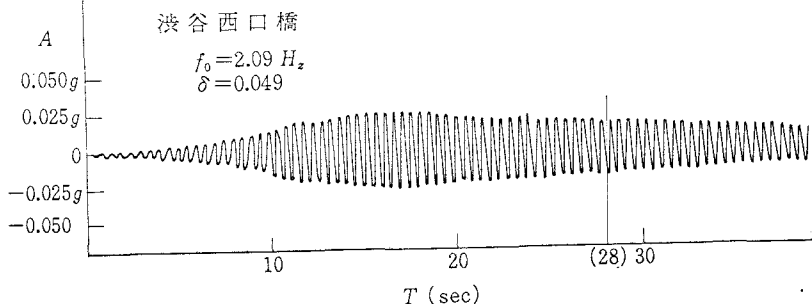


図-3 応答波形

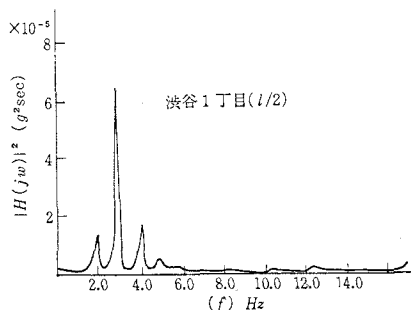


図-4 応答のフーリエ変換の2乗

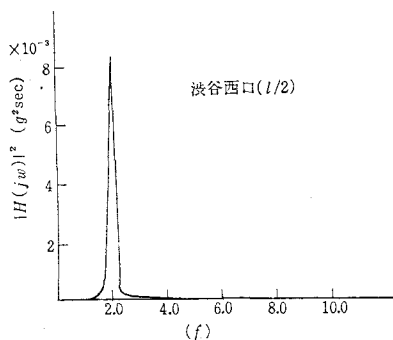


図-5 応答のフーリエ変換の2乗

パワースペクトラムの計算の場合、サンプル数2000程度で、サンプル終了後、計算結果をグラフに書き終るまで、約90秒程度の所要時間である。

3. 歩行者による歩道橋の振動のモデル化

単一の歩行者による橋の振動 $z(x, t)$ は、 $\bar{z}_n(x)$ を n 次のモードとすれば、

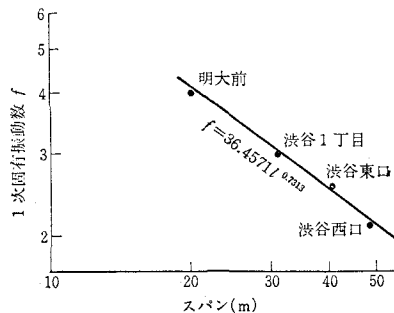


図-6 スパン長と一次固有振動数

$$\eta(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n(t) \bar{\Phi}_n(x) \dots\dots\dots (1)$$

である。各モード間の連成を無視すれば、 p_n 、 h_n を n 次のモードの固有角振動数、減衰係数として

$$\ddot{\xi}_n(t) + 2 p_n \dot{\xi}_n(t) + p_n^2 \xi_n(t) = Q_n(t) / \int_0^l \{\bar{\Phi}_n(x)\}^2 m(x) dx \dots\dots\dots (2)$$

が成立する。 $m(x)$ は単位長さ当りの質量、 $Q_n(t)$ は一般力である。歩行者の自重を w 、変動成分を $\Delta W(t)$ とすれば、 v を歩行速度として、

$$Q_n(x) = \{ w + \Delta W(t) \} \bar{\Phi}_n(vt) \dots\dots\dots (3)$$

自重 w による影響は、通常のスパン長、歩行速度では静的ためひととひと一致する。従って動的な影響を考える際は ΔW のみを考慮すれば十分である。

実測から変動成分が歩行周波数 ω_0 で卓越することが明らかだから、

$$\Delta W(t) = \Delta W \sin(\omega_0 t) \dots\dots\dots (4)$$

と仮定する。(2)式に渋谷西口のデータを入れ、 ΔW に被験者の値を入れて計算すると、最大加速度は $2.14 \times 10^{-3}g$ となり、実測値 $2.34 \times 10^{-3}g$ とほぼ一致する。図-7に計算された振動倍率を示す。 ω_0 は歩調の角振動数、 f は一次固有振動数である。縦軸は動的ためひとと ΔW がスパン1/2点に準静的に加わった場合との振幅比である。減衰が小さい場合、共振点での倍率は高いが、一割程度振動数がずれると倍率は数分の一となる。

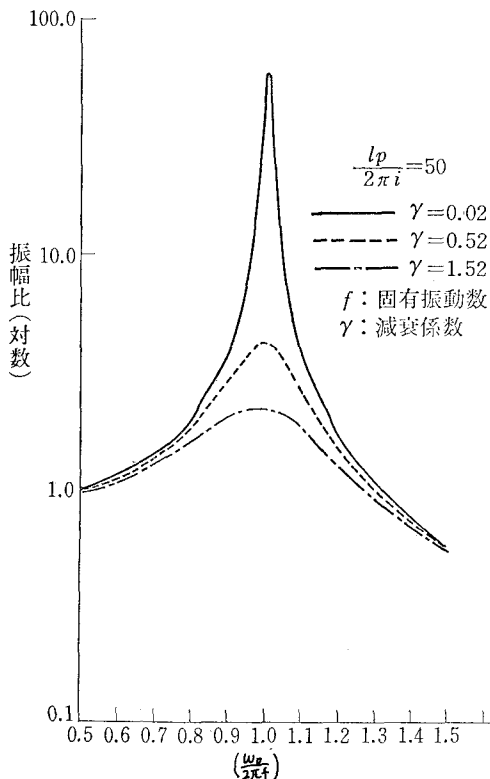


図-7 振動倍率

4. 複数の歩行者による歩道橋の振動

実際の歩道橋のように多数の人間がランダムに通過する場合の解析には、歩行者の到着確率を知って応答を確率的に検討することが可能と思われる。渋谷西口橋において平日の午前8時から15分間通過する人数を15秒毎に測定した。結果を図-8に示す。平均値の等しいポアソン分布との適合度を χ^2 検定により検定すると信頼率5%で有意差は認められなかった。

歩行者の質量による橋の振動特性の変化を無視すれば、単一の歩行者による振動を適宜に重ね合わせれば複数の歩行者による振動が計算できる。実測によれば到着確率は

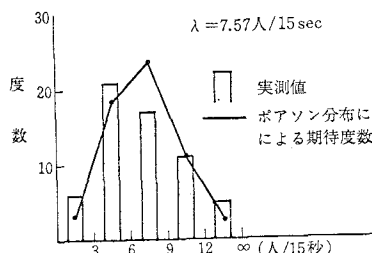


図-8 歩行者の到着分布

ポアソン分布とみなせた。しかし待ち行列理論によれば、到着が完全にランダムでも、歩道橋の幅に対し、歩行者数が一定の限度以上では、歩行者の間隔はアーラン分布に従うことが述べられている。

ここでは、歩行者の通過確率がポアソン分布に従う場合、アーラン分布に従う場合、アーラン分布の極限として一定間隔到着の3つの場合について検討を行った。

a) 歩行者の到着がポアソン分布に従う場合

一人の歩行者による橋のある着目点における振動を $h_i(t)$ とすれば、複数の歩行者による振動 $\eta(t)$ は

$$\eta(t) = \sum_i h_i(t - t_i) \quad \text{----- (5)}$$

と表わす。 $\eta(t)$ の平均値を m_η , 分散を σ_η^2 , パワースペクトラムを $S_\eta(\omega)$, $h_i(t)$ のフーリエ変換を $H_i(\omega)$, 歩行者の単位時間当りの到着数を λ とすれば,

$$\left. \begin{aligned} m_\eta &= \lambda E \left[\int_0^\infty h_i(t) dt \right] = \lambda E [H_i(0)] \\ \sigma_\eta^2 &= \lambda E \left[\int_0^\infty h_i^2(t) dt \right] \\ S_\eta &= 2\pi \lambda^2 E [H_i^2(\omega)] + \lambda E [|H_i(j\omega)|^2] \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (6)}$$

で与えられる。 $h_i(t)$ の変動成分に限って考えれば $H_i(0) = 0$ であるので、分散、パワースペクトラムは、各歩行者の分散、パワースペクトラムの期待値の λ 倍と一致する。従って平均振幅は $\sqrt{\lambda}$ 倍となる。

b) 歩行者の到着が一定間隔の場合

各歩行者が橋に加える動的力を、 $\Delta W_i \sin(\omega_i t + \varepsilon_i)$ と表わすものとする。ここで ΔW_i , ω_i , ε_i はそれぞれ独立な確率変数で、 ε_i は $(-\pi, \pi)$ で一様分布していると考ええる。 ω_i が一定値 ω_0 とするものとする。スパン $l/2$ 点での応答のパワースペクトラム $S_R(\omega)$ は、第1モードのみを考えると、

$$\begin{aligned} S_R(\omega) &= \lambda E (\Delta W_i^2) (\pi/T_0)^2 / 2 \left\{ [1 + \cos \{(\omega_0 + \omega) T_0\}] / \{(\omega + \omega_0 + \pi/T_0)(\omega + \omega_0 - \pi/T_0)\}^2 + \right. \\ &\quad \left. + [1 + \cos \{(\omega_0 - \omega) T_0\}] / \{(\omega_0 - \omega + \pi/T_0)(\omega_0 - \omega - \pi/T_0)\}^2 \right\} \\ &\quad / \{(p_1^2 - \omega^2)^2 + (2p_1 h_1 \omega)^2\} \quad \text{----- (7)} \end{aligned}$$

で与えられる。分散 σ_R^2 は、 $S_R(\omega)$ を積分すれば求まる。この場合も、分散、パワースペクトラムとも λ に比例し、平均振幅は $\sqrt{\lambda}$ に比例する。応答振幅を $\sqrt{\lambda E(\Delta W_i^2)}$ で除したものと、スパン中央に単位の荷重を準静的に加えた場合のたわみの比を図-7に示した。図-7に比べると、振幅が小さくなっている。

c) 歩行者の間隔がアーラン分布に従う場合

アーラン分布は、歩行者の時間間隔が m である確率 $P(t)$ が、

$$P(t) = (\lambda m)^m t^{m-1} \exp(-\lambda m t) / (m-1)! \quad \text{----- (8)}$$

とあらわされるもので、 (λm) は平均到着数をあらわす。 $m=1$ のときポアソン分布と一致し、

名→ ∞ のとき一定間隔到着になる。

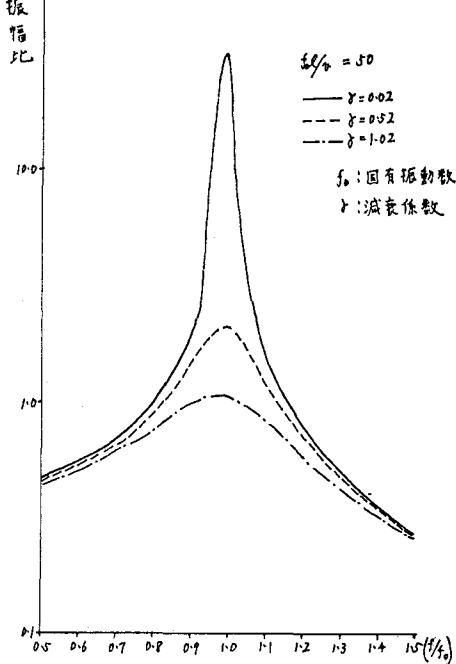


図-9 振幅比

ここでは電子計算機を用いたシミュレーションにより、歩行者間隔がアーラン分布に従う場合の応答を計算し、標準偏差を求めた。今回の計算では、各人の発生させる波は一定と考え、橋は単純梁とした。結果を図-10、図-11に示した。名の増加に伴いほぼ単調に増減している。従って、歩行者がアーラン分布に従う場合の振幅は、歩行者がポアソン分布に従う場合と、一定間隔でやってくる場合の中間といえる。

以上の結果を整理してみると、ポアソン到着、一定間隔到着とも振幅は単位時間到着人数の平方根に比例し、入一定の場合ポアソン到着の方が振幅が大きい。アーラン分布に従う場合、ポアソン分布と一定間隔到着との中間であるので、入が一定の場合、三種の中ではポアソン到着が最も大きな振動を与えるといえる。実測した歩道橋についてスパン/点での主振幅を計算したものを表-2に示す。歩行者の歩調は図-1の正規分布に従うものとし、平均体重は一定、歩調以外の波数成分は無視している。歩行者はポアソン到着をすると仮定している。表-2の値に $\sqrt{\lambda T_0}$ をかければ任意の平均到着数の場合の振幅が求められる。歩調の周期と橋の1次の固有周期が近づくとき応答は大きくなる。歩行者の歩調と1次固有振動数の差が25%以内の橋では動的拡大率が特に大きい。西口橋を例にとると、 $\sqrt{\lambda T_0} = 4.84$ として考えると、動的たわみ振幅の平均値は0.58cm、平均加速度振幅は0.095gとなる。人間の加速度に対する感覚については種々研究がなされているが、 $10^{-3}g \sim 10^{-2}g$ 程度で感じはじめ、 $10^{-2}g$ 程度から不快感を覚えるようである。西口橋の場合、若干の不快感を感じられる。

5. 極値と再現期間について

歩道橋が所定の期間使用可能であることを検討する上で、振幅、加速度の最大値と再現期間を明らかにする必要がある。多数の歩行者に起因する振動は中心極限定理によりガウス分布に漸近すること

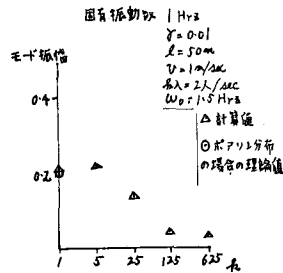


図-10

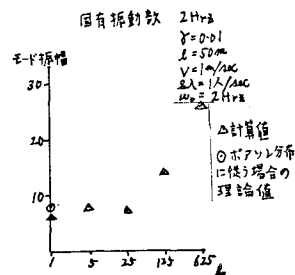


図-11

が知られている。歩行者の到着確率がポアソン分布に従う場合、ガウス分布への近似度の一つの目安として、 $H_4 = (m_4 - 3\sigma^4) / 4\sigma^4$ を考える。 m_4 は4次の積率モーメント、 σ は標準偏差である。結果を表一に示す。ガウス分布への近似度は高いといえる。

歩道橋	1次固有振動数	無次元化した平均振幅 [*]	無次元化した平均加速度 ^{**}	平均振幅の期待値 [†]	平均加速度振幅の期待値 ^{††}
明大前	4.00 Hz	1.00	0.2532	0.00786 cm	0.001239 g
幡ヶ谷	6.02	1.00	0.1118	0.00344	0.000215
渋谷1丁目	2.97	1.34	0.6542	0.067696	0.002289
渋谷東口	2.51	3.81	2.809	0.067696	0.01240
渋谷西口	2.09	5.21	4.920	0.1204	0.01961
		$\sqrt{\frac{\pi E}{24W\delta^3}} \sigma$	$\frac{\pi E}{24W\delta^2\omega_0^2} \sigma_a$	σ	σ_a

表一 ポアソン到着する際の平均振幅、平均加速度の期待値

振幅が平均値0の正規分布をなすとき、レベル η_0 以上でピークの起る確率 P は、

$$P(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\int_{\zeta/\epsilon}^{\infty} \exp(-x^2/2) dx + \sqrt{1-\epsilon^2} \exp(-\zeta^2/2) \right]_0^{\zeta\sqrt{1-\epsilon^2}/\epsilon} \exp(-x^2/2) dx \quad \text{---- (9)}$$

$$m_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \omega^n d\omega, \quad \zeta = \eta_0 / \sqrt{m_2}, \quad \epsilon = (m_0 m_4 - m_2^2) / m_0 m_4$$

と与えられる。 η_0 の再現期間 $T(\eta_0)$ は、

$$T(\eta_0) = 2\pi / \{ \sqrt{m_4/m_2} P(\zeta) \} \quad \text{---- (10)}$$

と与えられる。歩行者の歩調が図一の正規分布をなすと考え、幅1m当り1人/秒の到着数の場合の再現期間を表一に示した。構造上の安全性にはさしつかえないが、人体感覚上、不快な振動が発生しうることが明らかになった。

$\epsilon \backslash \zeta$	1	2	3	4	5
0.0	.6065	.1353	.0111	.0003	.000004
0.3	.5786	.1291	.0106	.0003	.000004
0.6	.4888	.1082	.0089	.0003	.000003
1.0	.1589	.0228	.0014	.0003	.000003

表一 $P(\zeta)$

歩道橋	標準偏差		再現期間	
	平均たわみ振幅 [*]	平均加速度振幅 [*]	たわみ振幅(期待値)	加速度振幅(期待値)
明大前	0.052 cm	0.0081 g	100年以上 (4.4cm)	100年以上
幡ヶ谷	0.007	0.0022	100年以上 (5.19cm)	"
渋谷1丁目	0.089	0.0151	100年以上 (6.86cm)	1年以上
渋谷東口	0.663	0.1216	100年以上 (6.92cm)	常時
渋谷西口	1.417	0.2308	10日以上 (6.93cm)	"

表一 極値の再現期間

$\eta_0/P \backslash \eta_0/\sigma$	50	10
0.5	0.011	0.049
0.8	0.011	0.020
1.0	0.011	0.009
1.2	0.011	0.015
1.5	0.011	0.037

$r: 0.02$

表一 $[(m_4 - 3\sigma^4) / 4\sigma^4]$ 入

M_1/M_2	30	40	50
$\frac{f_2-f_1}{f_0}$	0.26	0.24	0.22

表-6 M_1/M_2 と共振点間隔

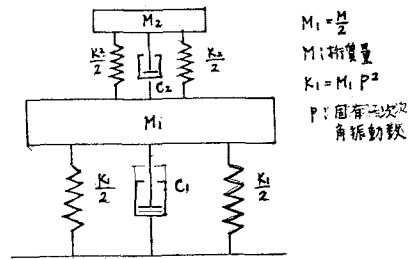


図-12 吸振器をつけた系のモデル

6. 吸振器の取付けによる防振

振動を低減する方法として通常考えられるのは、振動減衰を大きくすること、橋の質量を増加させること、橋の一次固有周期を歩行周期からずらすこと等が考えられる。一次固有周期をずらすための一方法として吸振器の取付けが考えられる。歩道橋の中央に吸振器を取付けた際の第1モードに対応する系を図-12のようにモデル化する。もとの固有振動数を f_0 、新しい固有振動数を f_1 、 f_2 とすると、 f_1 、 f_2 は f_0 をはさんで f_0 からほぼ等距離にある。橋の質量と吸振器の質量との比 M_1/M_2 と、 f_2-f_1/f_0 の値を表-6に示した。吸振器の効果を実証するため、渋谷一丁目の橋に吸振器を設置し、実験を行った。 $M_1/M_2=50$ 、吸振器の固有振動数は2.8 Hzである、吸振器を取付けた場合のパワースペクトラムを図-13に示した。図-1と比較すると、吸振器の効果が明瞭である。歩道橋の1次固有周期と歩行周期が一致する際、吸振器を用いて一次固有周期をずらし、共振を防止することが可能と思われる。

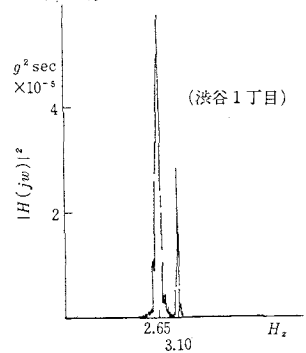


図-13 応答フーリエ変換2乗

7. 結 語

従来の歩道橋の設計は、歩行者の静的重量のみを考慮し、動的成分に対する応答は考慮されていなかった。しかし歩道橋の中には歩行者の通過によって振動し、歩行者に不快感を与えるものも存在している。ここでは歩行者の加える荷重の動的成分による歩道橋の振動特性を明らかにしようとした。人間の歩行周期は、年齢、性別をとわずほぼ2 Hz付近に集中している。また、人間が橋に加える動的荷重の周波数成分は、歩行周期成分が卓越している。一方、歩行者によって生ずる橋の振動は、その1次モード成分が卓越しており、従って橋の1次固有振動数が2 Hz前後の場合、大きな振動が発生する。歩行者の到着が、ポアソン分布に従う場合、アーラン分布に従う場合、一定間隔の場合について確率統計的に検討したが、いずれの場合も歩行周期と一次固有周期が一致した場合大きな振動が発生すること、3種のうちではポアソン分布に従う場合が最も大きな振動を発生させることが明らかになった。2 Hzの一次固有周期をもつ橋は、スパン40 m以上のものと思われる。大きな振動を発生させる既設の歩道橋の振動を低減するための一方法として吸振器の据え付けが考えられるが、実験では効果が認められ、今後の検討に値すると思われる。

8. 謝 辞

この研究に当っては、東京大学工学部松本嘉司助教授、西岡隆構師、建設省道路局佐藤秀一氏、東京大学工学部土木工学科佐原俊樹氏をはじめ、建設省国道事務工事事務所の方々、東京大学工学部土

木工学科交通研究室の方々の多大の御指導，御助言，御援助をいただいたことに對し，深甚の謝意を表する次第であります。

参考文献

1. 松本嘉司，佐藤秀一，西岡隆，塩尻弘雄：歩行者の特性を考慮した歩道橋の動的設計に関する研究，土木学会論文報告集 第205号 昭47年9月
2. 佐藤秀一，塩尻弘雄：歩道橋の振動性状について，第25回土木学会年次学術講演会，I-86 昭44年
3. Papoulis, A. : Probability, Random Variables and Stochastic Processes, Macgraw Hill, 1965
4. 津田 孝夫 : モンテカルロ法とシミュレーション，培風館，昭44年
5. Harris and Crede : Shock and Vibration Handbook, Macgraw Hill, 1961
6. Villasenor, A.J. : Digital Spectral Analysis, Nasa-Langley, 1968
7. Papoulis, A. : 工学のための応用フーリエ積分，オーム社，1967
8. デル・ハルトウク：機械振動論，コロナ社，昭35年
9. 佐佐木 綱 : 交通流理論，技術書院，昭42年
10. 寺沢 寛一 : 数学概論(応用編)，岩波書店，1963