

残留応力をもつ理想H形断面柱の座屈耐力に関する研究

神戸大学 山田 稔
同 〇 込 文 三

1 序

鋼構造物部材には製造過程で受ける熱サイクル、強引変形による塑性変形に伴なって残留応力が発生している。熱サイクルに伴う残留応力の分布形、大きさは鋼材の材質、断面の形状、寸法、製造方法等により異なるが、材端部を除けば材軸に沿ってほぼ一様に分布していると考えられる。構造物部材の座屈耐力はこの残留応力に種々の影響を受ける。本報では種々の大きさの残留応力をもつ理想H形断面柱が、強軸上および弱軸上の偏心圧縮力を受ける場合について Jeřek の略解法に基づく座屈耐力式を求め、数値計算を行なって座屈耐力と残留応力の大きさの関係について検討した。さらに Shanley モデルを用いて、座屈に至るまでの歪履歴が座屈耐力にどの程度影響するかについても検討を加えた。

2 座屈耐力式

2.1. Jeřek の略解法に基づく解

以下の仮定のもとで偏心圧縮柱の座屈耐力式を導く。

1. 材は無載荷状態で真直であり、載荷に伴うたわみ曲線は図-1に示すように正弦半波形である。
2. 断面内の歪分布は平面保持の仮定に従かう。
3. 材料の応力-歪関係は図-2のように理想弾塑性であり、歪のもじりは考えない。
4. 軸方向力、曲げモーメントの釣合条件は材中央部の断面のみで成立させる。
5. 残留応力は材軸方向に一様に分布する。
6. 断面は等しくとも一軸対称であり、残留応力はこの軸に対して対称に分布する。
7. 偏心荷重は断面の対称軸上に作用し、ねじれ変形は防止されている。

断面内の歪分布は平面保持の仮定に従かうので、二つの独立な量を定めれば決定する。 図-1

従って荷重による付加応力 σ_0 は図-2の応力-歪関係より定まる。残留応力を σ_r とすれば断面内に作用している軸方向力 N 、曲げモーメント M は

$$N = \int_A (\sigma_0 + \sigma_r) dA, \quad M = \int_A (\sigma_0 + \sigma_r) y dA \quad \text{----- (1)}$$

残留応力は無載荷状態で存在している応力であるから $(\int_A \sigma_r dA = \int_A \sigma_r y dA = 0)$

軸力、曲げモーメントは下式のように付加応力のみで示すことが出来る。 図-2 応力-歪関係

$$N = \int_A \sigma_0 dA, \quad M = \int_A \sigma_0 y dA \quad \text{----- (2)}$$

柱のたわみ曲線は図-1に示すように

$$y = y_m \sin \frac{\pi x}{L} \quad \text{----- (3)}$$

中央部断面の曲率は

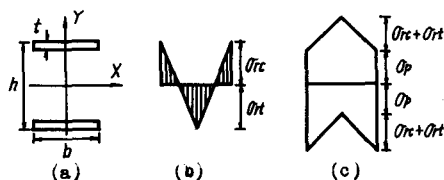
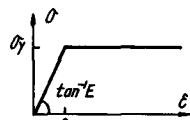
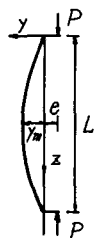


図-3

$$\frac{1}{\rho} = -\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 y_m \quad \text{----- (4)}$$

中央部断面での釣合条件式は荷重を P 、偏心距離を e とすると

$$P = N(\rho, e, \sigma_r), \quad P(y_m + e) = M(\rho, e, \sigma_r) \quad \text{----- (5)}$$

ここで e は曲率半径 ρ とともに断面内の歪分布を決める量である。(4), (5) 式より荷重 P とたわみ y_m は

$$F(P, y_m, L, e, \sigma_r) = 0, \quad \text{またわ} \quad P = P(y_m, L, e, \sigma_r) \quad \text{----- (6)}$$

従って残留応力分布 σ_r 、材長 L 、偏心距離 e を与えれば座屈条件式は

$$\frac{\partial F}{\partial y_m} = 0, \quad \text{またわ} \quad \frac{dP}{dy_m} = 0 \quad \text{----- (7)}$$

となる。ここでは図-3(a)に示すように充分に薄い二枚のフランジからなる理想H形断面柱について座屈耐力式を導く。フランジの残留応力 σ_r が(b)図のように直線的に分布するものと考えれば、(2)式の関係からフランジ先端の最大圧縮応力 σ_{rc} と中央の最大引張応力 σ_{rt} とは等しくなる。材料の応力-歪関係は理想弾塑性性であるから、付加応力が弾性的に挙動出来る領域は(c)図のようになり、付加応力はこの領域を越えることは出来ない。

2.1.1. 強軸(X軸)まわりの座屈

図-4に示すように曲げ圧縮フランジをフランジ1、曲げ引張フランジをフランジ2とする。右フランジの応力状態は弾性、弾塑性、全塑性の3種類が考えられる。ここで問題を座屈耐力を求めることに限れば、断面内の付加

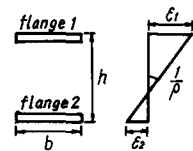


図-4

応力分布状態は、軸方向圧縮力を受けていること、たわみの増大に対して軸方向力が減少しないことを考慮して表-1に示すようなA~Dの4種類が考えられる。表中の記号は図-5に示す応力分布に対応している。各応力分布状態について座屈条件式(7)式又は(6), (7)式は以下になる。但し座屈応力を σ_{cr} 、オイラー応力を σ_e 、 $\alpha_{cr} = \sigma_{cr}/\sigma_y$ 、 $\alpha_e = \sigma_e/\sigma_y$ 、 $\beta = \sigma_{rc}/\sigma_y$ 、 $\delta = y_m/h$ 、 $m = 2e/h$ とする。

応力状態A

$$\alpha_{cr} = \alpha_e \quad \text{----- (8)}$$

応力状態B

$$\alpha_{cr} = \alpha_e \left[1 - \frac{2\beta(\alpha_e - \alpha_{cr})^2 + m\alpha_{cr}(2\alpha_e - \alpha_{cr})^2}{(1 + \beta - \alpha_{cr})(2\alpha_e - \alpha_{cr})^2 - 2\beta\alpha_e^2} \right] \quad \text{----- (9)}$$

応力状態C

$$\beta \left(\delta + \frac{m}{2} \right) \alpha_{cr} - \alpha_e \delta \sqrt{(1 - \alpha_{cr})\beta - (\alpha_e \delta)^2} \quad \text{----- (10)}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{\alpha_e [(1 - \alpha_{cr})\beta - 2(\alpha_e \delta)^2]}{\beta \sqrt{(1 - \alpha_{cr})\beta - (\alpha_e \delta)^2}} \quad \text{----- (11)}$$

応力状態D

表-1 応力分布

応力状態	A	B	C	D
フランジ1	a	b	b	b
フランジ2	a	a	b	c

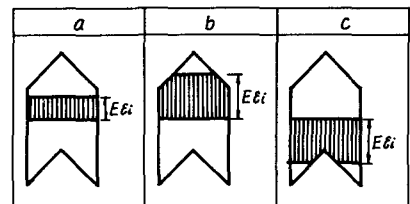


図-5 応力分布形

$$8\beta(\delta + \frac{m}{2})\alpha_{cr} - 4\beta + (1 + \beta - 2\alpha_e\delta)^2 + 4\left(\frac{\beta\alpha_e}{1 + \beta - 2\alpha_e\delta}\right)^2 = 0 \quad \text{-----}(12)$$

$$4\beta\alpha_e\alpha_{cr} = (1 + \beta - 2\alpha_e\delta)^2 \left[\sqrt{(1 + \beta - 2\alpha_e\delta)^2 + 4\alpha_e^2} - (1 + \beta - 2\alpha_e\delta) \right] \quad \text{-----}(13)$$

2. 1. 2. 弱軸 (Y 軸) まわりの座屈

理想 H 形断面は弱軸まわりには矩形断面となる。断面内の応力分布は強軸まわりと同様の条件のもとで考えれば図-6 に示すように E ~ J の 6 種類が考えられる。各応力状態についての座屈条件式 (7) 式は強軸まわりの場合と同様の無次元量を用いれば以下のようになる。但し $m = 6e/b$ である。

応力状態 E

$$\alpha_{cr} = \alpha_e \quad \text{-----}(14)$$

応力状態 F

$$\alpha_{cr} = \alpha_e \left[1 - \frac{2\beta + \alpha_{cr}(m - \frac{2\beta}{\alpha_e})}{3(1 + \beta - \alpha_{cr})} \right]^3 \quad \text{-----}(15)$$

応力状態 G

$$\alpha_{cr} = -\frac{\beta\alpha_e}{18\alpha_e} \left[1 - \frac{1 - \alpha_{cr}}{\beta(\frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e})^{\frac{2}{3}}} \right]^{\frac{3}{2}} \quad \text{-----}(16)$$

応力状態 H

$$\alpha_{cr} = \frac{(1 + \beta)^3}{\alpha_e^2 \left(\frac{3 - \beta}{3\alpha_{cr}} - \frac{\alpha_{cr}}{1 - \beta} + \frac{4\beta}{3\alpha_e} - \frac{2m}{3} \right)^3} \quad \text{-----}(17)$$

応力状態 I

$$\alpha_{cr} = \alpha_e \left[1 - \frac{\alpha_{cr}(\frac{2\beta}{\alpha_e} + m)}{3(1 - \alpha_{cr})} \right]^3 \quad \text{-----}(18)$$

応力状態 J

$$\alpha_{cr} = \frac{1}{\alpha_e^2 \left(\frac{1}{\alpha_{cr}} - \alpha_{cr} - \frac{4\beta}{3\alpha_e} - \frac{2m}{3} \right)^3} \quad \text{-----}(19)$$

応力状態 G などは (16) 式から明らかのように如何なる材長、偏心距離、残留応力の大きさに対しても柱は座屈耐力になることはない。

2. 2. Shanley モデルによる解

前節では図-2 に示すような応力-歪関係を用いたが、座屈に至るまでの歪履歴を考えると図-7 に示すような関係を用いる必要がある。ここでは図-8 に示すような Shanley モデルを考える。二枚のフランジには図-3 に示すような残留応力分布しているものとする。曲げ圧縮フランジをフランジ 1、曲げ引張フランジをフランジ 2 とすると歪のもどり残の挙動に影響するのは、フランジ 2 が圧縮力を受けて弾塑性状態になる場合のみである。逆転する瞬間のフランジ 2 の歪を

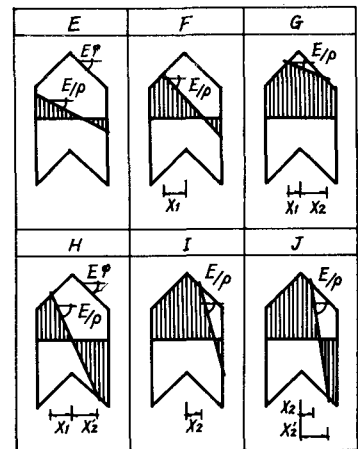


図-6 応力分布形

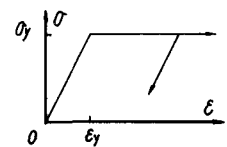


図-7 応力-歪関係

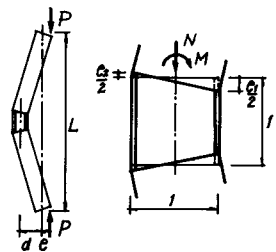


図-8 Shanley モデル

$\bar{\epsilon}_2 = \bar{\epsilon}_2 \epsilon_y$ とする。歪が逆転した後、付加応力が弾性的に挙動出来る領域は図-9 (b), (c) のようになる。(b) 図はフランジ2の挙動が弾性的な場合、(c) 図は弾塑性的な場合である。フランジ1の応力分布は(a) 図に示すものであるから、歪が逆転した後の応力分布は表-2 に示すように C', C'' の2つの場合のみである。各々の場合の座屈条件式(16), (17) 式は応力状態 C'

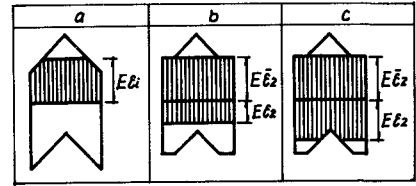


図-9 応力分布形

表-2 応力分布

応力状態	C'	C''
フランジ1	a	a
フランジ2	b	c

$$4\beta(2\delta+m)\alpha_{cr} - (\bar{\epsilon}_2 + \beta - 1)^2 + 4\beta \left[1 + 3\beta - 4\alpha_e \delta - \alpha_{cr} - \sqrt{8\beta(1+\beta-2\alpha_e \delta - \alpha_{cr}) - (\bar{\epsilon}_2 + \beta - 1)^2} \right] = 0 \quad (20)$$

$$\alpha_{cr} - 2\alpha_e + \frac{4\beta\alpha_e}{\sqrt{8\beta(1+\beta-2\alpha_e \delta - \alpha_{cr}) - (\bar{\epsilon}_2 + \beta - 1)^2}} = 0 \quad (21)$$

応力状態 C''

$$(1+\beta-2\alpha_e \delta)^2 [8\beta + (\bar{\epsilon}_2 + \beta - 1)^2 - 2(1+\beta-2\alpha_e \delta)^2 - 8\beta(2\delta+m)\alpha_{cr}] - \beta\alpha_{cr} - \frac{(\bar{\epsilon}_2 + \beta - 1)^2}{8} = 0 \quad (22)$$

$$4(1+\beta-2\alpha_e \delta)(1+\beta-2\alpha_e \delta - \beta \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e}) - (\bar{\epsilon}_2 + \beta - 1)^2 + 8\beta[(2\delta+m)\alpha_{cr} - 1] = 0 \quad (23)$$

偏心圧縮柱の座屈耐力に歪履歴が影響するのは $\bar{\epsilon}_2$ が存在する場合だけである。座屈耐力時にはたわみの増大に対して軸力は変動しないのだから、フランジ2の歪は増大していることはなく、従って前節で求めた応力状態のうちで C' では実際に座屈耐力に達することはなく、B, D では歪履歴が影響する場合としない場合がある。

2.3. 中心圧縮柱の座屈

Shanley モデルを用いて中心圧縮柱の座屈耐力と偏心圧縮柱の座屈耐力の関係を検討する。フランジ全体の平均的な応力-歪関係は歪履歴を考慮しない場合は図-10 (a) のようになり、歪履歴を考慮した場合は(b) 図のようになる。(a) 図の場合、中心圧縮柱の座屈応力は Tangent-Modulus 荷重 $d\epsilon$ ($d\epsilon = \alpha_e \sqrt{(1-d\epsilon)/\beta}$) となり、座屈後の挙動は応力状態 C' で偏心を 0 とおけばよいから、軸力 α とたわみ δ の関係は

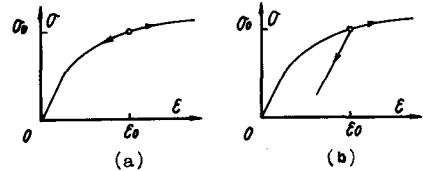


図-10 平均応力-歪関係

$$F(\alpha, \delta) = 2\alpha_e \delta \left[\frac{1}{2\beta} \sqrt{4\beta(1-d) - (2\alpha_e \delta)^2} - \frac{\alpha}{\alpha_e} \right] = 0 \quad (24)$$

$\delta \neq 0$ のとき、最大荷重は

$$\frac{d\alpha}{d\delta} = - \frac{2\alpha_e \delta}{\beta \left[1 + \frac{1}{\alpha_e} \sqrt{4\beta(1-d) - (2\alpha_e \delta)^2} \right]} = 0 \quad (25)$$

上式からわかるように $\delta = 0$ のときの $d\alpha/d\delta = 0$ となり、一般には $d\alpha/d\delta < 0$ である。従って中心圧縮柱の座屈耐力は T.M. 荷重 $d\epsilon$ となる。

(b)図の耐力-歪関係を用いると中心圧縮柱の座屈耐力はT.M.荷重よりも大きくなり、安定な釣合の分岐点はT.M.荷重とReduced-Modulus 荷重 σ_R ($\sigma_R = 2\sigma_e \sqrt{1-\alpha R} / (\sqrt{\beta} + \sqrt{1-\alpha R})$) の間にある。座屈後の最大耐力は分岐点荷重により異なるが、偏心を0に近づけた場合を考えれば、T.M.荷重で分岐すると考えられる。従って耐力状態C'、C''で偏心率 $m=0$ 、 β をT.M.座屈荷重時の歪 ϵ とすれば(20),(21)式または(22),(23)式より座屈後の最大耐力が得られる。

3. 計算結果とその検討

3.1. 残留耐力の影響

図-11, 12に中心圧縮柱の座屈荷重、偏心圧縮柱の座屈耐力を示す。縦軸は座屈耐力を降伏耐力で除いた無次元量、横軸は細長比に比例する無次元量である。パラメーター β は残留耐力 σ_e と降伏耐力の比、 m は偏心率を示す。11, 12(a)図は中心圧縮柱のT.M.座屈荷重を示す。X軸に関する座屈曲線は上に凸な形状を示し、横軸 $\sqrt{\sigma_y/\sigma_e}=1$ 、すなわち細長比 $\lambda=\pi \times \sqrt{E/\sigma_y}$ を中心とした領域で残留耐力の影響は大きいが、短柱領域ではそれ程大きくない。Y軸に関する座屈曲線は比較的直線に近く、残留耐力の影響はX軸に関する座屈の場合よりも大きく、短柱領域ではかなりの影響がみ

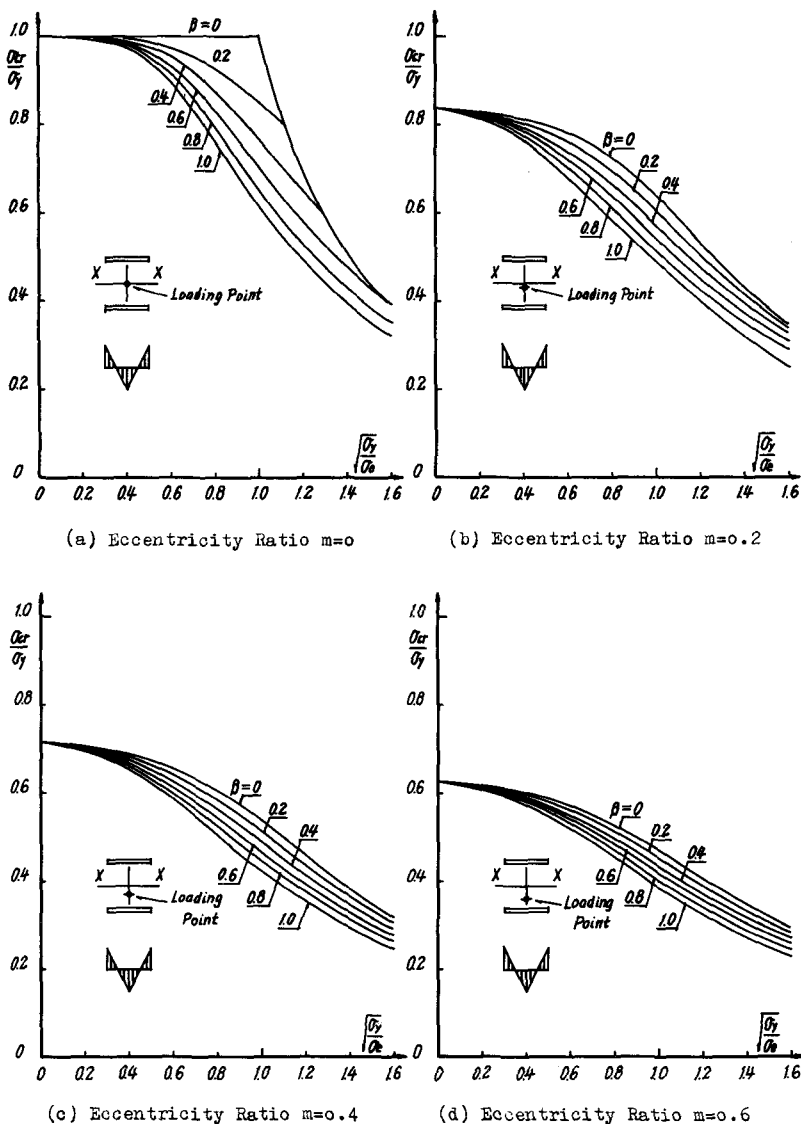


図-11 座屈曲線(強軸まわりの座屈)

られる。11, 12 国
(b), (c), (d)に偏心率
 $m = 0.2, 0.4, 0.6$ の
場合の座屈曲線を示
す。曲線の形状は中
心圧縮柱の場合とは
同様で、 x 軸まわ
りの座屈曲線が、短
柱領域および中程度
の細長比の領域で上
に凸であるのに対し、
 y 軸まわりの座屈曲
線は比較的直線的で
あり、残留応力の影
響も大きい。

中心圧縮柱の座屈荷
重は比例限度力を超
える領域で残留応力
の影響を受け、比例
限度力以下の座屈応
力をもつ柱、すなわ
ち長柱は残留応力の
影響を受けない。ま
た細長比 0 の柱の場
合は座屈現象はなく、
このときの柱の耐力
は残留応力に無関係で
ある。偏心圧縮柱の座

屈耐力に対する残留応力の影響はこの両者の中間的なものである。図-13, 14に偏心率 $m = 0.2, 0.4, 0.6$ をもつ偏心圧縮柱の座屈耐力に対する残留応力の影響と量を示す。縦軸は残留応力をもつ柱の座屈耐力と残留応力をもたない柱の座屈耐力の比を、横軸は細長比に比例する無次元量を示す。パラメータ β は残留応力 σ_{re} と降伏応力の比である。これらの図からわかるように x 軸まわりの座屈の場合に比して y 軸まわりの座屈の場合は残留応力の影響が大きく、比較的細長比の小さい範囲にまでその影響がみられる。また長柱域を除けば偏心率が大きくなるほど座屈的でなくなり、従って残留応力の影響は少なくなる。残留応力の影響が最大である実は、中心圧縮柱の場合、 $\sqrt{\sigma_y/\sigma_c} = 1.0$ であるが、偏心率が大きくなるほど、また残留応力が大きくなるほど、この実は細長比の大きい例に移行する。

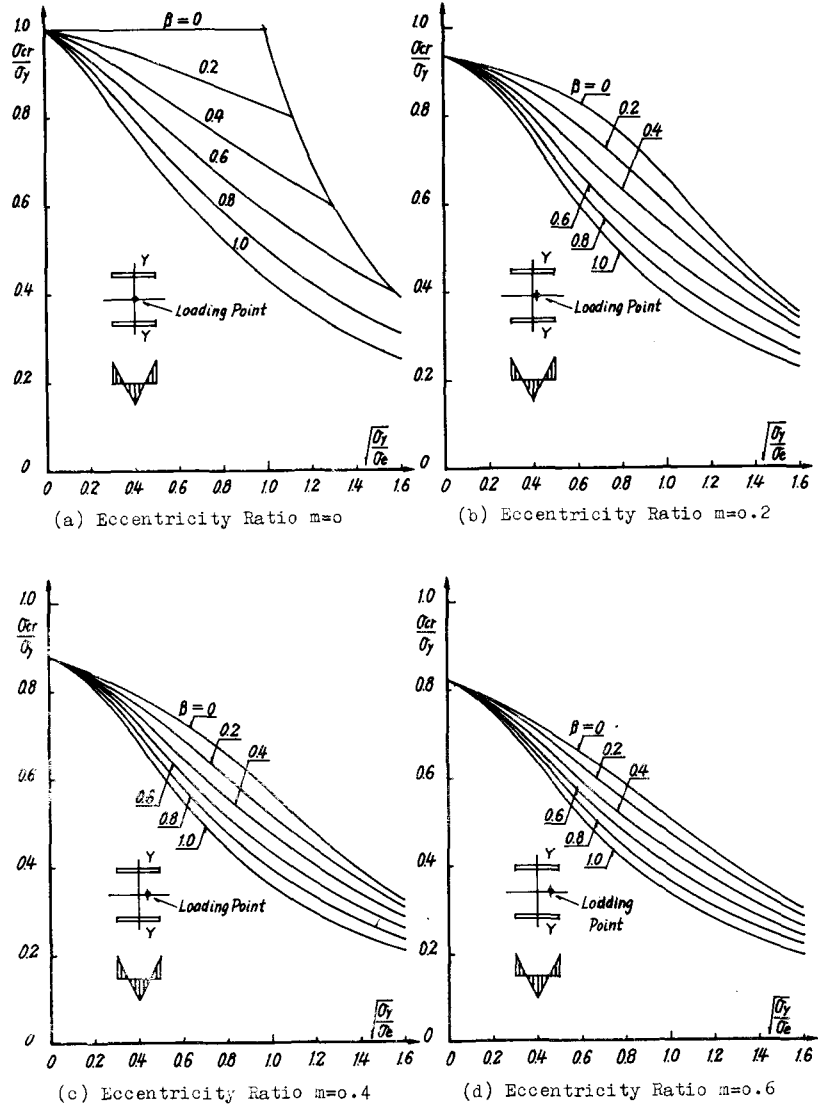
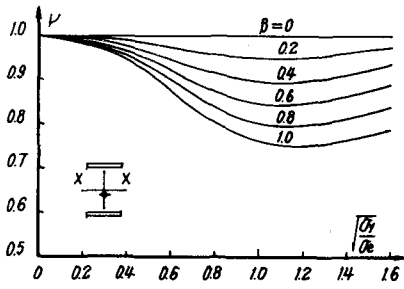
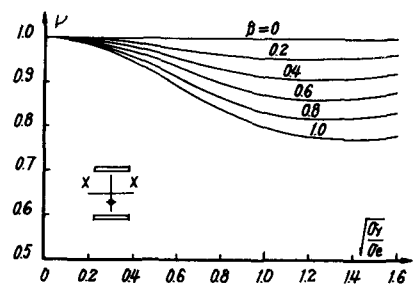


図-12 座屈曲線(弱軸まわりの座屈)

これは残留応力
が大きくなるほど
長柱域は細長
比の大きい側に
移行し、短柱、
中程度の細長比
の柱では偏心が
増大するほど残
留応力の影響は

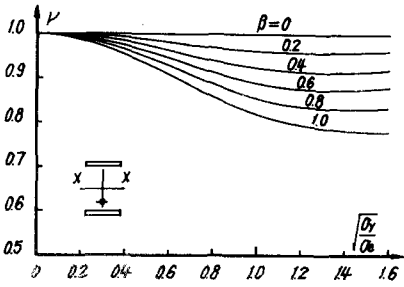


(a) Eccentricity Ratio $m=0.2$



(b) Eccentricity Ratio $m=0.4$

小さくなるのに
対して、長柱域
では偏心の小さ
い範囲で、偏心
量が増大するほ
ど残留応力の影
響が大きくなる
ことに対応して
いる。

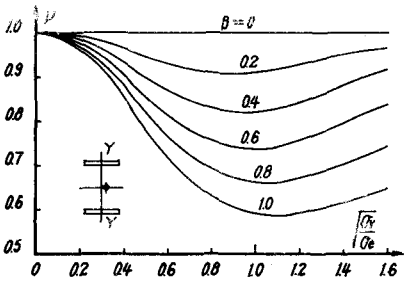


(c) Eccentricity Ratio $m=0.6$

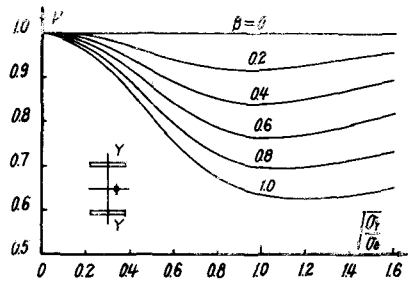
図-13 残留応力の影響当量 (強軸まわりの座屈)

3.2. 歪履歴の 影響

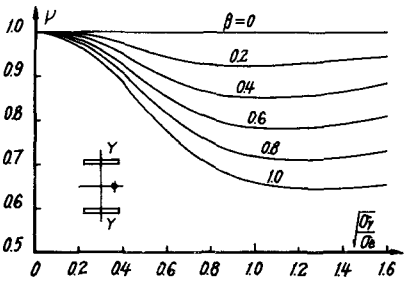
図-11に中心
圧縮柱および偏
心圧縮柱の座屈
耐力曲線を示す。
図中実線は歪歴
Tを考慮して求
めたものであり、
破線は変形理論
によるものであ
る。中心圧縮柱
の座屈後の最大
耐力は分岐点荷
重により異なり
一般に T.M. 荷重
と R.M. 荷重の間
になるが、こゝ



(a) Eccentricity Ratio $m=0.2$



(b) Eccentricity Ratio $m=0.4$



(c) Eccentricity Ratio $m=0.6$

図-14 残留応力の影響当量 (弱軸まわりの座屈)

ではT.M.荷重が分岐点荷重であるとして求めている。図から明らかなように中心圧縮柱、偏心圧縮柱の圧縮耐力は歪度 γ の影響をそれほど受けない。影響が最も大きいのは中心圧縮柱の場合であるが、この場合でも歪度 γ の影響は、残留応力の大きさが $0.2\sigma_y$ だけ変化することによる影響よりも小さい。中心圧縮柱の場合は、長柱域を除いて全ての場合歪度 γ の影響を受けるが、偏心圧縮柱の場合は応力状態BおよびDに対応する偏心量、細長比が大きく、残留応力が小さい柱では歪度 γ の影響

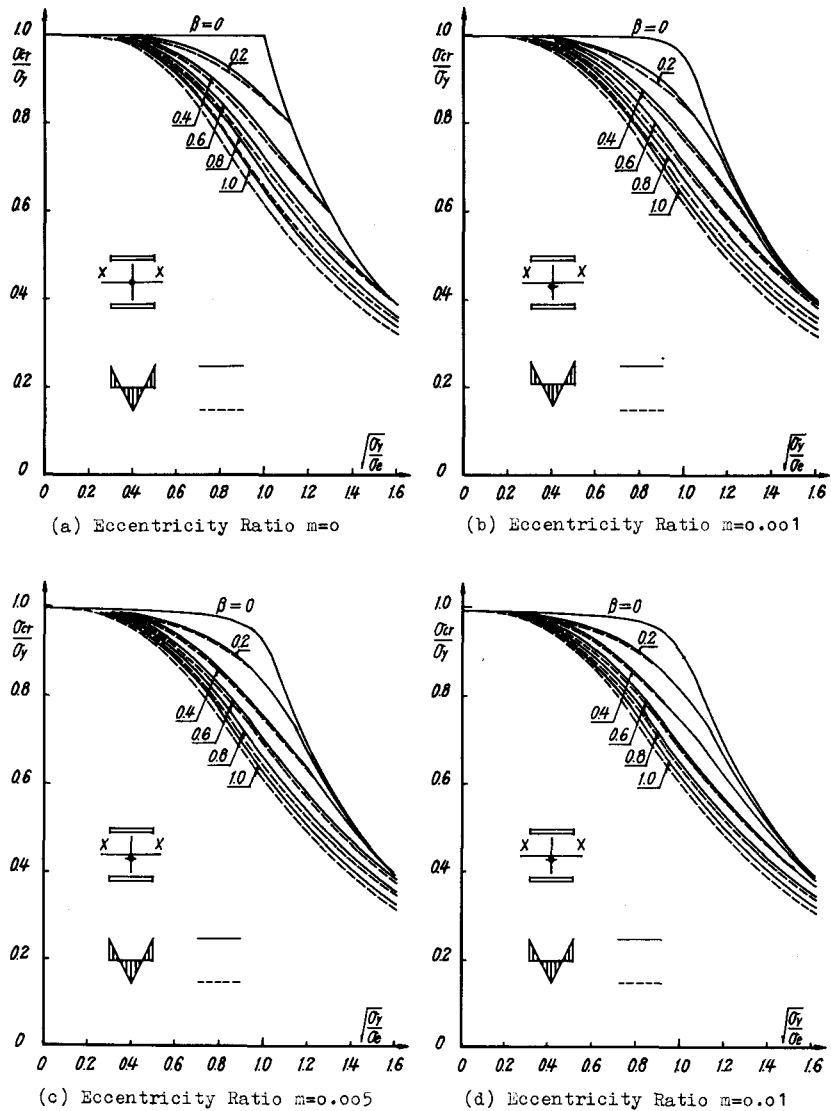


図-15 圧縮曲線

を受けない。図-16に歪度 γ を考慮することにより、中心および偏心圧縮柱の圧縮耐力がどの程度異なるかを示す。図の縦軸 r は歪度 γ を考慮して求めた柱の圧縮耐力が変形理論による圧縮耐力に比してどの程度高くなるかの割合を%で示したものである。中心圧縮柱の場合($m=0$)、 r の値は $\beta=1.0$ の場合で最大約6%であり、この量は偏心量が大きくなるほど、また残留応力の大きさが小さくなるほど小さくなる。影響量が大きいのは細長比 $\lambda=\sqrt{E/\sigma_y}$ を中心とした領域であり、最大値を示す点は偏心量にはあまり関係せず、残留応力が大きい程細長比の大きい側になる。また細長比が小さくなると歪度 γ の影響は急速に減少し、 $\sigma_r/\sigma_y=0.4$ 以下ではほとんどなくなっている。図-17にここで計算したような極めてわずかの偏心量をもつ偏心圧縮柱の圧縮耐力と中心圧縮柱のT.M.圧縮荷重の比較を示

す。縦軸とは T.M. 荷重に対する
中心および偏心
圧縮柱の座屈耐
力の耐力上昇率
を % で示したも
のである。偏心
率 $m = 0.001$ の
場合は短柱域を
除けば、残留耐
力が大きい場合、
偏心圧縮柱の座
屈耐力は T.M. 荷
重を上回り、
 $\beta = 1.0$ の場合
は最大約 5 % の
上昇を示す。荷
重の偏心が増大
するに従って
偏心圧縮柱の耐
力は小さくなり、
 $m = 0.01$ の場
合では $\beta = 1$ で
細長比の大きな
柱の場合に T.M.
荷重を越えるだ
けである。残留
耐力が小さい β
= 0.2 の場合に
は $m = 0.001$ と
いう極めてわず
かの偏心量の場
合でも座屈耐力
が T.M. 荷重を越
えることはない。

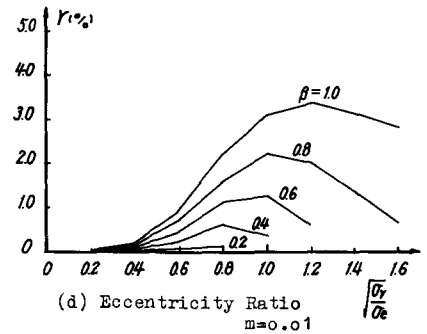
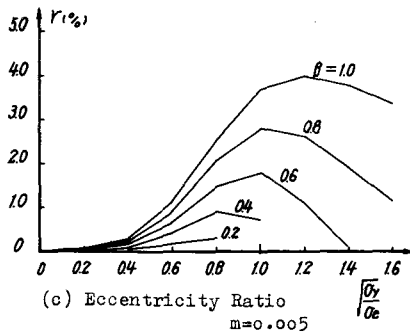
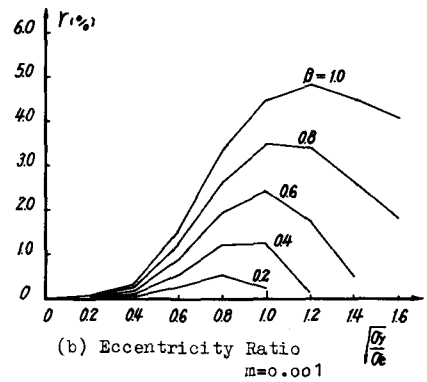
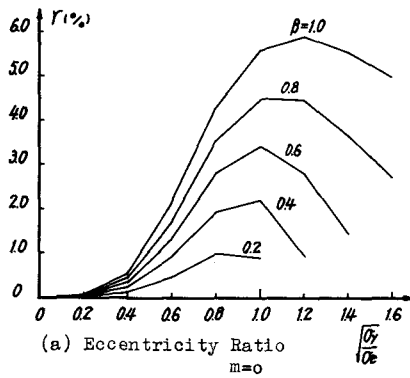


図-16 歪履歴の影響当量

す。縦軸とは T.M. 荷重に対する
中心および偏心
圧縮柱の座屈耐
力の耐力上昇率
を % で示したも
のである。偏心
率 $m = 0.001$ の
場合は短柱域を
除けば、残留耐
力が大きい場合、
偏心圧縮柱の耐
力は T.M. 荷
重を上回り、
 $\beta = 1.0$ の場合
は最大約 5 % の
上昇を示す。荷
重の偏心が増大
するに従って
偏心圧縮柱の耐
力は小さくなり、
 $m = 0.01$ の場
合では $\beta = 1$ で
細長比の大きな
柱の場合に T.M.
荷重を越えるだ
けである。残留
耐力が小さい β
= 0.2 の場合に
は $m = 0.001$ と
いう極めてわず
かの偏心量の場
合でも座屈耐力
が T.M. 荷重を越
えることはない。

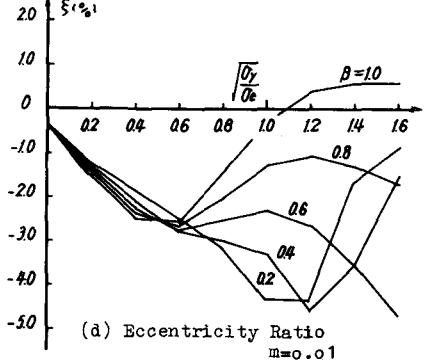
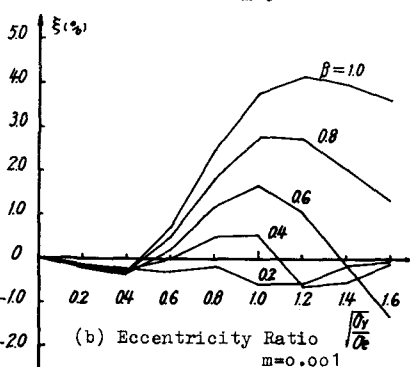
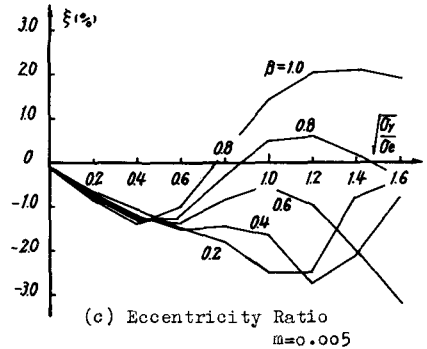
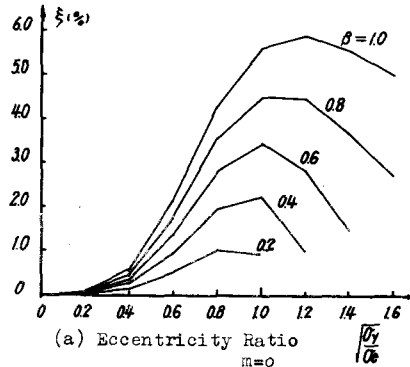


図-17

4. 結論

理想H形断面柱のフランジに残留応力が直線的に分布する場合について、偏心圧縮柱の座屈耐力式に Jeřek の略解法に基づいて求め、残留応力の大きさ、曲がの軸、偏心量と座屈耐力の関係について検討した。さらに Shanley モデルを用いて歪履歴を考慮することによりどの程度座屈耐力が上昇するか、また荷重の偏心を材の不完全性と考へた場合、偏心圧縮柱の耐力と中心圧縮柱の座屈荷重などのような関係にあるかを検討した結果、以下のことが明らかとなった。

1. 偏心圧縮柱の座屈耐力に及ぼす残留応力の影響は強軸(X軸)まわりの座屈に比して弱軸(Y軸)まわりの座屈の場合が大きく、前者の場合は細長比の小さい領域で急速に小さくなるが、後者の場合は比較的細長比の小さい領域までその影響がみられる。(図-13、14参照)
2. 残留応力の影響量は長柱域を除けば、偏心量が增大するほど少なくなる。また長柱域では偏心の小さい範囲で偏心量が大きくなるほど大きくなる。従つて影響量が最大となる実は、偏心量が大きくなるほど、また残留応力が大きくなるほど細長比の大きい側に移行する。(図-13、14参照)
3. 残留応力の影響量はほぼ残留応力の大きさに比例している。
4. 歪履歴の影響は中心圧縮柱の場合が最も大きく、残留応力の大きさや降伏耐力に等しい場合で最大約6%であり、偏心量が增大するほど、また残留応力が小さくなるほど小さくなる。また細長比が中程度の柱が最も大きく、細長比が小さくなるに急速に減少する。(図-16参照)
5. 歪履歴を考慮した偏心圧縮柱の座屈耐力が、中心圧縮柱の Tangent-Modulus 荷重を越えるのは、長柱および中程度の細長比の領域で、偏心量が極めて小さいで、残留応力が大きい場合のみである。荷重の偏心を現実の柱の不完全性と考へれば、細長比が大きいほど偏心量も増大するため、柱の耐力が T.M. 荷重を越えることは少ないものと考へられる。(図-17参照)

文献

1. Shanley, F.R., "Inelastic Column Theory", Jour. of Aero. Sciences, Vol. 14, May, 1947, pp. 261/268.
2. Huber, A.W., and Ketter, R.L., "The Influence of Residual Stresses on the Carrying Capacity of Eccentrically Loaded Columns", Publ. IABSE, XVIII, 1957.
3. Beedle L.S. and Tall L., "Basic Column Strength", Proc. ASCE, ST7, July, 1960, pp. 139/172.
4. Nagaraja Rao N.R., Estuar F.R. and Tall L., "Residual Stresses in Welded Shapes", Welding Jour., Vol. 43, July, 1964, pp. 3/14.
5. 若林実、辻文三、"残留応力をもつ理想断面柱の偏心圧縮座屈耐力について、その1", 日本建築学会論文報告集, 才179号, 昭和44年1月, pp. 25/34.
6. 山田稔、辻文三、"残留応力をもつ理想断面柱の偏心圧縮座屈耐力について、その2", 日本建築学会論文報告集, 才180号, 昭和44年2月, pp. 19/34.