

鋼柱の座屈強度のばらつきに関する研究

名古屋大学 ○ 青 木 徹 彦
名古屋大学 福 本 晴 士

1. はじめに

構造物の安全性を合理的に確保するためには、確率論的な立場にたつての作用荷重や構造強度の検討が必要とされるが、構造物およびその構成要素の強度特性と統計的に明らかにすることは、この安全性検討のための基本的な研究の第一歩となろう。

この研究は、構造用部材の一つとして鋼柱を取り上げ、その座屈荷重のばらつきの性質を明らかにしようとするものである。中心軸圧縮柱に対する研究は古くから行なわれていて、その座屈強度に対する設計式あるいは安全率は他の形式の座屈部材の基準として用いられることが多い。したがって、この分野の確率論的研究や、統計的データの蓄積は重要な意義をもっていると思われるが、弾性柱に対する研究は別として、実際に使用される弾塑性座屈柱に対する研究はまだ極めて少ないようである。文献1)、2)には過去20年間にわたってリーハイ大学で行なわれた実験結果をもとに、1)では鋼部材の降伏応力と残留応力のばらつきに関する研究と実験結果のヒストグラムが、また2)では鋼柱の座屈荷重に及ぼす残留応力と初期たわみのばらつきの影響が概説的に述べられている。

柱の座屈荷重に及ぼす要因には、残留応力と初期たわみの2つが主なものとして考えられてきている。ここでは座屈強度のばらつきに注目しているので、まずはじめに残留応力のばらつきが座屈荷重のばらつきにどのような関係があるかを調べた。残留応力の分布およびその大きさを知るには、直接柱断面内の残留応力を測定する方法があるが、座屈荷重との関係を明らかにする目的に対しては短柱実験による方が簡単で、かつ経済的であることが指摘されている。³⁾ 統計的データを得るために数多くの測定を行なうときには、一層短柱実験の方が有利になろう。本研究では短柱実験により、数多くの荷重と軸方向のひずみの関係を求め、これをもとにして残留応力の大きさとそのばらつきの程度を調べ、さらに座屈問題に拡張して、座屈荷重とそのばらつきの大きさを推定し、さらに残留応力分布およびそのばらつきと座屈強度との相関関係を明確にしたものである。なお、以下に述べる実験概要をまとめて表にすると次のようである。

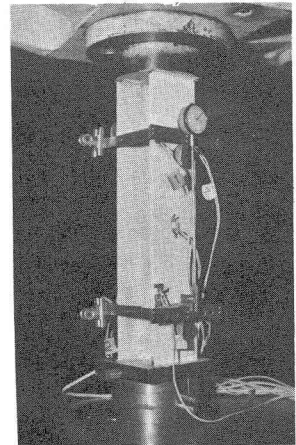


Photo. 1

表-1

(単位: 試験体本数)

	引張り 試験	短柱 試験	残留応力 測定	座 屈 試 験					計
				$l_k=80$	$l_k=90$	$l_k=100$	$l_k=118$	$l_k=120$	
圧延H形柱	45	30	15	15	15	15	15	—	150
溶接H形柱	30	35	15	35	35	63	—	35	248

2. 溶接H形短柱実験

実験に使用した柱は材質SS41の鋼板を溶接組立てしたH形断面柱(100×100×8×6)で、断面積の平均値は 22.0 cm^2 、弱軸まわりの断面2次モーメント $I_y = 134\text{ cm}^4$ 、断面の回転半径 $r_y = 2.47\text{ cm}$ 、溶接脚長は約9.6mmである。この断面の柱とあらかじめ $10\text{ mm} \times 42\text{ mm}$ を用意し、他の座屈試験柱とともに、取出し位置が不規則となるように割り付けた。このうち短柱実験用に35本を用意した。短柱試験は残留応力が存在するに充分な長さで、かつ座屈しない程度に短いことが必要であるが、今回の短柱ではその長さも $l = 50\text{ cm} \approx 20r_y$ とした。短柱の両端面はみがきガラスでその平面度をチェックし、平面でない場合はハンドクラインターとサンドペーパーで調整した。変位は柱の中央30cmの間をフランジ面表面上に $1/1000\text{ mm}$ 精度ダイヤルゲージ2個を用いて測定し、降伏荷重以降は $1/100\text{ mm}$ 精度のものに交換した。ひずみゲージは短柱設置時の検定用として、柱の両端から10cmの位置のフランジ上4隅に、またひずみ測定して柱中央フランジ上にいずれも弾性用箔ゲージと計10枚使用した。試験の様子を、Fig. 1, Photo. 1に示す。

載荷に先立ち、柱の設置には特に注意を払って行なった。まず降伏荷重の約1/4の荷重を加え、柱の上下端10cmの位置の4隅のセット検定用ゲージを読み、それぞれ上下で平均し、それらの値が全平均値の2~3%以内になるよう柱の下に設けた斜肉板の2枚を回転させて調整するという手段をくり返した。また端面が平均でない場合には薄い紙片を差込んで補った。測定は降伏荷重 P_y 近くまで等間隔に約15点とり、降伏荷重に近づいてからは荷重と P_y の0.01~0.03づつ上昇させた。またこの時、試験機のcross-headに取付けた $1/1000\text{ mm}$ 精度ダイヤルゲージを見ながら油送り弁を静かに閉じ、ひずみ速度($\dot{\epsilon}$)が 1 mm/mm/sec 以下となる点で測定を行い、ひずみ速度による荷重の変動誤差を制限した。塑性流動域に入ってから $\dot{\epsilon}$ を $1 \sim 2\text{ mm/mm/sec}$ 以下を基準とし、4~5点も、またひずみ硬化域でも同じ $\dot{\epsilon}$ の基準で5~6点と測定した。短柱試験による測定項目は、応力-ひずみ関係、ヤング率 E 、降伏応力 σ_y 、硬化開始ひずみ ϵ_{st} 、硬化弾性係数 E_{st} 、最大応力 σ_{ult} などである。

3. 溶接組立H形柱の実験結果

短柱に加えた荷重が降伏荷重の約1/2に達した時、フランジ端から中央部にかけて、柱軸に直角方向にすべり線の入るのが観察されたが、フランジ中央部では降伏荷重に達してもすべり線は見られなかった。これはフランジ断面幅の中央部に沿ってかなり大きな引張り残留応力が存在しているためと思われる。実験によって得られた各測定項目について平均値を求めると次のようになった。(1)内は変動係数である。

$$E = 2.12 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 (0.029) \quad , \quad E_{st} = 0.0301 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 (0.228) \quad , \quad E_{st} = 1.29\% (0.236)$$

$$\sigma_y = 3101 \text{ kg/cm}^2 (0.034) \quad , \quad \sigma_{ult} = 3526 \text{ kg/cm}^2 (0.028)$$

なお、応力などの計算に用いた断面積の値は断面寸法より計算した各断面積の値を30本について平均した値 22.0 cm^2 を用いた。おのおのの試験体について荷重とひずみ、および変位の測定値から応力-ひずみ関係を求め、さらに応力-接線弾性係数($\sigma - E_t$)を求めたが、ダイヤルゲージによる変位測定からの E_t の値とひずみゲージによるものとの間にはほとんど差がなかった。

短柱試験の最大の利点は実断面についての $\sigma-E_c$ 関係が得られることである。 $\sigma-E_c$ 関係が求まれば、これから接線係数座屈荷重は容易に求めることができる。 $\sigma-E_c$ 関係と座屈荷重との関係も明確にするため、実験によって得られた $\sigma-E_c$ 曲線は Fig. 2 のように縦軸を $\sigma/\bar{\sigma}_y$ で、横軸を $E/E_c \cdot I_e/I$ で無次元表示した。ここに $\bar{\sigma}_y$ は降伏応力の平均値、 E はヤング係数の平均値、 I は注目している軸まわりの断面二次モーメント、 I_e は部分降伏した断面の弾性部分に対する断面二次モーメントである。この表示によって、柱断面の強、弱軸まわりに無関係に、同一の無次元細長比に対する応力-接線弾性係数関係も定めることができる。すなわち、柱の接線係数座屈荷重はよく知られているように式 (1) で表わすことができるが、

$$\sigma_{cr} = \pi^2 E_c / (\ell/r)^2 \quad (1)$$

座屈応力 σ_{cr} を降伏応力の平均値 $\bar{\sigma}_y$ で、細長比 ℓ/r を $\bar{\sigma}_y$ 、およびヤング係数の測定値の平均値 E で無次元化すると、

$$\begin{aligned} \sigma_{cr} / \bar{\sigma}_y &= (E/E_c \cdot I_e/I) / \left\{ (\ell/r) \cdot 1/\pi \cdot \sqrt{\bar{\sigma}_y/E} \right\}^2 \\ \sigma_{cr}' &= E/E_c \cdot I_e/I / \lambda'^2 = 1/\lambda'^2 \cdot k \end{aligned} \quad (2)$$

ここに $\sigma_{cr}' = \sigma_{cr} / \bar{\sigma}_y$ 、 $\lambda' = (\ell/r) \cdot 1/\pi \cdot \sqrt{\bar{\sigma}_y/E}$ 、 $k = E/E_c \cdot I_e/I$ で、式 (2) は Fig. 2 の直線も示している。したがって $\sigma-E_c$ 関係が図の座標のように $(\sigma/\bar{\sigma}_y) - (E/E_c \cdot I_e/I)$ 関係で得られていれば、この曲線と式 (2) の直線との交点が座屈荷重となる。 k は断面の強軸 (XX) まわりと弱軸 (YY) まわりとで異なり、柱の断面がフランジ部分だけから構成されているとすると次の式のように表わされる。

$$k|_{xx} = \frac{E}{E_c} \cdot \frac{I_e}{I} = \frac{E}{E_c} \cdot \frac{E_c}{E} = \frac{E_c}{E} \quad (3)$$

$$k|_{yy} = \frac{E}{E_c} \cdot \frac{I_e}{I} = \left(\frac{E_c}{E} \right)^3 \cdot \frac{E}{E_c} \quad (4)$$

なお、式 (3) から明らかなように強軸の場合に k は単に E_c を E で無次元化したものにほかならない。

33 本の短柱実験から得られた $\sigma-E_c$ 関係を上述のように σ を $\bar{\sigma}_y$ で、 E_c を式 (3)、(4) に従って無次元化し、それらの平均値 (m)、および平均値から標準偏差を引いた値 ($m-s$) を求め図示すると Fig. 3(a) が得られた。同図の強軸に対する m 曲線は $\sigma/\bar{\sigma}_y = 0.6$ で E_c/E が約 0.5 に低下しており、圧縮残留応力の大きいことが予想される。また、強軸に対する曲線と弱軸の曲線とを比較すると、弱軸まわりの応力の低下が著しい。Fig. 3(b) は、同図 (a) より求めた座屈曲線である。強軸、弱軸とも平均値 (m) 曲線は下に凸の曲線となっており、両者の差は $\lambda' = 0.5$ あたりで最も大きい。座屈曲線の下方に示したのは座屈応力の変動曲線 ($\omega_{cr} = s/m$) で、弱軸まわりでは最大約 17%、強軸まわりでは最大約 12% の変動がある。細長比に対する変動係数曲線も強、弱軸まわりで異った様相を呈していて、 $\lambda' = 0.4 \sim 0.9$ の間では弱軸まわりの変動は強軸まわりの変動よりも 2 倍以上も大きい。

4. 圧延H形柱の実験結果⁵⁾

断面寸法および材質(SS41)が溶接H形柱と等しいような圧延H形鋼柱について、同様の方法で短柱実験を行なった。さらに $l/r = 60, 80, 100, 118$ に対して各15本づつの座屈実験を行なった。短柱試験による各測定項目ごとに基準化したヒストグラムを描くとFig. 5のようになった。図中、 N = データ個数、 M = 平均値、 S = 標準偏差、 H = ヒストグラムの幅である。

Fig. 4はFig. 3と同様、短柱実験から得られた応力-接線弾性係数関係を整理したものである。同図中の枝も付けた○印は座屈実験結果であり、短柱実験による推定値は座屈応力の平均値、およびその変動係数とよく一致していることがわかる。

5. 短柱試験結果と残留応力分布

短柱試験によって σ - ϵ 関係あるいは σ - E_t (または $\sigma/\sigma_y - E_t/E$) 関係が得られているとき、フランジ内の残留応力分布の形状を調べてみよう。一般にH形断面柱の座屈強度は本質的にフランジ剛性により決まり⁴⁾、フランジ内の残留応力の形状が座屈強度にはとんどの影響を与える。短柱実験から得られた σ - E_t 関係にはウェブの影響も入っているが、いまはこれを無視し、柱は幅 b 、厚さ t のフランジだけから構成されているとする。この板の中に、Fig. 6(a)のような残留応力に対応する初期ひずみがフランジ幅方向 x/b の関数 $\epsilon_r = \epsilon_r(x/b)$ で与えられているとする。Fig. 6(b)は同図(a)に対応する応力-ひずみ関係である。いま、最大残留圧縮ひずみを ϵ_{rc} ⁽⁴⁾、最大残留引張りひずみを ϵ_{rt} ⁽⁴⁾、降伏ひずみを ϵ_y とするとき、 ϵ_1, ϵ_2 を次式のように定める。

$$\epsilon_1 = \epsilon_y - \epsilon_{rc} \quad , \quad \epsilon_2 = \epsilon_y - \epsilon_{rt} \quad (5)$$

一方、外力 P によって、断面が一樣に ϵ の圧縮ひずみを受けているとすると、断面の平均応力 $\sigma = P/A$ は次式(6)によって求まる。

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{A} \left(\int_A E \cdot \epsilon dA - \int_{A_p} E \cdot \epsilon_p dA_p \right) \\ &= E \left\{ \epsilon - \int_0^{\tau} \epsilon_p(\tau/b) d(\tau/b) \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 A : 断面積、 A_p : 塑性部分の面積、 ϵ_p : 外力による塑性ひずみ $\epsilon_p = \epsilon_r(\tau/b) + \epsilon - \epsilon_y$ 、 τ : 外力ひずみ ϵ によって部分降伏した板の弾性幅の全幅 b に対する割合である。いま $\epsilon_x = \epsilon - \epsilon_1$ とおき、残留応力ひずみの形状が $\epsilon_r = \epsilon_r(\tau/b)$ の逆関数 $\beta = \beta(\epsilon_x)$ で与えられているとすると、式(6)は次式(7)の形となる。

$$\sigma = E \left\{ \epsilon - \int_{\epsilon_1}^{\epsilon} \beta(\epsilon_x) d\epsilon_x \right\} \quad (7)$$

式(7)を ϵ_x で微分し、接線弾性係数を求めると

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\epsilon} = E \{ 1 - \beta(\epsilon) \} = E \{ 1 - (1 - \tau) \} = E\tau \quad (8)$$

すなわち、Fig. 6(a)の弾性幅比では残留応力分布の形状によらず無次元化した接線弾性係数 E_t/E

と表わしている。したがって、残留応力分布の形をただけで外力による一様圧縮ひずみ ε と接線弾性係数 τ との関係($\varepsilon-\tau$)を直ちに知ることができる。

短柱試験によって $\sigma-\varepsilon$ 関係がデータとして得られておれば、それから応力-接線弾性係数($\sigma-\tau$)関係を求め、さらにひずみ-接線弾性係数($\varepsilon-\tau$)関係を求めることは容易であるから、フランジ内の残留応力分布は簡単に得られることになる。

さらに、フランジ内の残留応力(ひずみ)分布にFig.7のように応力-ひずみ関係を描けば、その交点の応力は無次元細長比 $\lambda'=1$ の座屈荷重を与える。Fig.8は前節までに述べた溶接短柱実験結果をもとに($\varepsilon-\tau$)関係、すなわちフランジ内の残留応力分布を推定した図である。図中の m 、 $m-s$ はFig.3(a)の m 、 $m-s$ に対応している。

6. むすび

溶接組立部材に対して求めたFig.3の結果と圧延H形部材に対して求めたFig.4の結果と比較してみると次のようなことがわかる。

- (1) 接線係数($\sigma'-\tau$)曲線のうち、平均値を示す曲線は溶接の方が圧延に比べてかなり低めにできており、弾性限も低下している。
- (2) 接線係数曲線のうち、弱軸まわりの曲線と強軸まわりの曲線とは溶接の方に大きな開きが見られる。
- (3) 座屈強度曲線は溶接の方で低下が著しく、また弱軸まわりと強軸まわりの座屈強度には大きな開きがある。
- (4) 座屈強度のばらつきを示す変動係数曲線の形状、および最大値に対しても溶接と圧延とでは大きな差があるようである。溶接材の変動係数の最大値は強軸まわりで約12%、弱軸まわりで約17%、それに対する圧延材の値はそれぞれ約3%、5.4%であったから、溶接材の変動係数は圧延材の3~4倍も大きいことがわかる。
- (5) 座屈荷重の変動係数を強軸、弱軸の別で見ると、溶接材では $\lambda'=0.4\sim0.9$ の間で弱軸まわりの変動が強軸まわりの2倍以上も大きく、圧延材でも細長比のほぼ全域にわたって弱軸まわりの変動が強軸の約2倍となっている。これらの注目すべき事実から、H形柱の座屈強度に対する設計基本式、あるいは安全率を合理的に定めようとするならば、注目する座屈軸によって取扱いをかえる必要があろう。
- (6) 圧延材について行なわれた座屈実験と短柱実験との比較から、短柱実験は座屈荷重の平均値と推定できるばかりでなく、そのばらつきを知る上にも有効な方法として利用できることがわかった。⁵⁾ さらに短柱試験によって得られた応力-接線弾性係数関係から容易にフランジ内の残留応力分布を知ることができる。また、フランジ内の残留応力分布の形状は外力による作用ひずみと接線弾性係数($\tau = E\varepsilon/E$)との関係($\varepsilon-\tau$)を表わしていることがわかった。

<参考文献>

- 1) L. Tall, G. A. Alpsten: On the Scatter in Yield Strength and Residual Stresses in Steel Members, Symposium On Concepts of Safety of Structures and Methods of

Design, Final Report, London, 1969.

2) L. Tall, G.A. Alpsten: Prediction of Behavior of Steel Columns Under Load, Symposium On Concepts of Safety of Structures and Methods of Design, Final Report, London, 1969.

3) A.W. Huber and L.S. Beedle: Residual Stress and the Compressive Strength of Steel, The Welding Journal Research Supplement, 1954.12.

4) 福本 勝士, 西野 文雄訳: 鋼構造部材と骨組 — 強度と設計 — p207

5) 青木 徹彦, 福本 勝士: 鋼柱の座屈強度のばらつきに関する研究 — 残留応力分布による影響 —, 土木学会論文報告集 投稿中

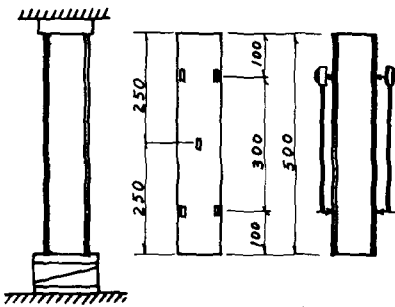


Fig. 1 Details of Stub Column Test

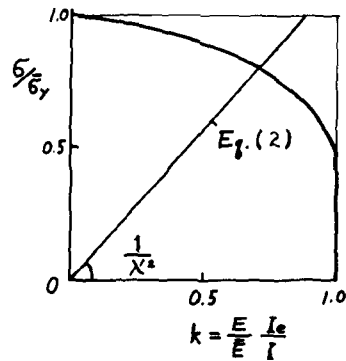


Fig. 2 Nondimensioning of Stress-Tangent Modulus Relationship

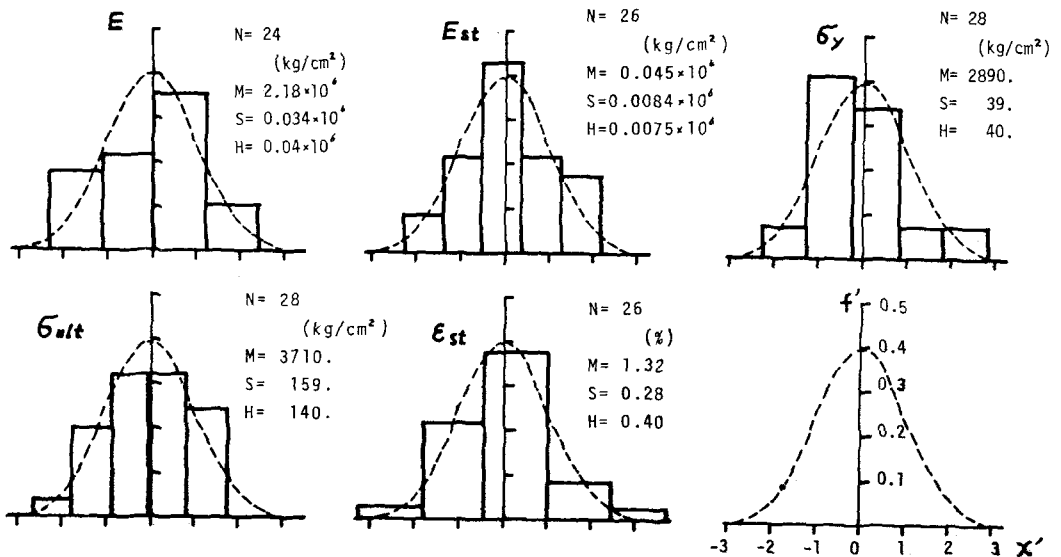


Fig. 5 Normalized Histogram of Stub Column Test(Rolled).

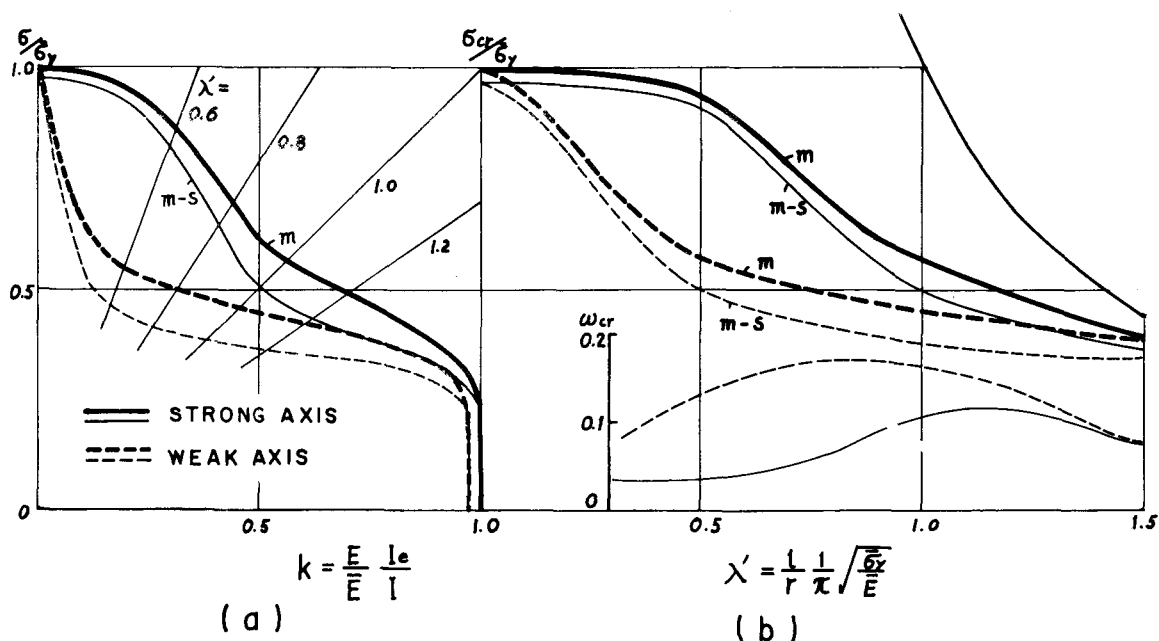


Fig.3 Stress-Tangent Modulus Relationship from Stub Column Test and Construction of Column Curves and Coefficient of Variation Curves (Welded).

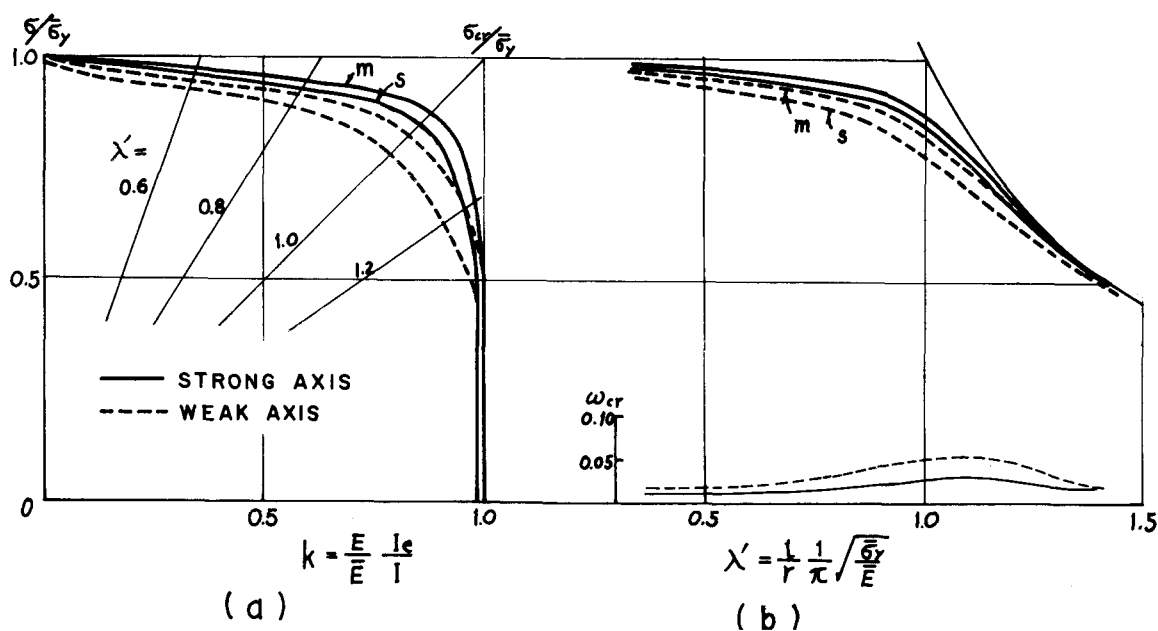


Fig. 4 Stress- Tangent Modulus Relationship from Stub Column Test and Construction of Column Curves and Coefficient of Variation Curves (Rolled)

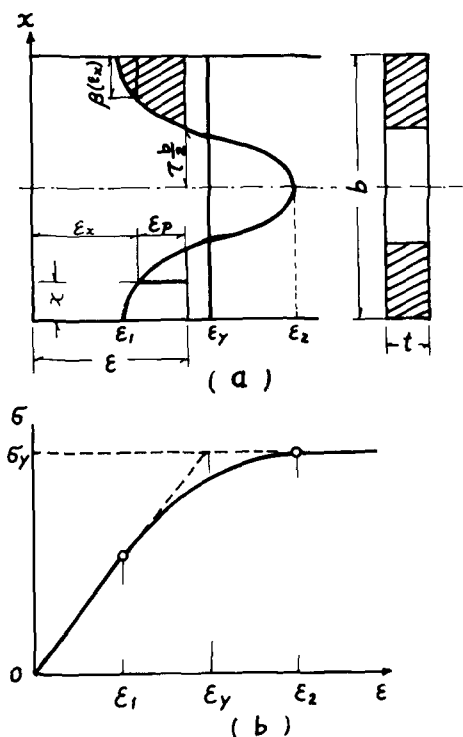


Fig. 6 Typical Residual Stress Pattern in Flange

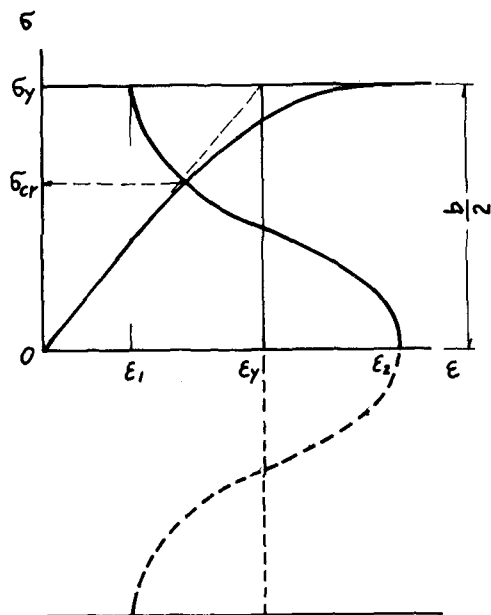


Fig. 7 Relationship between Residual Stress Distribution and Buckling Stress for $\lambda' = 1$.

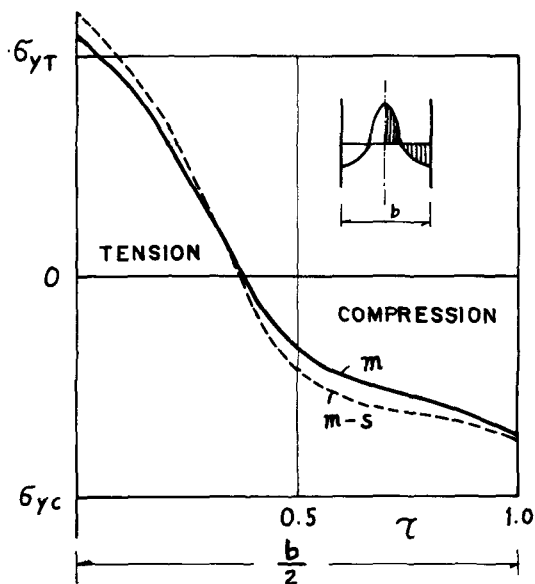


Fig. 8 Calculated Residual Stress Distribution from Stub Column Test Results.