

金沢大学 吉田 博
金沢大学 ○西田 進

1. 緒言

鋼構造物の塑性設計においては、崩壊荷重に達するまでの各部材の変形容量は十分に大きく、塑性ヒンジの形成によりその断面での断面力が減少することなく、断面力の再配分が行われるという仮定がなされ、そのための各種の条件の検討が行われてきた。しかし、軸方向力と曲げモーメントを受けるはり一柱の安定性に対する研究が数多くなされてきたが、設計条件としてとり入れるまでには至っていないようである。はり一柱の強度を決定する要素としては、超過曲げ、局部座屈、オ일러座屈、曲げねじれ座屈がある。本研究では、広巾H型钢材の強度と左右する曲げねじれ座屈について検討を行った。よく用いられる細長比のはり一柱の曲げねじれ座屈は部材の一部が塑性域に入った後においては、部材が弾塑性状態にある場合、部材断面の各種剛性は全断面弾性域に比して、いちじるしく減少する。各種断面剛性の減少は部材の応力分布に大きく依存し、この応力分布形状は断面製作の際導入される残留応力と軸方向力と曲げによる応力の重ね合せとして表される。したがって、はり一柱の曲げねじれ座屈強度に部材の残留応力分布形状が大きく影響するものと考えられ、この影響の程度の検討を行った。解析の方法としては、まず曲げねじれに関する各種断面係数の計算法を示し、次にこの各種断面係数は全断面有効の場合の値を無次元化する事により、広巾H型钢の断面寸法といかにかわからずほぼ同じ値をとる。したがって、これを近似曲線におきかえ、横ねじれ座屈強度の計算を行うことが可能となる。このようにして、横ねじれ座屈強度を計算することにより、残留応力分布と断面の塑性化による剛性の低下を考慮した精度のよい設計式が導き出されるものと思われる。本報告は、この設計式と導き出す第一段階を報告するものである。

2. 用いた仮定

はり一柱の曲げねじれ座屈強度の解析にあたり、次のような仮定を用いた。

1. 応力とヒズミは図-1に示すような完全弾塑性性状を示すものとする。
2. 軸圧縮力は、はり一柱断面の重心に作用し、断面は全長にわたって一様であるとする。
3. 横断面形は図-2示すように、フランジ巾 b 、部材高さ d 、フランジ厚 t_f 、ウェブ厚 w とし座屈後もその断面形状を保つものとする。
4. 部材は図-2に示すように初期変形がなく、座屈まで真直である。
5. 断面には圧延による残留応力、あるいは溶接による残留応

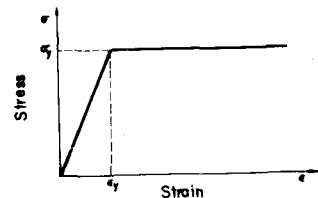


図-1 応力-ヒズミ曲線

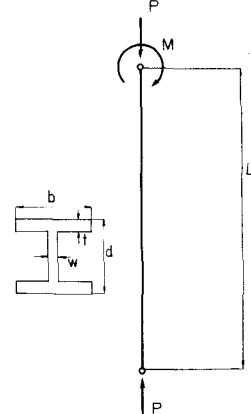


図-2 解析モデル

力が初期応力として、図-3に示すように理想化された形で分布しており、全長にわたって同様である。

6. 断面の塑性域は常に真荷状態とし、座屈時におけるヒズミの反転は生じないものとする。

残留応力と一様軸圧縮力と曲げによる応力の和が材料の降伏応力 σ_y に達すると、その部分では断面は塑性域に入る。このため、断面には弾性域と塑性域が共存する事となり、弾塑性座屈において弾性域は弾性論より得られる断面係数と、塑性域は塑性論より得られる係数を用いなければならない。

3. 各種断面係数

図-2に示す、はり-柱の Y 軸および Z 軸回りのつり合い条件式は次のようになる。

$$\begin{aligned} B_y U^{IV} + P \cdot U'' + M_z \varphi'' + 2 \cdot M_z' \varphi' + P y_0 \varphi' &= 0 \\ C_w \varphi^{IV} - (C_T + \bar{K}) \varphi'' - \bar{K}' \varphi' + M_z U'' + P y_0 U'' &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 M_z は Z 軸における撓曲回りの曲げモーメント、 B_y は弱軸まわりの曲げ剛性、 C_w はそり剛性、 C_T はSt. Venantのねじれ剛性、 $\bar{K}$ はSt. Venantのねじれ剛性の還元項として考えられるものを $\bar{K} = \int_A \sigma \alpha^2 dA$ である。 U はせん断中心の横変位、 φ はねじれ角、 y_0 は断面重心より、せん断中心までの距離である。式-(1)における各種断面係数は断面全域が弾性域であれば定数であり、断面が弾塑性域であればB.P. Richが提案した断面分割法を適用して求めることができる。この断面分割法の手順としては、図-4に示すように断面を微小の矩形要素に分割し分割によって得た断面の面積と ΔA とする。各要素のヒズミは残留応力によるヒズミ ϵ_r 、軸力による全断面の一定ヒズミ ϵ_p 、曲率によるヒズミ ϵ_ϕ の和として表される。ヒズミが求まれば図-1より応力が求まる。軸方向力のつり合いより $P = \sum \sigma_i \Delta A$ となるように ϵ_p を繰り返して計算を行なうことにより ϵ_p が定められ、 $M = \sum \sigma_i y_i \Delta A$ としてモーメントが求まる。

同様に各分割要素の応力およびヒズミが求まれば各断面係数も以下の方法によって求めることができる。

ただし、断面は二軸対称H型断面とする。

B_y 値

非弾性座屈計算において、座屈時の断面の剛性を求めるのに非線形弾性係数理論を用いると

$$B_y = E \cdot I_{ye} \quad (2)$$

となり、断面の弾性部分のみが曲げに対し有効に作用する。ゆえに式-(2)は

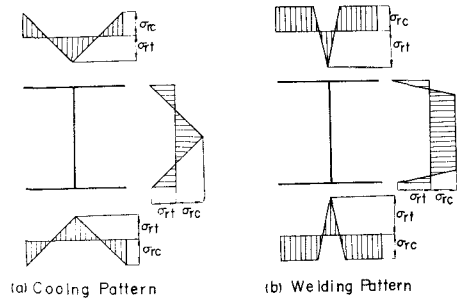


図-3 理想残留応力分布

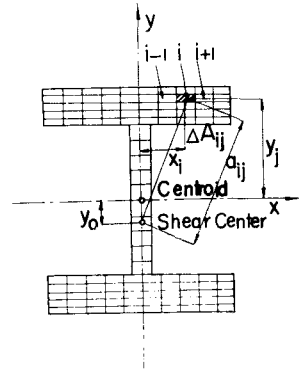


図-4 断面分割法

$$B_y = E \int_{Ae} x_i^2 dA = E \cdot \sum x_i^2 \cdot h(\sigma_y - \sigma_i) \Delta A \quad (3)$$

となる。ここに x_i は y 軸から各要素重心までの距離であり、 h は Heviside の Unit State Function であり、 $\eta \leq 0$ に対し $h(\eta) = 0$ ととり、 $\eta > 0$ に対し $h(\eta) = 1$ とする関数である。

C_w 値と y_0 値

C_w 値は B_y 値と同様接線弾性係数理論によると

$$C_w = E \cdot I_w e \quad (4)$$

となり、断面の弾性部分のみを包摂しねじれに対し有効に作用する。 y_0 は断面弾性部重心とせん断中心との距離であり、全断面弾性域な場合は 0 となる。最も一般的な降伏状態と（マシンのものを考えられる）。

i) 上下フランジとも完全に降伏していない場合

$$C_w = E(d-t)^2 \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \quad y_0 = \frac{e_2 I_2 - e_1 I_1}{I_1 + I_2} \quad (5)$$

ここに、 I_1, I_2 は上部および下部フランジの断面 2 次モーメントを示し、式 (2) と同様にして求める。 e_1, e_2 は断面弾性部重心から上部および下部フランジまでの距離を示す。

ii) いずれかのフランジが完全に降伏した場合

$$C_w = 0 \quad y_0 = \pm \frac{d-t}{2} \quad (6)$$

$C_T + \bar{K}$ の値

等価ねじれ剛性 $C_T + \bar{K}$ における $\bar{K}$ は St. Venant のねじれ剛性の還元項として考えられる。等価断面の St. Venant のねじれ剛性は次のようになる。

$$C_T = G \int \frac{t^3}{3} ds \quad (7)$$

ここに G はせん断弾性係数である。ねじれ座圧により生じる、塑性域におけるせん断応力とせん断ヒミの関係は塑性流れ理論によれば $d\epsilon = G d\gamma$ となり、断面のねじれ剛性は全断面有効に弾性挙動を示す。したがって等価ねじれ剛性は

$$C_T + \bar{K} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left\{ \frac{2}{3} h t^3 + \frac{1}{3} (d-t) w^3 \right\} = \sum \sigma_i A_i^2 dA \quad (8)$$

となる。ここに σ_i は i 番目要素の応力であり、 A_i はせん断中心より i 番目要素重心までの距離である。一方、塑性変形理論によれば塑性域における座圧時のせん断応力-せん断ヒミ関係は

$$d\epsilon = E K d\gamma \quad \text{ここに} \quad K = \frac{1}{2 + 2\nu + 3\left(\frac{E}{E_y} - 1\right)} \quad (9)$$

となる。故に、St. Venant のねじれ剛性は

$$C_T = \frac{E}{2(1+\nu)} \int_{A_c} \frac{t^3}{3} ds + E \int_{A_p} K \frac{t^3}{3} ds = \frac{E}{3N} \{ 2bt^3 + (d-t)w^3 \} \Sigma \left\{ \frac{h(\epsilon_y - \epsilon_i)}{2(1+\nu)} + \frac{h(\epsilon_i - \epsilon_y)}{2\nu - 1 + 3\frac{\epsilon_i}{\epsilon_y}} \right\} \quad (10)$$

とびる。ここにNは矩形要素総数である。

4. 各種断面の数値計算およびその近似

各種断面係数の計算例として、米国において標準的断面である14WF, 12WF, 10WF, 8WFの断面を選び曲げねじれ座屈強度に大きく影響すると思われるフランジ面積/ウェブ面積, 形状係数, 強軸方向の断面2次半径/弱軸方向の断面2次半径の分布と求め表-1の結果を得た。これより平均値, 標準偏差と考慮して代表的断面, 14WF74, 14WF136, 14WF219, の三断面を選び出し, 曲げねじれに関する各種断面係数を計算したのが図-5から図-10である。

Table 1

	14WF	12WF	10WF	8WF	Section
	Mean				Deviation
A_f/A_w	1.766				0.258
f	1.135				0.031
R_x/R_y	1.861				0.358

ここにaケースは圧延による残留応力が存在する場合 $\sigma_R = 0.3\sigma_y$, $\sigma_R = \sigma_c$ をとった。bケースは溶接による残留応力が存在する場合 $\sigma_R = 0.3\sigma_y$, $\sigma_R = \sigma_y$, $\sigma_y = 33\text{ksi}$, $E = 30000\text{Ksi}$ をとった。軸力としては, $P=0.0$, $P=0.4P_y$ の二ケースをとった。

各種断面係数の近似曲線として圧延による残留応力が存在する場合は, Table2, 図-11のようにとり, 溶接による残留応力の存在する場合は, Table3, 図-12のようにとった。

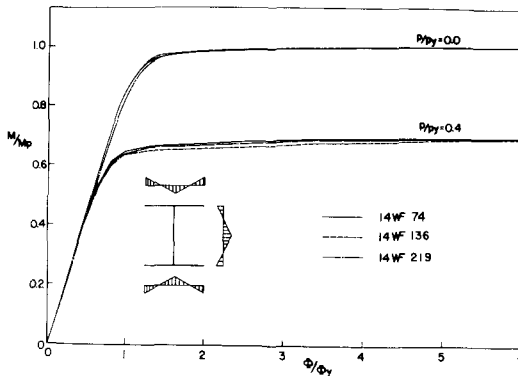


図-5 $M/M_p - \phi/\phi_y$ 曲線 (a)

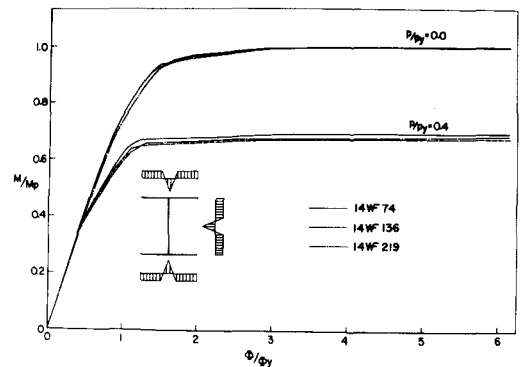


図-5 $M/M_p - \phi/\phi_y$ 曲線 (b)

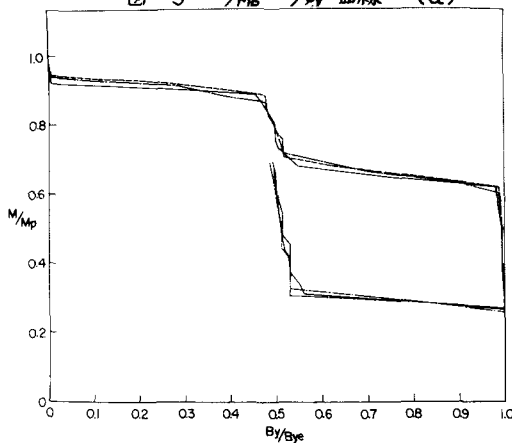


図-6 $M/M_p - B_y/B_{ye}$ 曲線 (a)

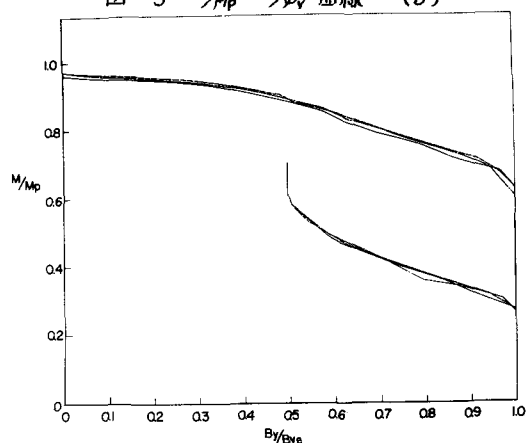


図-6 $M/M_p - B_y/B_{ye}$ 曲線 (b)

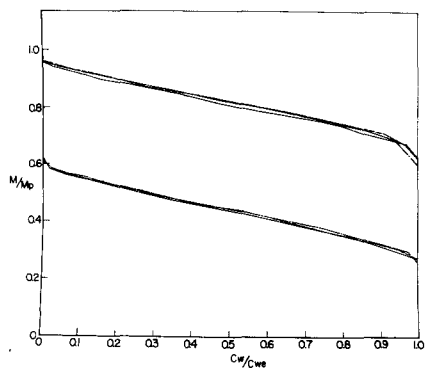


图-7 $M/M_0 - c_0/c_{0e}$ 曲线 (a)

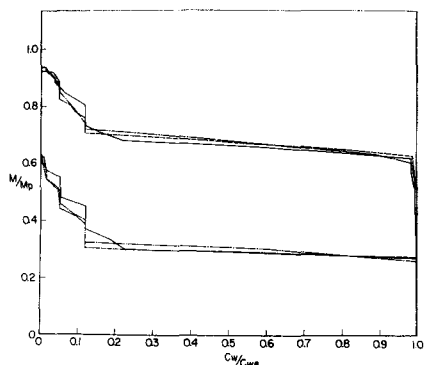


图-7 $M/M_0 - c_0/c_{0e}$ 曲线 (b)

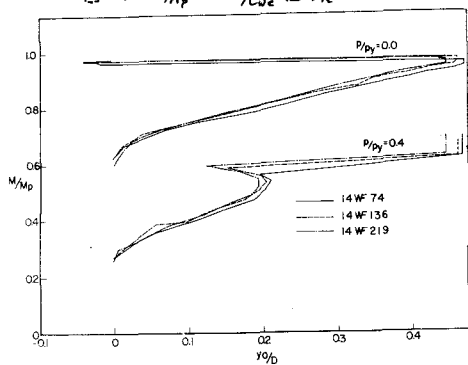


图-8 $M/M_0 - v_0/v_0$ 曲线 (a)

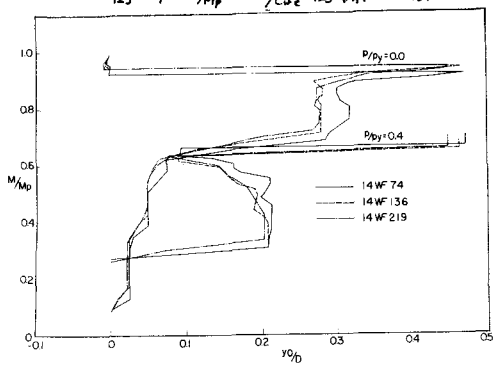


图-8 $M/M_0 - v_0/v_0$ 曲线 (b)

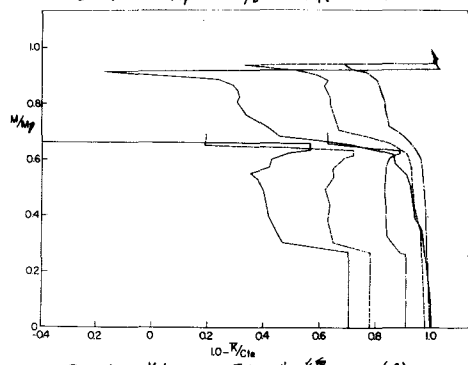


图-9 $M/M_0 - 1.0 - F/c_{te}$ 曲线 (a)

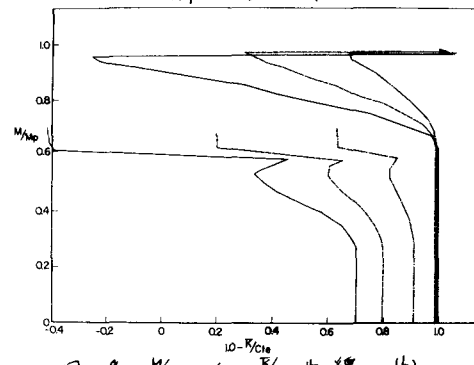


图-9 $M/M_0 - 1.0 - F/c_{te}$ 曲线 (b)

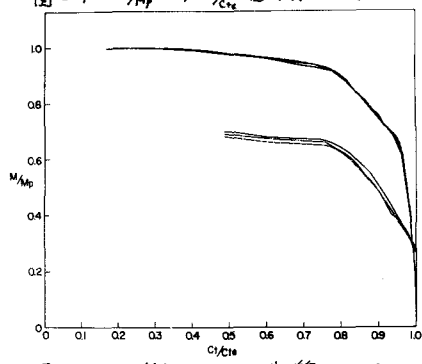


图-10 $M/M_0 - c/c_{te}$ 曲线 (a)

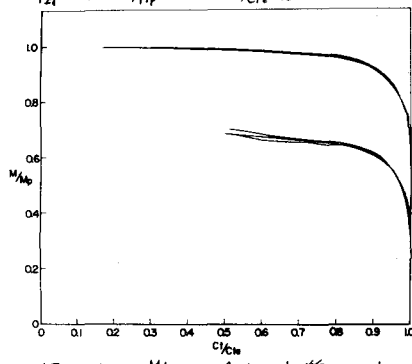


图-10 $M/M_0 - c/c_{te}$ 曲线 (b)

ここにサフィクス i は全断面弾性域のときの値を示し、 h は差分長、 $-(\text{bar})$ につけて値は負値における値を全断面有効な場合の値を無次元化したことを示す。式-(11)と境界条件を考慮してMatrix表示したものを $[A]\{y\}=0$ とすると $\text{Det}[A]=0$ とするものが求める座屈強度である。

b) 柱にわみ曲線

曲げねじれ座屈解析における軸力とたわみによる曲げモーメント増分を強軸方向のたわみの影響として考慮すると図-2に示す、はり-柱の曲げモーメントは直線的に変化しない、この関係は柱-たわみ曲線(CDC)を用いて容易に解析することができ、図-2の断面形に対し、所定の軸力 P と端勾配 θ_0 を与えれば、柱たわみ曲線は図-3を用いて繰り返し計算を行なうことによりえられる。

$$\begin{aligned} M_i &= \frac{PQ_0R}{2} & U_j &= RQ_j - \frac{R^2\Phi_j}{2} \\ Q_j &= Q_0 - R\Phi_j \\ M_i &= PU_{i-1} + \frac{PQ_{i-1}R}{2} \\ U_i &= U_{i-1} + RQ_{i-1} - \frac{R^2\Phi_i}{2} \\ Q_i &= Q_{i-1} - R\Phi_i \end{aligned} \quad (1)$$

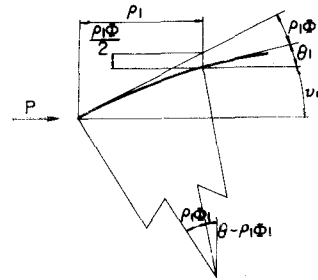


図-13 CDCの積分法

ここに M_i, U_i, Q_i, R_i はそれぞれ要素のそれぞれの平均モーメント、たわみ、たわみ角、微分区間距離、平均曲率を表す。なお表は3章“各種断面係数”において求めた弾塑性域におけるM-変関係を用いて求めることができる。図-14は柱たわみ曲線の例として8WF31部材に溶接による残留応力が存在し、軸方向力 P として $0.4P_y$ が作用する場合のものである。

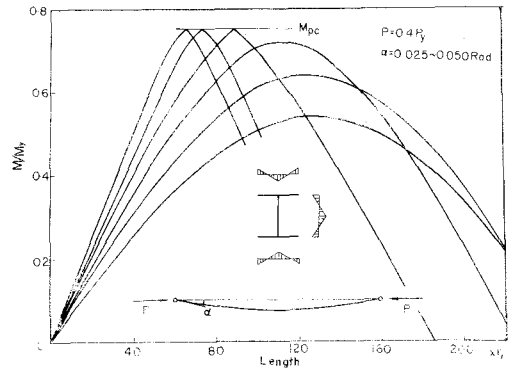


図-14 CDC曲線 (圧延)

この柱たわみ曲線より得られた曲げモーメントを差分法による式-(11)に代入し $\text{Det}[A]=0$ とするものがたわみの影響を考慮した座屈荷重である。

6. 計算例

米国標準断面である8WF31 Sectionを用いて計算を行った。図-16は残留応力による座屈強度の差異を示したもので、実線は圧延によるもの、点線は溶接によるものである。図-17は強軸方向のたわみの影響を示したもので実線は考慮しないもの、点線は考慮したものである。図-15は各種断面係数と直線近似したものとし、点線は考慮しないものとの差異を示したものである。

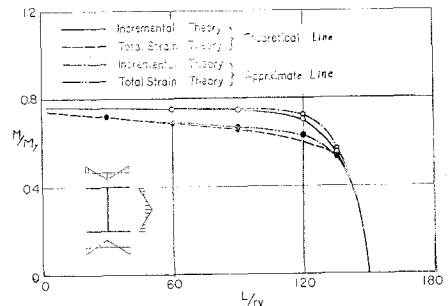


図-15 曲げねじれ座屈強度

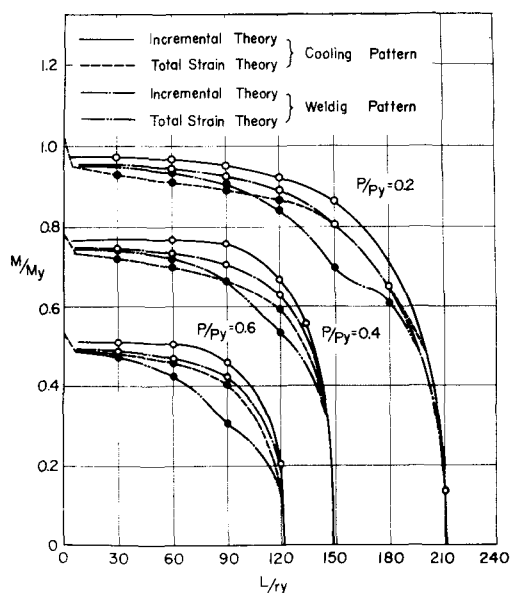


図-16 曲げねじれ座屈強度

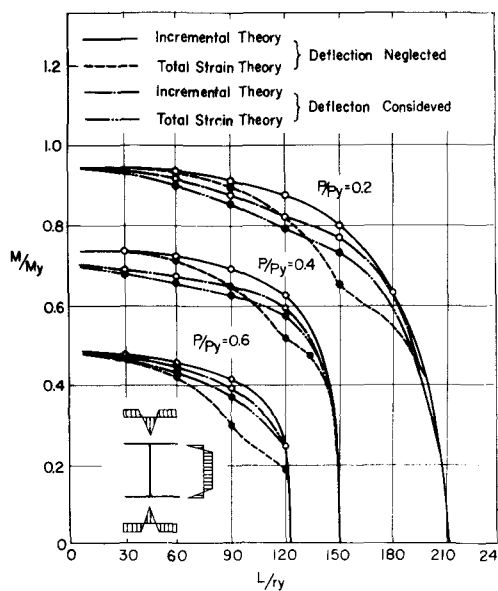


図-17 曲げねじれ座屈強度

7. 結論

残留応力が曲げねじれ座屈におよぼす影響について検討し、次のようなことがわかった。溶接による残留応力が存在する場合は圧延による残留応力が存在する場合に比し最大7%程度、強度の低下がみられた。塑性変形理論によるものと塑性流れ理論によるものにおいて数%程度、前者の方が強度が低い。特に部材の一部に塑性域が生じ始める時点において強度の低下が大きくみられる。たわみの影響は細長比の大きいところを数%程度の強度の低下として表している。各種断面係数の近似もほぼ、良好なものと思われる。

参考文献

- 1) T.V.Galambos "STRUCTURE MEMBERS AND FRAMES" Chapter 2. Prentice-Hall Englewood, PP 22~79, 1968
- 2) Y.Fukumoto "INELASTIC LATERAL-TORSIONAL BUCKLING OF BEAM-COLUMN" Ph.D.Dissertation, Lehigh University, 1963
- 3) B.P.Parikh "ELASTO-PLASTIC ANALYSIS AND DESIGN OF UNBRACED MULTISTORY STEEL FRAMES" Ph.D.Dissertation Lehigh University, 1969
- 4) F.Nishino, L.Tall and T.Okumura "RESIDUAL STRESS AND TORSIONAL BUCKLING STRENGTH OF H AND CRUCIFORM COLUMNS" proc. of TSCF, NO 160, PP. 75~87, 1968
- 5) F.Bleich "BUCKLING STRENGTH OF METAL STRUCTURES" Chapter 3. McGraw Hill, New York, 1952
- 6) T.V.Galambos "INELASTIC LATEAL BUCKLING OF BEAMS" proc. of ASCE. ST5 PP. 217~242 Oct. 1963