

# 走行荷重による道路橋の疲労寿命推定に関する確率統計的研究

京都大学工学部 小西一郎

京都大学工学部 ○竹村勝之

## §1 まえがき

従来まで、一般に道路橋は鉄道橋に比して死荷重が大きく、従って活荷重による疲労の問題はあまり議論の対象とされていないし、又ほとんど道路橋の疲労被害例も報告されていない。しかしながら近年の日本経済の急激な発展にともなう、その様相も次第に変化しつつある。すなわち、自動車輸送が増大するにつれて交通量が増し同時に車体が大型化、大量量化してきた。この傾向は今後ますます助長されるものと思われ、又重量制限の法的拡大も産業界からの要請として今後表面化される可能性も考えられる。一方橋梁材料に關しても、死荷重を軽減する目的で次第に強度の大きな鋼材が用いられるようになり、又構造的にもリベット構造から溶接構造へと一般化しつつある。高張力鋼を用いた溶接構造は、疲労に關してかなりセンシティブであり、ぜい性破壊とともに今後の研究課題とされているのが現状である。以上の事から、溶接欠陥が存在する部分に予期もできないような大きな応力のくり返しを受ける事も考えられ、したがって道路橋の疲労に対する信頼性はきわめて不確かであり、近い将来無視することのできない課題になってくるのではないかと予想される。

道路橋の疲労寿命に關する研究は数少ないが、最近アメリカではこの課題を先取りして、實際の道路橋を自動車が行き過する時生ずる応力の歪記録の實測が広範に行なわれ、各種のぼう大な資料を得ている。<sup>1)2)</sup> これらの実測応力の頻度分布をマイナー則に適用すると、推定寿命が10年のオーダーである事が報告されている。<sup>2)</sup> 又Tung<sup>3)</sup>は、静的荷重としての自動車が行き過する状況をポアソン過程とし、応答をランゲムバースの重ね合わせからなるものと考えて、一つの理論的寿命算定方法を提案した。一方小堀、Shinozukaら<sup>4)5)</sup>は、確率論的立場から自動車列模型を設定し、自動車-路面-橋を通しての動的応答から応力振幅頻度を求めるアプローチを示した。

以下では、道路橋に生ずる応力波形の性質をまず検討し、その結果Tungの手法に動的効果を係数として取り入れて応力波形の解析を行なう手法を示す。また今まであまり考慮されていなかったS-N線図に關して、種々の観点から考察を進め寿命算定の採用にべきS-N線図の決定方法について一つの考え方を提案する。

## §2 基本式

走行荷重により橋の部材に生ずる応力は不規則な応力波形を示し、これらの実測応力下での部材の疲労寿命を理論的に論ずる場合、確率論的立場から現象をできるだけ忠実に描いて解析する事が好ましい方法である。

さて、ある部材の一定応力振幅 $S$ と破壊までのくり返し数 $N$ との関係が、最小応力一定の条件のもとで次の方程式で表わされたものと仮定する。

$$NS^b = C$$

(2-1)

$B, C$  は、材料特性を示す定数である。

実際の部材応力は振幅が一定でなく、従って種々の異、た応力振幅による疲労被害を評価する必要がある。蓄積被害則として種々提案されているが、実用性の面からマイナー則が最も使用されている。この法則は疲労被害の蓄積を線型と考え、応力振幅 $\sigma_i$  (対応する破壊までのくり返し数 $N_i$ ) を $n_i$ 回受けた時の被害を $n_i/N_i$ とし、種々の応力振幅による疲労被害の和が1になった時破壊すると考えている。すなわち、

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (2-2)$$

橋の部材に生ずる実際の応力波形を、定常な不規則過程と仮定する。単位時間当りの応力振幅の数、すなわちサイクル数の期待値を $E[M_T]$ 、振幅の大きさの確率密度関数を $f_s(\sigma)$  とすると、応力振幅が単位時間当りに $\sigma$ と $\sigma+d\sigma$ の間にあるくり返し数 $n(\sigma)$ は、

$$n(\sigma) = E[M_T] f_s(\sigma) d\sigma \quad (2-3)$$

$n(\sigma)$ による疲労被害は、

$$\frac{n(\sigma)}{N(\sigma)} = E[M_T] \frac{f_s(\sigma)}{N(\sigma)} d\sigma \quad (2-4)$$

すべての可能な応力振幅を考えると、単位時間当りの平均総被害 $E[D]$ が得られる。

$$E[D] = E[M_T] \int_0^{\infty} \frac{f_s(\sigma)}{N(\sigma)} d\sigma \quad (2-5)$$

$N(\sigma)$ は(2-1)の関係より求まり上式に代入すれば、

$$E[D] = \frac{1}{C} E[M_T] \int_0^{\infty} \sigma^B f_s(\sigma) d\sigma \quad (2-6)$$

寿命 $T$ は、 $E[D]$ の逆数であり結局次の様に求まる。

$$T = \frac{1}{E[D]} = \frac{C}{E[M_T] \int_0^{\infty} \sigma^B f_s(\sigma) d\sigma} \quad (2-7)$$

以上の事から、道路橋の疲労寿命を推定する事は、疲労破壊を起こしそうな部材や継手を見出してその部分のS-N関係を求め、更にその部分の応力波形を解析して $E[M_T]$ 、 $f_s(\sigma)$ を求める事に帰着する。

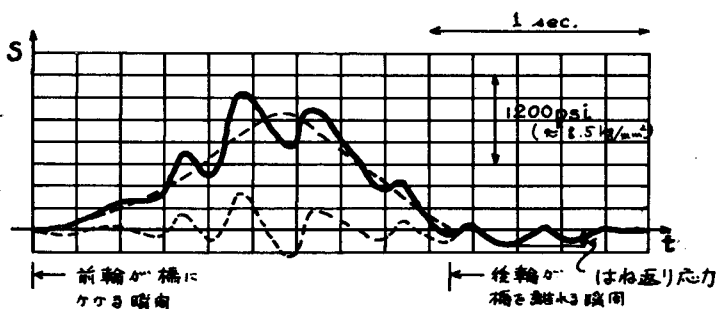
### §3 応力波形の解析

#### 3-1. 波形解析に生ずる種々の問題点とその検討

実際の橋の部材に生ずる応力は、死荷重による応力、組立てや溶接等にもなう残留応力、拘束応力の様な変動しない応力と、自動車の通過により生ずる変動する活荷重応力の重ね合わせである。活荷重応力は、振幅および平均応力が時間とともに刻々変動する不規則な応力波形を示し、図-1は一台の自動車による橋の応力測定結果の一例である。これら波形の不規則性の要因を考えてみると次の事項が上げられる。

- 1) 自動車の重量
- 2) 車輪の配置

- 3) 車輪への荷重分配
- 4) 自動車速度
- 5) 橋軸方向の自動車の位置
- 6) 幅員方向の自動車の位置
- 7) 自動車自身の振動特性
- 8) 橋面の舗装状態
- 9) 橋の構造特性、振動特性等



項目(1~3)は、一台の自動車による静的な重量分布を示し、5), 6)

図-1 桁に生ずる実働応力波形<sup>2)</sup>  
(溶接プレートガーダー スパン中史, 128.7 ft.)

は橋梁上における自動車のさまざまな配列状態(交通パターン)を示すものである。これら各々の自動車は弾性支持され、橋面の凹凸によって振動し橋に動的圧力をおよぼす。動的圧力は、橋というフィルターを通過して複雑な応力履歴を示すことになる。

このような実働応力波を解析するには多くの方法がある。図-1の応力波形を代表的な4つの方法で解析した結果を図-2に示す。道路橋に生ずる応力波形は鉄道橋の場合に類似しており、正確に振幅の頻度解析を行なえない極値法や経過頻度法、あるいは大振幅を見のがす可能性の大きい振幅法は好ましくなく、(d)図に示す振幅範囲計数法が推奨される<sup>6)</sup>。疲労被害には最小応力の影響が小さく無視できると仮定すれば、(c)(d)の①図は、②図の様に最小応力をそろえる事ができる。

さて図-1の応力波は、点線で示すように活荷重による静的応力と橋の振動による動的応力の重なり合、たものと考え、(d)図の解析結果は一番大きな波だけが静的応力と動的応力の重なり合、たものを表わし、他の小さな振幅はすべて動的応力によるものと考えられる。これら振動により生ずる応力振幅は比較的小さく、疲労に關しては無効振幅として無視できると仮定するならば、結局(c)図に示す様に1つの波で表わされる。

従、てこの様な仮定が成立するならば、道路橋の耐疲労性を論ずる場合静的応力計算で十分であり、動的応力ははね返り応力をも含めた係数により割り増しすればよい事になる。従、て本研究では静的応力に基づいた応力波形を、極大値のみに注目して解析する。複数の自動車が橋の上を走っている場合には、振幅範囲計数法の考え方からはずれるが、安全側の解析手法であ

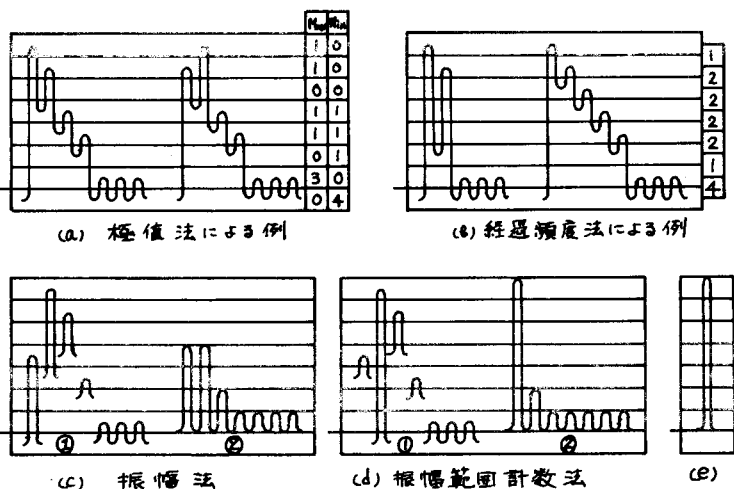


図-2 波形解析結果

る。

### 3-2 応力波形のシミュレーション

走行荷重による橋の応力  $X(t)$  は不規則過程であり、任意時刻に到着する自動車による橋の応力をランダムパルスと考え、その重ね合わせから表現できる。すなわち

$$X(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} W(t, \tau_k, Y_k) \quad (3-1)$$

ここで  $N(t)$  はポアソン過程であり、時間  $(0, t]$  の間に到着する自動車の台数である。

$$P\{N(t) = k\} = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^k}{k!} \quad (3-2)$$

$\lambda$  は単位時間当りの平均到着台数を示す。

$W(t, \tau_k, Y_k)$  は応答関数と呼ばれ、時刻  $\tau_k$  に橋に到着した重量  $Y_k$  の自動車による時刻  $t$  での応答を意味する。 $Y_k$  は互に独立であり、かつ到着時刻  $\tau_k$  にも独立な不規則変数である。

応答関数を、次の様に応力の影響線により表わす。

$$W(t, \tau, Y) = \alpha Y w(t - \tau) \quad (3-3)$$

$\alpha$  は動的な影響を示す係数であり、 $w(t - \tau)$  は時間軸上に取った影響線で明らかに次の条件を満足する。

$$w(t - \tau) = 0 \quad t - \tau < 0, \quad t - \tau > T \quad (3-4)$$

ここで  $T$  は、 $w(t - \tau)$  の継続時間であり一定の走行速度なら定数となる。

従って、任意時刻  $t$  における応力は、時間間隔  $(t - T, t)$  を考えるだけでよい。以上の事から (3-1) 式は次の様に書き表わされる。

$$X(t) = \sum_{k=1}^{N(T)} \alpha Y_k w(t - \tau_k) \quad (3-5)$$

### 3-3 応力波形のピークの解析

(3-5) 式で表わされた応力波のピークは、任意時刻  $t$  での応力  $X(t)$  がその前後で微小時間  $\Delta t$  離れた時の応力  $X(t - \Delta t)$ ,  $X(t + \Delta t)$  よりも大きな場合に生ずる。すなわち、 $t - \Delta t = t_1$ ,  $t = t_2$ ,  $t + \Delta t = t_3$  とおけば次の条件を満足する場合である。

$$\begin{cases} X(t_2) > X(t_1) \\ X(t_2) > X(t_3) \end{cases} \quad (3-6)$$

ピークの大きさの頻度分布を求めるには、 $X(t_1)$ ,  $X(t_2)$ ,  $X(t_3)$  の結合確率密度関数を知る必要がある。

さて、 $X(t_1)$ ,  $X(t_2)$ ,  $X(t_3)$  の結合特性関数は次の様に定義される。

$$\Phi_{X(t)}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = E \left\{ \exp \left[ i \sum_{j=1}^3 \theta_j X(t_j) \right] \right\} \quad (3-7)$$

(3-5) 式を代入し、条件付き確率の項で展開すると、

$$\begin{aligned} \Phi_{X(t)}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) &= E \left\{ \exp \left[ i \sum_{j=1}^3 \theta_j \sum_{k=1}^{N(T)} \alpha Y_k w(t_j - \tau_k) \right] \right\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} E \left\{ \exp \left[ i \sum_{j=1}^3 \theta_j \alpha Y_k w(t_j - \tau_k) \right] \mid N(T) = n \right\} P\{N(T) = n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} P\{N(T) = n\} \prod_{k=1}^n E \left\{ \exp \left[ i \sum_{j=1}^3 \theta_j \alpha Y_k w(t_j - \tau_k) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3-8)$$

ここで次の様に置く。

$$\phi_{iwt}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = E \left\{ \exp \left[ i \sum_{j=1}^3 \theta_j \alpha \gamma w(t_j - \tau) \right] \right\} \quad (3-9)$$

(3-9)式は、 $W(t_1) = \alpha \gamma w(t_1 - \tau)$ ,  $W(t_2) = \alpha \gamma w(t_2 - \tau)$ ,  $W(t_3) = \alpha \gamma w(t_3 - \tau)$ の結合特性関数を表わす。(3-2), (3-9)を用いて(3-8)式を展開すれば

$$\begin{aligned} \Phi_{iwt}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) &= e^{-\lambda T} \left[ 1 + \lambda T \phi_{iwt}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\lambda T)^2}{2!} \phi_{iwt}^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3) + \dots + \frac{(\lambda T)^k}{k!} \phi_{iwt}^k(\theta_1, \theta_2, \theta_3) + \dots \right] \end{aligned} \quad (3-10)$$

(3-10)式をフーリエ逆変換すれば、 $X(t_1)$ ,  $X(t_2)$ ,  $X(t_3)$ の結合確率密度関数が求まる。

$$\begin{aligned} f_{iwt}(X_1, X_2, X_3) &= e^{-\lambda T} \left\{ \delta(X_1) \delta(X_2) \delta(X_3) + \lambda T g_{iwt}(X_1, X_2, X_3) \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\lambda T)^2}{2!} g_{iwt}^2(X_1, X_2, X_3) + \dots \right\} \end{aligned} \quad (3-11)$$

記号\*はたたき込み積分を表わし、 $\delta(\cdot)$ はディラックの $\delta$ 関数である。 $g_{iwt}(X_1, X_2, X_3)$ は $\phi_{iwt}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ のフーリエ逆変換で、 $W(t_1)$ ,  $W(t_2)$ ,  $W(t_3)$ の結合確率密度関数である。

$g_{iwt}(X_1, X_2, X_3)$ の計算は、 $W(t)$ が一本の直線であれば計算が行なえない。そこで単純桁の場合を考へ、2本の直線からなる影響線を次の様に分割する。

$$w(t - \tau) = w_1(t - \tau) + w_2(t - \tau) \quad (3-12)$$

但し、 $w_1(t)$ の定義域は $(0, T_1)$ であり、 $w_2(t)$ のそれは $(T_1, T_1 + T_2)$ である。

(3-12)式を用いて同様な式の展開を行なえば、結局次の様にして結合確率密度関数を求める事ができる。<sup>3)</sup>

$$\begin{aligned} f_{iwt}(X_1, X_2, X_3) &= \exp \left\{ -\lambda T \left\{ \delta(X_1) \delta(X_2) \delta(X_3) + \sum_{m=1}^2 \lambda T_m g_{iwm}(X_1, X_2, X_3) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{2!} \left[ \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 \lambda^2 T_m T_n g_{iwmn}(X_1, X_2, X_3) * g_{iwmn}(X_1, X_2, X_3) \right] + \dots \right\} \right\} \end{aligned} \quad (3-13)$$

$g_{iwmn}(X_1, X_2, X_3)$ は、次の確率量の結合確率密度関数である。

$$\begin{cases} W_m(t_1) = \alpha \gamma [w_1(t_1 - \tau) + w_2(t_1 - \tau)] \\ W_m(t_2) = \alpha \gamma w_m(t_2 - \tau) \\ W_m(t_3) = \alpha \gamma [w_1(t_3 - \tau) + w_2(t_3 - \tau)] \end{cases} \quad (3-14)$$

連続梁のように影響線が曲線を描くような場合には、極値を結ぶ直線によつて近似し、同様な手法を適用すれば求まる。

この様にして求めた結合確率密度関数を用いて、単位時間当りに生ずるビークの数、およびその大きさの確率密度関数は次の様に求まる。

$$E[M_T] = \int_{X_1=-\infty}^{\infty} \int_{X_2=-\infty}^{X_1} \int_{X_3=-\infty}^{X_2} f_{iwt}(X_1, X_2, X_3) dX_1 dX_2 dX_3 \quad (3-15)$$

$$f_X(X) dX = \frac{dX}{E[M_T]} \int_{X_1=-\infty}^X \int_{X_2=-\infty}^X f_{iwt}(X_1, X_2, X_3) dX_1 dX_3 \quad (3-16)$$

#### §4 S-N線図の作成

橋の疲労寿命を推定するには、応力振幅の頻度解析と同様にどのようにしてS-N線図を決定するかという問題は非常に重要であり、以下ではその作成過程を述べる。

##### 4-1 疲労試験結果の表現

多くの部材からなる橋のうちで、大きな応力のくり返しを受けそうである構造的にも疲労に敏感な部材や継手を着目し、その部分の供試体を作成し実橋の作用状態とできるだけ近似させて一定応力疲労試験を行なう。得られたS-Nデータを次の方程式で表わす。

$$\log_{10} N = \log_{10} C - b \log_{10} S \quad (4-1)$$

(4-1)式を書き直すと(2-1)式と同じになる。(4-1)の各項を次式で置き換える。

$$\log_{10} N = y, \quad \log_{10} S = x, \quad \log_{10} C = d \quad (4-2)$$

すると(4-1)式は次の様に表わされる。

$$y = -bx + d \quad (4-3)$$

$b, d$ は、 $n$ 個の実験結果 $S_i, N_i$ すなわち $x_i, y_i$ から最小2乗法を適用して次の様に決定される。

$$\left\{ \begin{aligned} b &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - n \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \\ d &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \end{aligned} \right. \quad (4-4)$$

##### 4-2 S-N-P曲線

疲労試験結果は、材質固有のばらつきとか組織の違いによるばらつき等により大きなばらつきを示す。橋全体を考える場合、応力的にも構造的にも疲労破壊を起こしそうな条件がそろっている箇所は何ヶ所もあると思われる。従って寿命推定にはS-N-P曲線を用いる事が望ましい。例えば、着目点と同等の危険性があると思われる箇所が10ヶ所あるとするならば、 $P = 0.1$ のS-N線図を用いると平均的な寿命が得られ、0.1より小さい場合を用いると材料的な欠陥を考えた安全側の寿命算定である。

しかしながら実験的にS-N-P曲線を求めるには、経済的、時間的な制約が大きい。そこで一定応力振幅で各一本ずつの試験しか行なわれていない場合でも、それらの異なる応力振幅に対する疲労試験全体からS-N-P曲線が得られていると好都合であり、河本らの試み<sup>9)</sup>がなされている。以下ではこの方法に準じて、(4-3)式の定数 $b$ を不規則変数と考えてS-N-P曲線を求める方法を述べる。

(4-3)式の $b$ を変数と考えて、実験値 $x_i, y_i$ に対応する $b$ の値を計算する。するとS-N線図まわりの実験値のばらつきが、 $b$ のみのばらつきに置きかえられた事になる。 $b$ の小さい方から $\nu$ 番目の値 $b_\nu$ に対応する破壊確率は次式により表わされる。

$$P_\nu = \frac{\nu}{n+1} \quad (\nu = 1, 2, \dots, n) \quad (4-5)$$

$b$ の確率分布関数としての破壊確率 $P$ の関数形を次の様に表わす。

$$P(b) = 1 - \exp \left[ -\alpha \left( \frac{b - L_2}{L_1 - b} \right)^p \right] \quad (4-6)$$

ここで  $L_1, L_2$  は、名々不規則変数  $b$  の上限及び下限であり、 $\alpha$  と  $\beta$  は任意定数である。(4-6)式の両辺に2度常用対数を取り、次の様に置く。

$$\begin{cases} \log_{10} \log_{10} \frac{1}{1-P} = u \\ \log_{10} \alpha + \log_{10} \log_{10} b = r \\ \log_{10} \left( \frac{b - L_2}{L_1 - b} \right) = v \end{cases} \quad (4-7)$$

すると(4-6)式は次の様な一次の方程式で表わされる。

$$u = \beta v + r \quad (4-8)$$

変数  $b$  の上限  $L_1$  および下限  $L_2$  は、 $u$  と  $v$  の相関係数の絶対値が最大となる条件のもとで決定される。相関係数  $\rho$  は、次式の様にして表わされる。

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n u_i v_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i \sum_{i=1}^n v_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n u_i)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n v_i)^2}} \quad (4-9)$$

定数  $\alpha, \beta$  は、 $n$  個の  $u_i, v_i$  から最小2乗法により決定できる。以上の様にして(4-6)式が決定されると、任意の  $P$  に対応する  $b_p$  が求まり、次の様に破壊確率  $P$  をパラメーターとした  $S-N$  線図が求まる。

$$NS^{b_p} = C \quad (4-10)$$

#### 4-3 最小応力の修正

道路橋の実働応力は、大きな死荷重応力や残留応力により、高い応力域での変動様形を示す。もし計算に用いる  $S-N$  線図の最小応力と、これら変動しない応力との差が非常に大きい場合には、疲労被害に及ぼす影響も無視できず、修正する事が好ましい。

Fisher<sup>7)</sup> は、 $S-N$  曲線を振幅  $S_r$  と最小応力  $S_{min}$  の2つの応力に関するパラメーターを導入して、次の式を提案した。但し、材料はA373鋼である。

$$\log_{10} N = 6.827 - 0.062 S_r - 0.0056 S_{min} \pm 0.180 \quad (4-11)$$

(4-11)式を(4-1)式に対応させると、 $S_{min}$  は  $\log_{10} C$  に含まれる項である。従って、実際の橋の変動しない応力と  $S-N$  線図の最小応力との差を  $S'_{min}$  とすれば、 $C$  を次の様に修正すればよい。

$$\log_{10} C' = \log_{10} C - 0.0056 S'_{min} \quad (4-12)$$

#### 4-4 変動応力相互間の影響

マイナー則は、種々の応力の相互作用を無視しており、この無視は寿命算定において危険側になる場合が多い事が実験的に知られている。その原因を疲労破壊をき裂の発生と伝播の2つの過程に分けた観点から考えてみると、き裂発生過程であまり疲労被害に与える役割を果さなかった小さな応力振幅が、伝播過程で相当な貢献をするからである。従って、ある任意応力振幅は過去に受けたそれ以上の応力振幅の影響を受けて、マイナー則よりも大きな被害を生ずる。また耐久限度以下の応力でも、一たんき裂が発生すると伝播作用を起こすことになる。

この様な考えから、応力の相互作用を考慮に入れた被害則が2,3提案されている。<sup>9)</sup> Corten-Doran

の方法によると、応力の頻度分布に含まれる最大応力を基準にして、S-N曲線の傾き $b_p$ を $b'_p$ に変える事により修正している。 $b'_p$ は過去の実験的研究から、次の様に取り入れる<sup>6)</sup>。

$$b'_p = (0.8 \sim 0.92) \times b_p \quad (4-13)$$

## §5 むすび

以上の事より、道路橋の寿命推定を行なうには次の要領で計算を進めていけばよい。

- 1) 将来の動向をも見越して、自動車の交通量および重量分布を設定する。
- 2) 結合確率密度関数 $f_{123}(x_1, x_2, x_3)$ を計算する。 (3-13)式
- 3) 単位時間当りのピーク応答の期待値 $E[M]$ を計算する。 (3-15)式
- 4) ピーク応力の確率密度関数 $f_x(x)$ を計算する。 (3-16)式
- 5) 着目部材の疲労試験を行ないS-N線図を作成する。
- 6) 適当な配慮を行なってPを設定し、S-N-P曲線を求める。
- 7) 最小応力の相異があれば修正し、更にCorten-Qoranの方法を適用してS-N線図を作成する。
- 8) 寿命Tを計算する。 (2-7)式

数値計算結果は、当日発表する予定である。

## 参考文献

- 1) M.E. Novak, C.P. Heins, Jr.; C.T.G. Looney; "Induced Dynamic Strains in Bridge Structures due to Random Truck Loadings", Progress Report, Study of Effect of New Vehicle Weight Law on Structures, February, 1968
- 2) G.R. Cudney; "The Effects of Loadings on Bridge Life", Final Report on a Highway Planning and Research Investigation Conducted in Cooperation with the U.S. Department of Transportation Bureau of Public Roads, January, 1968
- 3) C.C. Tung; "Life Expectancy of Highway Bridges to Vehicle Loads", J. Eng. Mech. Div. in Proc. ASCE, EM 6, December, 1969
- 4), 5) 小堀為雄, M. Shinozuka, 奥哲夫; "道路橋の疲労寿命の一推定法"(その1)および(その2) 第25回及び第26回年次学術講演会資料, 1970年10月, 1971年10月
- 6) 伊藤文人; "実動荷重による鉄道橋の疲労被害推定" 鉄道技術研究報告 No. 076 1969年4月
- 7) J.W. Fisher, I.M. Viest; "Fatigue Life of Bridge Beams Subjected to Controlled Truck Traffic", IABSE, Lisbon, 1964.
- 8) M. Kawamoto, T. Nakagawa; "Statistical Representation of S-N Curve on the Fatigue Test Results", Mem. of the Faculty of Eng., Kyoto University, 1956.
- 9) A.F. Madaqay; "Metal Fatigue, Theory and Design", Kaigai
- 10) Y.K. Lin; "Probabilistic Theory of Structural Dynamics", McGraw-Hill